Moderna PLUS

FÍSICA 1

OS FUNDAMENTOS DA FÍSICA

RAMALHO • NICOLAU • TOLEDO

Francisco Ramalho Junior

Professor de Física em cursos pré-vestibulares.

Nicolau Gilberto Ferraro

Licenciado em Física pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo (USP). Engenheiro metalurgista pela Escola Politécnica da USP. Professor de Física em cursos pré-vestibulares e em escolas do Ensino Médio e Superior.

Paulo Antônio de Toledo Soares

Médico diplomado pela Faculdade de Medicina da Universidade de São Paulo (FMUSP). Professor de Física em cursos pré-vestibulares e em escolas do Ensino Médio.

10ª edição

Moderna PLUS

Coordenação de Projeto e Inovação: Sérgio Gustavo de Aguiar Quadros, Sandra Botelho de Carvalho Homma
Coordenação editorial: Rita Helena Bröckelmann
Edição de texto: Alexandre Braga D'Avila (coordenação), Edna Emiko Nomura, Tomas Masatsugui Hirayama, Erich Gonçalves da Silva, Eugenio Dalle Olle, Manuel Carlos Garcez Kopenzinski, Horácio Nakazone
Assistência editorial: Denise Minematsu
Coordenação de *design* e projetos visuais: Sandra Botelho de Carvalho Homma
Projeto gráfico e capa: Everson de Paula, Marta Cerqueira Leite
Foto: Maçã - © Dusko Almosa/Getty Images,
Bolhas de água - © Dock22/Getty Images
Coordenação de produção gráfica: André Monteiro, Maria de Lourdes Rodrigues
Coordenação de revisão: Elaine C. del Nero
Revisão: Márcia Leme, Nelson José de Camargo
Coordenação de arte: Wilson Gazzoni Agostinho
Edição de arte: Fernanda Fencz
Ilustrações: Adilson Secco, Éber Evangelista, Nelson Matsuda, Studio Caparroz, Vagner Vargas
Cartografia: Alessandro Passos da Costa
Editoração eletrônica: Grapho Editoração
Coordenação de pesquisa iconográfica: Ana Lucia Soares
Pesquisa iconográfica: Ana Carolina Muniz, Angélica Nakamura, Camila D'Angelo, Carlos Luvizari, Vera Lucia Barrionuevo
As imagens identificadas com a sigla CID foram fornecidas pelo Centro de Informação e Documentação da Editora Moderna
Coordenação de *bureau*: Américo Jesus
Tratamento de imagens: Fabio N. Precendo, Luiz C. Costa, Rubens M. Rodrigues
Pré-impressão: Everton L. de Oliveira, Helio P. de Souza Filho, Marcio H. Kamoto
Coordenação de produção industrial: Wilson Aparecido Troque
Impressão e acabamento:

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Ramalho Junior, Francisco
Os Fundamentos da Física / Francisco Ramalho Júnior, Nicolau Gilberto Ferraro, Paulo Antônio de Toledo Soares. — 10. ed. — São Paulo : Moderna, 2009.

Conteúdo: V. 1. Mecânica — V. 2. Termologia, óptica e ondas — V. 3. Eletricidade, introdução à física moderna e análise dimensional.
Bibliografia.

1. Física (Ensino médio) 2. Física (Ensino médio) – Problemas, exercícios etc. I. Ferraro, Nicolau Gilberto. II. Soares, Paulo Antônio de Toledo. III. Título.

09-07089 CDD-530.7

Índices para catálogo sistemático:
1. Física : Estudo e ensino 530.7

ISBN 978 – 85-16-06334-4 (LA)
ISBN 978 – 85-16-06335-1 (LP)

EDITORA MODERNA LTDA.
Rua Padre Adelino, 758 - Belenzinho
São Paulo - SP - Brasil - CEP 03303-904
Vendas e Atendimento: Tel. (0_ _11) 2602-5510
Fax (0_ _11) 2790-1501
www.moderna.com.br
2009
Impresso no Brasil

1 3 5 7 9 10 8 6 4 2

Apresentação

Nesta coleção, a Física é apresentada como uma ciência moderna e profundamente inserida em sua vida. Estudá-la, paralelamente às demais disciplinas, é um compromisso que você tem consigo mesmo, a fim de se desenvolver como cidadão, apto a contribuir, com seus conhecimentos e uma formação científica bem estruturada, para o progresso da sociedade em que vive.

Além de desenvolver o conteúdo básico de Física estabelecido para o Ensino Médio, procura-se nesta obra relacionar as leis e os fenômenos físicos ao dia a dia e ao desenvolvimento de processos tecnológicos. A exposição teórica de um assunto vem sempre acompanhada por **exercícios resolvidos**, cuja finalidade é analisar, elucidar e mesmo ampliar a teoria apresentada. Com objetivo semelhante ao dos exercícios resolvidos, há **exercícios propostos**, para que você possa exercitar e assimilar os itens teóricos. Há ainda **exercícios propostos de recapitulação**, que, além de um grau de dificuldade maior que os anteriores, têm por objetivo revisar e complementar os assuntos abordados. No final de cada capítulo, você encontra os **testes propostos**, ordenados de acordo com a exposição da teoria. **Exercícios especiais**, presentes em alguns capítulos, têm outra finalidade: aprofundar ainda mais os conteúdos e relacioná-los com conceitos vistos anteriormente. Além disso, em toda a obra são incluídas questões de vestibulares, do Enem e das Olimpíadas de Física.

Acompanhando a evolução tecnológica de nossa sociedade, em cada capítulo indicamos endereços eletrônicos (**Entre na rede**), onde o aluno poderá obter informações sobre os diversos assuntos desenvolvidos e trabalhar com animações e simulações de alguns fenômenos estudados.

No **Portal Moderna Plus**, você aluno encontra:

- Textos sobre **História da Física**, que situam no tempo os cientistas e seus feitos, com a descrição de seus estudos, suas pesquisas e suas descobertas, revelando que a ciência está em constante desenvolvimento. Complementando a biografia, criamos o item **Enquanto isso...**, em que fazemos breves considerações a respeito de personalidades importantes do período, em diferentes ramos de atividade.
- **A Física em nosso Mundo**, que são leituras especiais indicadas no final de cada capítulo, com a finalidade de mostrar que essa ciência está fortemente relacionada com a vida e o cotidiano do ser humano. Após cada uma dessas leituras, sugerimos novos exercícios em **Teste sua leitura**, para que o aluno possa aplicar os conhecimentos apresentados no texto.
- **Atividades experimentais**. A intenção desses experimentos é propiciar a você que "ponha a mão na massa", estabelecendo assim um vínculo mais profundo com a Física. Com isso, será mais fácil compreender os pilares dessa ciência e, assim o desejamos, fascinar-se com ela.

Ramalho, Nicolau e Toledo

ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA

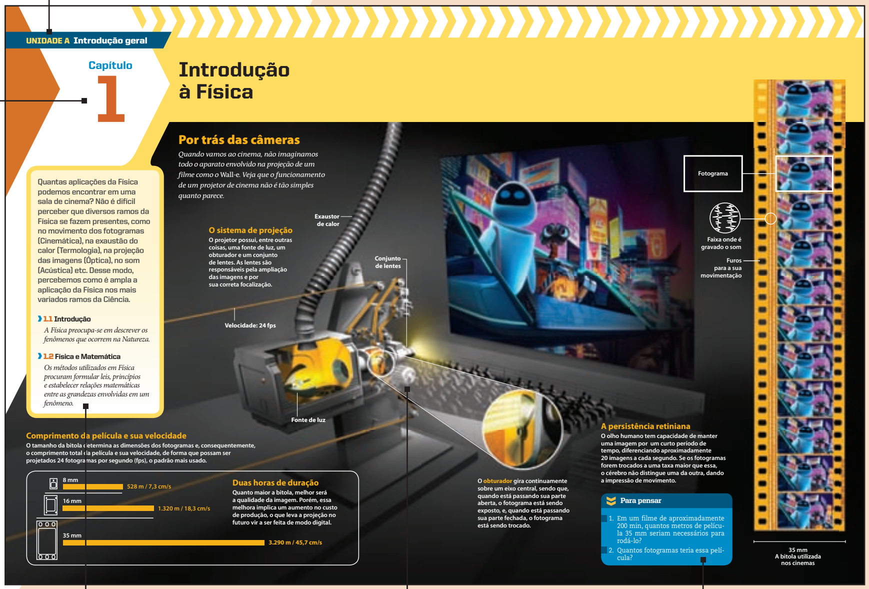
A Coleção *Moderna Plus Física* é composta de três livros. O conteúdo de cada ano letivo é encadernado separadamente em três partes: Parte I, Parte II e Parte III, que serão utilizadas em um ano letivo. Assim, você leva para a sala de aula apenas a Parte na qual está o conteúdo em estudo.

Abertura de Parte
Cada Parte está organizada em Unidades, com seus respectivos Capítulos.



Abertura de Unidade
No início de cada Unidade há indicação do tema sobre o qual os Capítulos que ela reúne serão trabalhados.

Abertura de Capítulo
Cada abertura de Capítulo apresenta imagem retratando situações cotidianas com a Física ou que propicia a aquisição de informações sobre assuntos relacionados ao Capítulo.



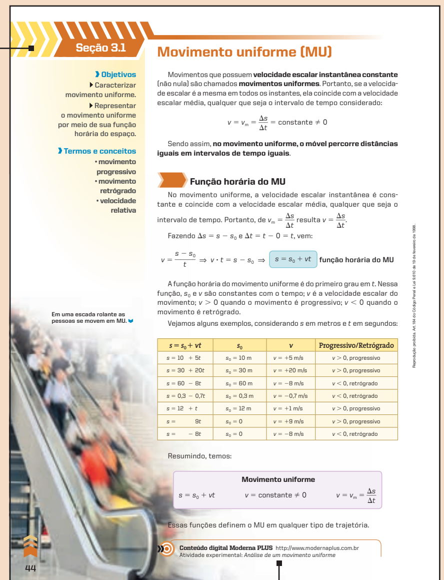
Há uma breve descrição do que será estudado no Capítulo e um foco (objetivo) para cada Seção do Capítulo.

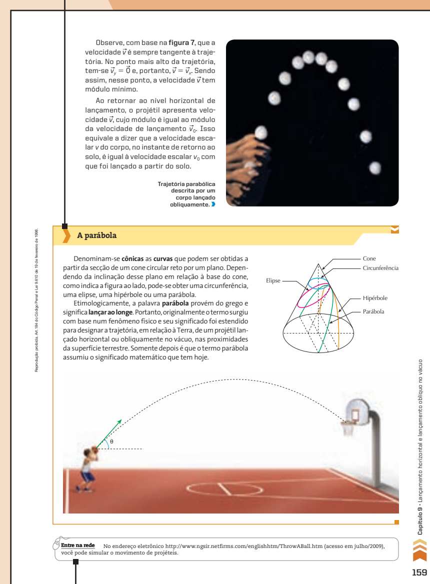
Alguns temas foram destacados com infografias, criando oportunidade para você exercitar a leitura de imagens.

Cada infográfico apresenta algumas questões que possibilitam o estudo do tema proposto.

Leitura
Quadro com ampliação do tema com base em relatos históricos, aplicações e desenvolvimento tecnológico.

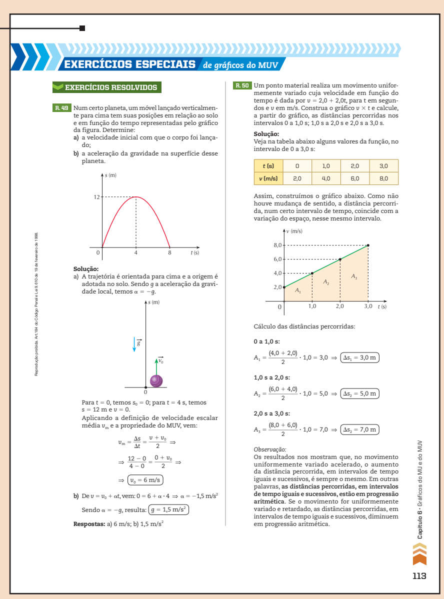
Abertura de Seção
Cada Capítulo é organizado em seções. No início de cada Seção existe a descrição dos seus Objetivos e também dos Termos e Conceitos que serão estudados nela. Os Termos e Conceitos serão retomados no *Caderno do Estudante* promovendo revisitação aos temas do Capítulo. Dessa maneira, você tem uma visão geral sobre a Seção que irá estudar.





Conteúdo digital Moderna Plus: ícone com indicação de conteúdo digital no portal do *Projeto Moderna Plus*, como leituras complementares, animações, exercícios extras, simulações e vídeos relativos ao tema estudado.

Entre na rede: sugestões de endereços eletrônicos com mais informações sobre o assunto do Capítulo, além de animações e simulações dos conteúdos trabalhados.





Exercícios resolvidos: têm como função analisar, elucidar e ampliar a teoria apresentada.
Exercícios propostos: propõem o exercício e assimilação dos conteúdos teóricos.
Exercícios propostos de recapitulação: apresentam um grau de dificuldade maior e auxiliam na revisão e complementação dos assuntos abordados.
Testes propostos: questões das provas de vestibulares mais recentes ordenadas de acordo com a exposição da teoria.
Exercícios especiais: questões de aprofundamento que se relacionam com conceitos vistos anteriormente.

SUMÁRIO GERAL

PARTE
I



PARTE II



Unidade D Forças em Dinâmica

SUMÁRIO GERAL

PARTE III



SUMÁRIO GERAL

PARTE I

Unidade A

Introdução geral

Unidade B

Descrição do movimento: Cinemática escalar

Unidade C

Vetores e grandezas vetoriais: Cinemática vetorial

PARTE

I



Capítulo 1

Introdução à Física

Quantas aplicações da Física podemos encontrar em uma sala de cinema? Não é difícil perceber que diversos ramos da Física se fazem presentes, como no movimento dos fotogramas (Cinemática), na exaustão do calor (Termologia), na projeção das imagens (Óptica), no som (Acústica) etc. Desse modo, percebemos como é ampla a aplicação da Física nos mais variados ramos da Ciência.

1.1 Introdução

A Física preocupa-se em descrever os fenômenos que ocorrem na Natureza.

1.2 Física e Matemática

Os métodos utilizados em Física procuram formular leis, princípios e estabelecer relações matemáticas entre as grandezas envolvidas em um fenômeno.

Por trás das câmeras

Quando vamos ao cinema, não imaginamos todo o aparato envolvido na projeção de um filme como o Wall-e. *Veja que o funcionamento de um projetor de cinema não é tão simples quanto parece.*

O sistema de projeção

O projetor possui, entre outras coisas, uma fonte de luz, um obturador e um conjunto de lentes. As lentes são responsáveis pela ampliação das imagens e por sua correta focalização.



Comprimento da película e sua velocidade

O tamanho da bitola determina as dimensões dos fotogramas e, consequentemente, o comprimento total da película e sua velocidade, de forma que possam ser projetados 24 fotogramas por segundo (fps), o padrão mais usado.

8 mm — 528 m / 7,3 cm/s

16 mm — 1.320 m / 18,3 cm/s

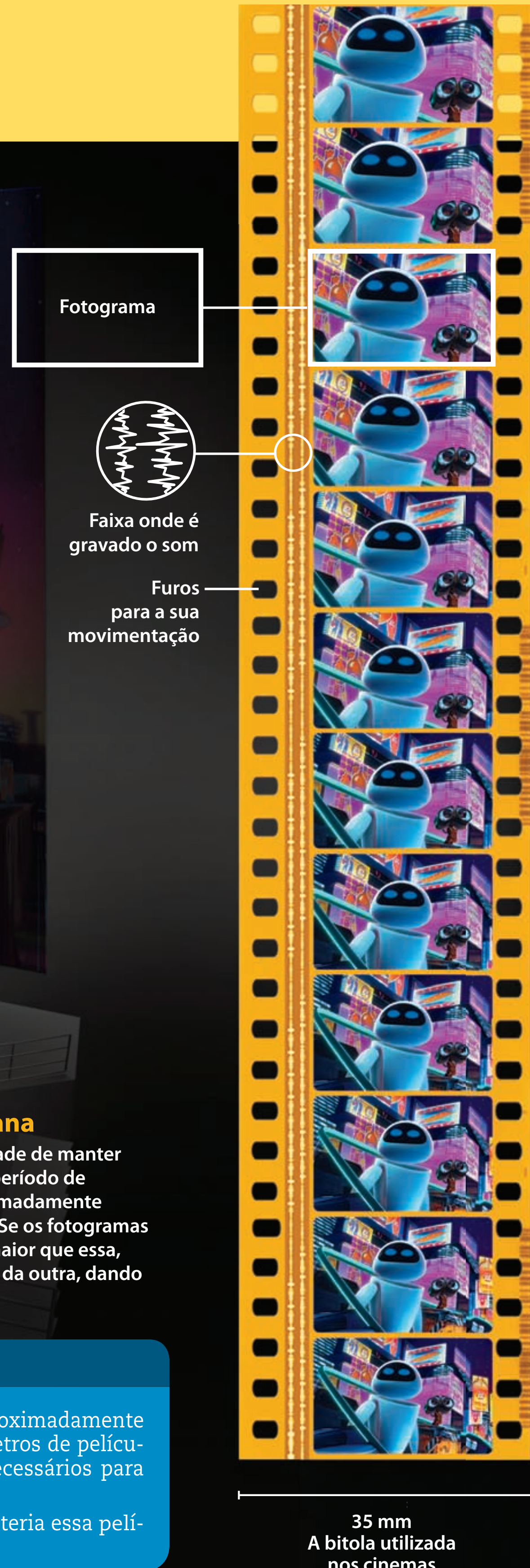
35 mm — 3.290 m / 45,7 cm/s

Duas horas de duração

Quanto maior a bitola, melhor será a qualidade da imagem. Porém, essa melhora implica um aumento no custo de produção, o que leva a projeção no futuro vir a ser feita de modo digital.



O **obturador** gira continuamente sobre um eixo central, sendo que, quando está passando sua parte aberta, o fotograma está sendo exposto, e, quando está passando sua parte fechada, o fotograma está sendo trocado.



A persistência retiniana

O olho humano tem capacidade de manter uma imagem por um curto período de tempo, diferenciando aproximadamente 20 imagens a cada segundo. Se os fotogramas forem trocados a uma taxa maior que essa, o cérebro não distingue uma da outra, dando a impressão de movimento.

Para pensar

1. Em um filme de aproximadamente 200 min, quantos metros de película 35 mm seriam necessários para rodá-lo?
2. Quantos fotogramas teria essa película?

Seção 1.1

Objetivo

- Conhecer o que é a Física, qual seu campo de estudo e as áreas nas quais ela se divide.

Termos e conceitos

- fenômeno
- modelo
- corpo

Introdução

O ser humano sempre se preocupou em entender e dominar o Universo que o cerca. Interessou-se em explicar, por exemplo, o **som** de um trovão, a **luz** de um relâmpago, por que os corpos têm **cores** diferentes, como é o **movimento** da Lua em relação à Terra, como a Terra e os demais planetas se movem em relação ao Sol ou como são os movimentos dos objetos nas proximidades da superfície terrestre. Todas essas questões, por mais diferentes que sejam, são estudadas em Física, uma ciência tão presente em nossa vida que não podemos desprezá-la. A **Física** é o motivo deste curso.



O desenvolvimento tecnológico possibilita à humanidade desvendar, cada vez mais, os segredos do Universo, como a galáxia em espiral M51 e a pequena galáxia NGC 5195. Imagem obtida pelo telescópio Hubble em janeiro de 2005.

O que é a Física

A palavra **física** (do grego: *physis*) significa **Natureza**. Em Física, como em toda ciência, qualquer acontecimento ou ocorrência é chamado **fenômeno**, ainda que não seja extraordinário ou excepcional. A simples queda de um lápis é, em linguagem científica, um fenômeno.

A necessidade do ser humano de compreender o ambiente que o cerca e explicar os fenômenos naturais é a gênese da Física. Essa compreensão é estabelecida com base em modelos do Universo, criados de acordo com o momento em que se encontra o desenvolvimento da ciência.

Precisamos entender a Física não como algo fechado e terminado, mas como um patrimônio em constante mudança. Tais mudanças ocorrem quando um determinado modelo, devido ao avanço do conhecimento, não mais explica de maneira satisfatória os fenômenos naturais a que se refere.

Portanto, a Física pode ser definida como uma ciência que busca descrever os fenômenos que ocorrem na Natureza e prever a sua ocorrência, procurando atualmente não mais oferecer uma imagem da Natureza, mas sim uma imagem da relação do ser humano com a Natureza. Os fenômenos naturais são tão variados e numerosos que o campo de estudo da Física torna-se cada vez mais amplo, existindo hoje diversos ramos da Física.

As cores do mundo impressionam o ser humano, inspirando-o nas artes e despertando seu interesse em explicá-las.



Ramos da Física

O ser humano tem suas primeiras informações do Universo por meio de seus sentidos: vê a luz de um relâmpago, ouve o som de um trovão e por meio do tato tem, entre outras, a noção de quente e frio. Consequentemente, classificou os fenômenos observados de acordo com o sentido empregado na observação. Relacionou a **luz** com a capacidade de **ver**, e daí surgiu uma ciência chamada **Óptica**. A **audição** o estimulou a estudar as propriedades do **som**, e surgiu outra ciência, a **Acústica**. As noções de **quente** e **frio**, sentidas pelo **tato**, motivaram o estudo do calor – a **Termologia**. O **movimento** é um dos fenômenos mais comuns no dia a dia e foi o mais estudado até hoje, tendo dado origem à **Mecânica**.

Essas ciências (Óptica, Acústica, Termologia e Mecânica) foram muitas vezes estudadas independentemente umas das outras, mas fazem parte do vasto mundo da Física. Hoje, elas constituem os ramos clássicos da Física.

As **propriedades elétricas da matéria** só passaram a ser estudadas profundamente a partir do século XIX, e esse estudo, conhecido como **Eletricidade**, é outro ramo da Física. No século XX, a discussão da **constituição da matéria** deu origem à **Física Nuclear**.

O Universo

Todos os **corpos** existentes na Natureza são quantidades definidas de **matéria**. Por exemplo, a madeira é matéria e uma mesa de madeira é um corpo; a borracha é matéria e um pneu de borracha é um corpo.

A matéria e, portanto, todos os corpos do Universo são constituídos por pequenas unidades denominadas **átomos**. Por serem extremamente pequenos, os átomos não podem ser vistos, nem com os mais poderosos microscópios. Entretanto, os cientistas criaram **modelos** que, dentro de certos limites, explicam os fenômenos naturais. Um dos modelos mais simples, proposto pelo físico Ernest Rutherford (1871-1937), estabelece que cada átomo é constituído de um **núcleo** central, formado por dois tipos de partículas, os **prótons*** e os **nêutrons***, e pela **eletrosfera**, constituída por um terceiro tipo de partículas, os **elétrons***, que giram em torno do núcleo (**fig. 1**). Na verdade, esta é uma visão extremamente simplificada do átomo. Além das três partículas citadas, há um número muito grande de outras partículas, como, por exemplo, pósitrons, mésons, neutrinos etc., que surgem quando ocorrem alterações nos núcleos dos átomos (reações nucleares). O estudo das propriedades dessas partículas é muito importante, principalmente para a compreensão da estrutura do Universo.

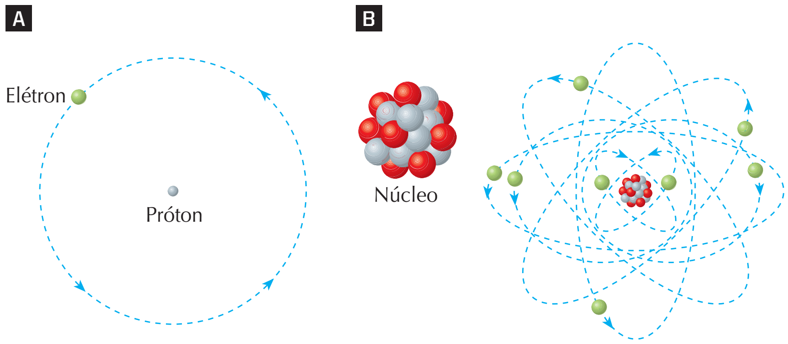


Figura 1. O átomo: (A) o átomo de hidrogênio possui um elétron, que gira em torno de seu núcleo, constituído por um único próton; (B) no átomo de oxigênio, o núcleo contém oito prótons (aqui indicados na cor cinza) e oito nêutrons (indicados em vermelho). Oito elétrons giram em torno desse núcleo. (Uso de cores fantasia.)

Os átomos, por sua vez, formam outros agregados: as **moléculas**. Existem muitos tipos de moléculas e seu número tende a crescer, pois diariamente são sintetizadas novas moléculas em laboratórios de Química.

O campo de estudo da Física abrange todo o Universo: desde a escala microscópica, relacionada às partículas que formam o átomo, até a escala macroscópica, que diz respeito aos planetas, às estrelas e às galáxias.

* Atribui-se aos elétrons e prótons uma propriedade: a carga elétrica. Convenciona-se como positiva a carga elétrica do próton e como negativa a carga elétrica do elétron. Os nêutrons não possuem carga elétrica, isto é, são eletricamente neutros. Atualmente, sabe-se que prótons e nêutrons são constituídos de partículas ainda menores, denominadas *quarks*.

Seção 1.2

Física e Matemática

Objetivos

- Conhecer a relação entre a Física e a Matemática.
- Utilizar as unidades de medida de comprimento e de tempo, adotadas no Sistema Internacional de Unidades (SI).
- Compreender o que são algarismos significativos e como utilizá-los para realizar operações matemáticas.
- Representar números em notação científica e determinar a ordem de grandeza de medidas.

Termos e conceitos

- **método científico**

A Matemática ajuda muito a Física, sintetizando a compreensão dos fenômenos. Uma fórmula matemática que resume um fenômeno físico constitui uma ajuda para a compreensão desse fenômeno, de modo que nunca deve ser assustadora para você.

Por exemplo, apesar de ser necessária uma longa explicação para chegarmos ao fato de que a energia de um corpo em movimento (energia cinética) depende de sua massa e de sua velocidade, recorrendo à Matemática, obtemos a fórmula:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

em que E_c é a energia cinética; m, a massa; e v, a velocidade. Essa fórmula nos mostra que a energia cinética varia em função da massa do corpo e de sua velocidade.



Sempre que um corpo está em movimento dizemos que ele possui energia cinética.

Assim, aos poucos, você irá aprender a ler e entender uma fórmula e saberá utilizá-la a seu favor.

1 Método em Física

Os físicos estudam os fenômenos que ocorrem no Universo. Entretanto, os percursos trilhados pelos cientistas para a formulação de teorias e leis que expliquem esses fenômenos são muito variados. Muitas descobertas no campo da Física surgiram da imaginação de pesquisadores, da experimentação direta e, em certas ocasiões, ocorreram de maneira não intencional, sem seguir um caminho preestabelecido.

Um dos processos de aquisição do conhecimento é o denominado método experimental ou científico, que apresenta uma sequência rígida de etapas. Tal método é discutível, pois estabelece uma receita definida de passos a ser seguida, o que nem sempre é possível. Em vista de seu caráter histórico, vamos apresentar, de modo simplificado, o caminho sugerido pelo método científico. Em primeiro lugar, o fenômeno é observado repetidas vezes, destacando-se fatos notáveis. Por meio de instrumentos de medição — desde o relógio e a fita métrica até instrumentos mais sofisticados — medem-se as principais grandezas envolvidas no fenômeno. Com essas medidas, procura-se alguma relação entre tais grandezas, na tentativa de descobrir alguma lei ou princípio que o descreva. Muitas vezes essas leis ou princípios são expressos por fórmulas — como a da energia



cinética, apresentada na página anterior. Frequentemente, o fenômeno é repetido em laboratório em condições consideradas ideais em relação às condições reais de suas ocorrências. Assim, por exemplo, podemos estudar idealmente a lei da queda de um corpo, deixando-o cair em laboratório, num aparelho vertical onde se faz o vácuo (tubo de Newton), para eliminar a interferência do ar.

Na verdade, no processo de descobertas científicas, o cientista não costuma seguir, necessariamente, regras previamente estabelecidas, embora em seu trabalho desenvolva procedimentos científicos. Um bom exemplo de uma descoberta científica que não seguiu etapas determinadas *a priori*, como as descritas, foi a previsão de Albert Einstein de que a luz sofreria desvios em sua trajetória na proximidade de grandes massas, elaborada a partir do desenvolvimento matemático da Teoria da Relatividade Geral, publicada em 1915. A veracidade de tal previsão só foi comprovada mediante a posterior observação em alguns locais da Terra, entre eles Sobral, no Ceará, do eclipse do Sol, em 29 de maio de 1919: a luz proveniente de estrelas, ao passar próxima ao Sol, sofreu um desvio em sua trajetória.

2 Medidas de comprimento e tempo

Para melhor conhecer as grandezas envolvidas num fenômeno, a Física recorre a **medidas**. Com uma fita métrica podemos medir comprimento. O **metro** (símbolo: **m**) é a unidade fundamental de comprimento do Sistema Internacional de Unidades (SI)*. O metro admite múltiplos, como o **quilômetro** (**km**), e submúltiplos, como o **centímetro** (**cm**) e o **milímetro** (**mm**).

Outra unidade importante em nosso estudo é a unidade fundamental de tempo do Sistema Internacional de Unidades (SI): o **segundo**** (símbolo: **s**). O segundo admite múltiplos, como o **minuto** (**min**) e a **hora** (**h**), e submúltiplos, como o milissegundo (1 ms $= 10^{-3}$ s), o microssegundo (1 μs $= 10^{-6}$ s) e o nanossegundo (1 ns $= 10^{-9}$ s).

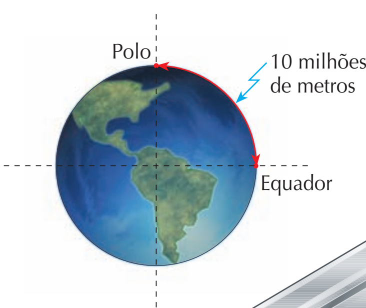
$$1\ \text{km} = 1.000\ \text{m} = 10^3\ \text{m}$$
$$1\ \text{cm} = \frac{1}{100}\ \text{m} = \frac{1}{10^2}\ \text{m} = 10^{-2}\ \text{m}$$
$$1\ \text{mm} = \frac{1}{1.000}\ \text{m} = \frac{1}{10^3}\ \text{m} = 10^{-3}\ \text{m}$$

$$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$$
$$1\ \text{h} = 60\ \text{min} = 60 \cdot 60\ \text{s} = 3.600\ \text{s}$$
$$1\ \text{dia} = 24\ \text{h} = 24 \cdot 3.600\ \text{s} = 86.400\ \text{s}$$

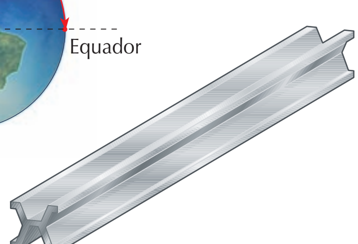
O metro

O metro foi inicialmente definido considerando-se a quarta parte de um meridiano terrestre dividida em 10 milhões de partes iguais. Cada uma dessas pequenas partes foi chamada de **1 metro**.

Como os meridianos da Terra não são todos iguais, uma nova definição foi apresentada: 1 metro é a distância entre dois traços marcados sobre uma barra de platina (90%) e irídio (10%), mantida no Instituto Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, nas proximidades de Paris: é o **metro padrão**. Essa definição perdurou até 1983, quando foi aprovada a definição atual de metro que é apresentada no quadro geral de unidades, no final da Parte III deste livro.



Definição inicial de metro


O metro padrão

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
História da Física: *Primeiras descobertas e a revolução copernicana*
Texto: *Sistema Internacional de Unidades*

* É o sistema de unidades oficialmente adotado no Brasil, estabelecido em 1960, durante a 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, com base no Sistema Métrico Decimal.

** A definição atual de segundo é apresentada no quadro geral de unidades, no final deste livro.

3 Algarismos significativos

A precisão da medida de uma certa grandeza depende principalmente do instrumento utilizado. Vejamos um exemplo: pretende-se medir o comprimento *L* de uma barra e, para isso, dispõe-se de duas réguas — uma centimetrada e outra milimetrada. Conforme veremos, a precisão da medida com a régua centrimetrada é menor do que com a milimetrada.

Com a utilização da régua centimetrada (**fig. 2A**) podemos dizer que o comprimento da barra está compreendido entre 9 cm e 10 cm, estando mais próximo de 10 cm. O algarismo que representa a primeira casa depois da vírgula não pode ser determinado com precisão, devendo ser estimado. Desse modo, estimamos a medida do comprimento *L* em 9,6 cm. Note que o algarismo 9 é correto e o algarismo 6 é duvidoso.

Em toda medida os algarismos corretos e o primeiro duvidoso são chamados **algarismos significativos**. Portanto, na medida 9,6 cm, temos dois algarismos significativos.

Com a régua milimetrada (**fig. 2B**), como cada centímetro é dividido em 10 milímetros, podemos com maior precisão dizer que o comprimento da barra está compreendido entre 9,6 cm e 9,7 cm. Nesse caso, estimamos o comprimento *L* em 9,65 cm. Observe, agora, que os algarismos 9 e 6 são corretos e o algarismo 5 é duvidoso, pois ele foi estimado. Temos, então, três algarismos significativos.

> Os algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro duvidoso.

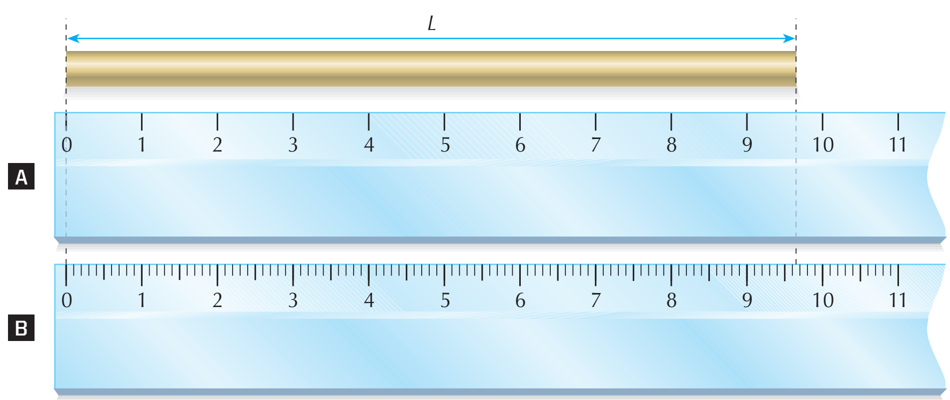


Figura 2.

Imagine agora que a medida $L = 9{,}65$ cm deva ser convertida para metro.

Desse modo, temos $L = 0{,}0965$ m. Note que a medida continua com três algarismos significativos, isto é, os zeros à esquerda do número 9 não são significativos — eles apenas servem para posicionar a vírgula. Portanto, **os zeros à esquerda do primeiro algarismo significativo não são significativos**.

Estando o zero à direita do primeiro algarismo significativo, ele também será significativo. Por exemplo, na medida $L = 9{,}05$ m temos três algarismos significativos: 9, 0 e 5. Convertendo-se essa medida para centímetro, temos $L = 9{,}05 \cdot 10^2$ cm. Note que a medida continua com três algarismos significativos, isto é, os algarismos correspondentes à potência de 10 não são significativos.

Operações com algarismos significativos

Ao efetuarmos uma **multiplicação** ou uma **divisão** com algarismos significativos, devemos apresentar o resultado com um número de algarismos significativos igual ao do fator que possui o menor número de algarismos significativos. Assim, por exemplo, considere o produto: $2{,}31 \cdot 1{,}4$. Ao efetuarmos a operação, encontramos 3,234. Como o primeiro fator tem três algarismos significativos (2,31) e o segundo tem dois (1,4), apresentamos o resultado com dois algarismos significativos, ou seja: 3,2.

Note como se faz o arredondamento: sendo o primeiro algarismo abandonado menor do que 5, mantemos o valor do último algarismo significativo; ou, se o primeiro algarismo a ser abandonado for maior ou igual a 5, acrescentamos uma unidade ao último algarismo significativo. No exemplo, o primeiro algarismo abandonado é 3. Sendo menor do que 5, mantivemos o número 2, que é o último algarismo significativo.

Considere, agora, o produto: $2{,}33 \cdot 1{,}4$. Efetuando a operação encontramos 3,262. O resultado deve apresentar 2 algarismos significativos. Assim, temos: 3,3. Nesse caso, o primeiro número a ser abandonado é 6. Sendo maior do que 5, acrescentamos uma unidade ao número 2, que é o último algarismo significativo.

Na **adição** e na **subtração**, o resultado deve conter um número de casas decimais igual ao da parcela com menos casas decimais. Assim, por exemplo, considere a adição: $3{,}32 + 3{,}1$. Ao efetuarmos a operação, encontramos como resultado 6,42. Como a primeira parcela tem duas casas decimais (3,32) e a segunda somente uma (3,1), apresentamos o resultado com apenas uma casa decimal. Assim, temos: 6,4.

Na adição $3{,}37 + 3{,}1 = 6{,}47$, apresentamos o resultado com uma casa decimal e, levando em conta a regra do arredondamento, obtemos: 6,5.

4 Notação científica

Utilizar a notação científica significa exprimir um número da seguinte forma: $N \cdot 10^n$, em que n é um expoente inteiro e N é tal que $1 \leqslant N < 10$. Para exprimir a medida de uma grandeza em notação científica, o número N deve ser formado por todos os algarismos significativos que nela comparecem.

Por exemplo, considere que as medidas indicadas a seguir estejam expressas corretamente em algarismos significativos: 360 s e 0,0035 m. Utilizando a notação científica e levando em conta o número de algarismos significativos, escrevemos, respectivamente, para essas medidas: $3{,}60 \cdot 10^2$ s e $3{,}5 \cdot 10^{-3}$ m.

Ordem de grandeza

Determinar a **ordem de grandeza** de uma medida consiste em fornecer, como resultado, a potência de 10 mais próxima do valor encontrado para a grandeza. Como estabelecer essa potência de 10 mais próxima?

Partindo da notação científica, $N \cdot 10^n$, procede-se assim: se o número N que multiplica a potência de 10 for maior ou igual a $\sqrt{10}$, utiliza-se, como ordem de grandeza, a potência de 10 de expoente um grau acima, isto é, 10^{n+1}; se N for menor que $\sqrt{10}$, usa-se a mesma potência da notação científica, isto é, 10^n.

É importante observar que $10^{0,5} = \sqrt{10} \simeq 3{,}16$ é o valor utilizado como limite de aproximação, isto é, corresponde ao ponto médio do intervalo 10^0 e 10^1 $\left(10^{\frac{0+1}{2}} = 10^{0,5}\right)$.

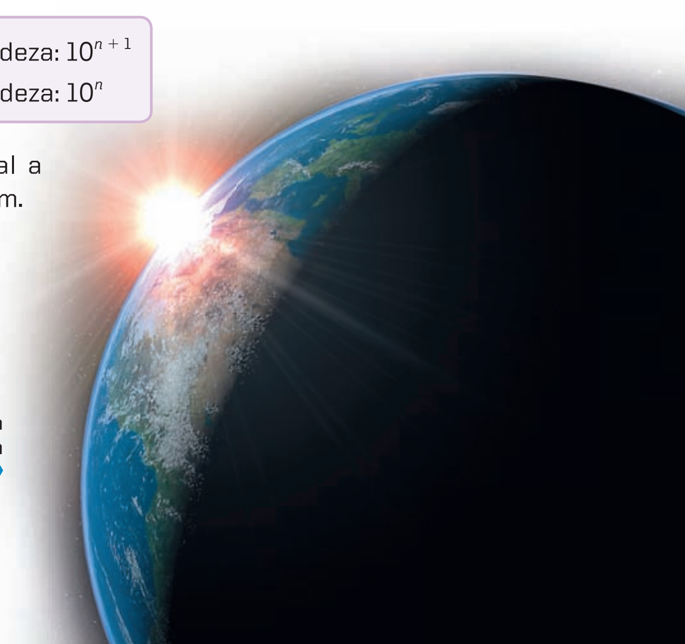
Em resumo, temos:

$$N \geqslant \sqrt{10} \Rightarrow \text{ordem de grandeza: } 10^{n+1}$$
$$N < \sqrt{10} \Rightarrow \text{ordem de grandeza: } 10^{n}$$

Para exemplificar, considere o raio da Terra igual a $6{,}37 \cdot 10^6$ m e a distância da Terra ao Sol igual a $1{,}49 \cdot 10^{11}$ m. Vamos calcular a ordem de grandeza desses valores.

Sendo $6{,}37 > \sqrt{10}$, a ordem de grandeza do raio da Terra é dada por: 10^{6+1} m $= 10^7$ m.

Sendo $1{,}49 < \sqrt{10}$, temos para a distância da Terra ao Sol a ordem de grandeza: 10^{11} m.



Comparando as ordens de grandeza entre a distância da Terra ao Sol e o raio da Terra, verificamos uma diferença de 4 ordens de grandeza.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 1 Um espetáculo musical tem início exatamente às 21 h 15 min 25 s e termina às 23 h 38 min 15 s. Determine a duração desse espetáculo.

Solução:
A duração do espetáculo corresponde ao intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, em que t_1 = 21 h 15 min 25 s é o instante de início e t_2 = 23 h 38 min 15 s é o instante de término.
Para calcular essa diferença, devemos iniciar a subtração pela coluna dos segundos, de modo que o valor do instante final (t_2) em cada coluna seja sempre maior que o do instante inicial (t_1). No caso, na coluna dos segundos, temos 15 s para t_2 e 25 s para t_1. Como 15 s é menor do que 25 s, passamos 1 min (60 s) da coluna dos minutos para a coluna dos segundos.
Assim, teremos:

$$\begin{matrix} t_2 = 23 \text{ h } 38 \text{ min } 15 \text{ s} \\ t_1 = 21 \text{ h } 15 \text{ min } 25 \text{ s} \end{matrix} \Rightarrow \begin{array}{r} 23 \text{ h } 37 \text{ min } 75 \text{ s} \\ -\ 21 \text{ h } 15 \text{ min } 25 \text{ s} \\ \hline 2 \text{ h } 22 \text{ min } 50 \text{ s} \end{array}$$

Portanto, o intervalo de tempo (Δt) correspondente à duração do espetáculo vale:

$$\boxed{\Delta t = 2 \text{ h } 22 \text{ min } 50 \text{ s}}$$

Se quisermos dar a resposta em segundos, devemos lembrar que 1 h = 3.600 s e 1 min = 60 s. Portanto:

$$\Delta t = (2 \cdot 3.600) + (22 \cdot 60) + 50$$

$$\Delta t = 7.200 + 1.320 + 50$$

$$\boxed{\Delta t = 8.570 \text{ s}}$$

Resposta: 2 h 22 min 50 s ou 8.570 s

R. 2 A balança da figura abaixo está graduada em quilogramas (kg). Qual é a massa do pacote colocado sobre o prato da balança? Quais são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso?



Solução:
Observando que cada divisão corresponde a 0,1 kg, concluímos que a massa do pacote está compreendida entre 2,4 e 2,5 kg. Avaliamos, então, a massa do pacote em 2,45 kg. Note que os algarismos 2 e 4 são corretos, e que o algarismo 5 é duvidoso.

Respostas: 2,45 kg; 2 e 4 são os algarismos corretos; 5 é o algarismo duvidoso.

R. 3 O sino de uma igreja bate uma vez a cada meia hora, todos os dias. Qual é a ordem de grandeza do número de vezes que o sino bate em um ano?

Solução:
Se o sino bate uma vez a cada meia hora, concluímos que em um dia ele bate 48 vezes. Logo, o número de batidas do sino em um ano é dado por:

$$X = 48 \cdot 365 \Rightarrow X = 17.520 \text{ batidas}$$

Em notação científica, com três algarismos significativos, temos $X = 1{,}75 \cdot 10^4$ batidas.
Como $1{,}75 < \sqrt{10}$, para a ordem de grandeza teremos o valor:

$$\boxed{X' = 10^4 \text{ batidas}}$$

Resposta: 10^4 batidas

R. 4 Qual é a ordem de grandeza do número de batimentos cardíacos de um aluno do ensino médio, desde o seu nascimento?

Solução:
Para a resolução desse exercício é necessário fazer algumas estimativas. Vamos, por exemplo, considerar que o coração bata 70 vezes em um minuto e vamos adotar para a idade do aluno 15 anos. Devemos, inicialmente, calcular o número de minutos existente em 15 anos:

$$15 \text{ anos} = 15 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \text{ minutos}$$

$$15 \text{ anos} = 7.884.000 \text{ minutos}$$

O número X de batimentos em 15 anos de vida será:

$$X = 70 \text{ batimentos por minuto} \cdot 7.884.000 \text{ minutos}$$

$$X = 551.880.000 \text{ batimentos}$$

Em notação científica, com três algarismos significativos, temos $X = 5{,}52 \cdot 10^8$ batimentos.
Como $5{,}52 > \sqrt{10}$, para a ordem de grandeza temos o valor:

$$\boxed{X' = 10^9 \text{ batimentos}}$$

Observe que a escolha da idade do aluno (para 14, 16 ou 17 anos) ou do número de batimentos por minuto (para 60, 80 ou 90) não altera o resultado da ordem de grandeza.

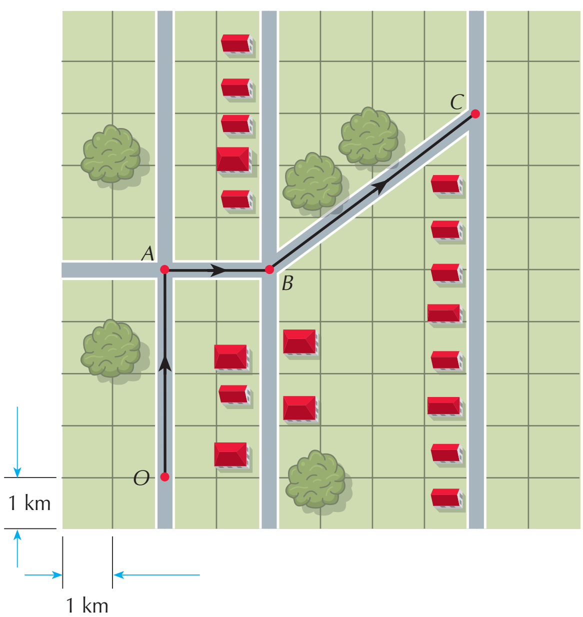
Resposta: 10^9 batimentos

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 1 Efetue as seguintes conversões:

a) 1 m em cm
b) 1 cm em m
c) 1 m em mm
d) 1 km em m
e) 1 mm em m
f) 1 cm em mm

P. 2 Um carro parte da posição *O* e percorre o caminho *OABC* conforme indicado na figura abaixo. Determine as distâncias percorridas: de *O* a *A*, de *A* a *B* e de *B* a *C*.



P. 3 Efetue as seguintes conversões:

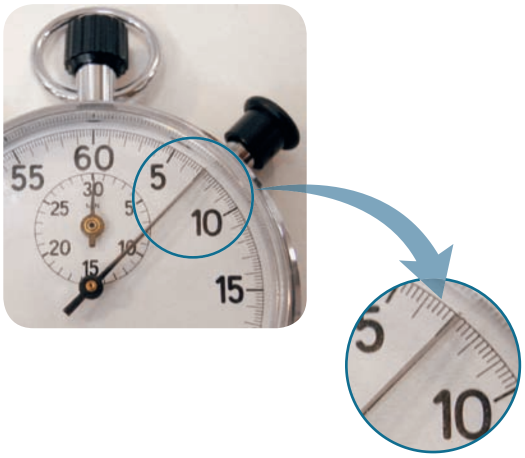
a) 1 h em min
b) 1 min em s
c) 1 h em s
d) 1 dia em s

P. 4 Uma corrida de automóveis tem início às 10 h 20 min 45 s e termina às 12 h 15 min 35 s. Determine o intervalo de tempo de duração da corrida.

P. 5 Efetue as operações indicadas abaixo. Os números estão expressos corretamente em algarismos significativos. Dê a resposta da 1ª operação em m e da 2ª em m^2.

1ª) 3,020 m + 0,0012 km + 320 cm
2ª) 4,33 m × 50,2 cm

P. 6 Um estudante utilizou um cronômetro para determinar o intervalo de tempo com que uma pedra, abandonada de certa altura, atinge o chão. O resultado obtido é indicado na foto abaixo. Sabe-se que o ponteiro não completou uma volta.



Qual é a leitura do cronômetro expressa em algarismos significativos? Quais são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso?

P. 7 As medidas indicadas abaixo estão expressas corretamente em algarismos significativos.

a) 473 m
b) 0,0705 cm
c) 37 mm
d) 37,0 mm

Escreva-as em notação científica e indique os algarismos corretos e o primeiro duvidoso, em cada medida.

P. 8 O intervalo de tempo de um ano corresponde a quantos segundos? Dê sua resposta em notação científica e com dois algarismos significativos.

P. 9 Sabendo-se que em 1 cm^3 cabem aproximadamente 20 gotas de água, determine a ordem de grandeza do número de gotas de água necessárias para encher a banheira de um apartamento.

P. 10 (Fasp-SP) Uma partida normal de futebol é disputada em 90 minutos. O estádio do Morumbi, em São Paulo, já recebeu cerca de 30 milhões de torcedores desde sua abertura em 1960. A média de torcedores por partida é de aproximadamente 28.000. Então, qual é a ordem de grandeza do total de minutos de futebol já jogados no Morumbi?

TESTES PROPOSTOS

T.1 (PUC-Campinas-SP) Um intervalo de tempo igual a 25.972,5 segundos corresponde a:

a) 7 h 12 min 52,5 s
b) 7 h 772 min 0,5 s
c) 7 h 21 min 145 s
d) 432 h 52,5 min
e) 432,875 h

T.2 (Inatel-MG) A tabela abaixo descreve alguns eventos temporais a respeito da formação do nosso Sol e da Terra.

Alguns eventos temporais (em anos passados até a data atual)	
$4{,}55 \cdot 10^9$	Formação do Sol
$4{,}45 \cdot 10^9$	Formação da Terra
$3{,}8 \cdot 10^9$	Os continentes emergem das águas
$4{,}2 \cdot 10^8$	Aparecimento das plantas sobre o solo
$6{,}7 \cdot 10^7$	Extinção dos dinossauros
$1{,}2 \cdot 10^5$	Aparecimento do homem de Neanderthal
$4{,}0 \cdot 10^3$	Início da história do homem

Se adotarmos que a formação do Sol ocorreu há 1 dia terrestre, quando se iniciou a história da civilização humana nessa nova escala de tempo? (1 dia terrestre = 86.400 segundos)

a) Há 76 segundos, aproximadamente.
b) Há 76 milissegundos, aproximadamente.
c) Há 76 microssegundos, aproximadamente.
d) Há 78 milissegundos, aproximadamente.
e) Há 78 microssegundos, aproximadamente.

T.3 As aulas num dado colégio de Florianópolis têm início às 7 h 30 min todos os dias. Em determinado dia, por mau funcionamento do relógio sinaleiro, o sinal de término das aulas soou às 13 h 15 min 20 s. A duração das aulas nesse dia no colégio foi de:

a) 6 h 15 min 20 s
b) 5 h 45 min 20 s
c) exatamente 6 h
d) 5 h 45 min 40 s
e) 6 h 45 min 20 s

T.4 (Acafe-SC) No ano 2004 foram realizadas eleições para prefeito, vice-prefeito e vereador em todos os municípios do Brasil. Os candidatos utilizaram o horário político gratuito na mídia e realizaram comícios, fazendo diversos discursos. Enrico Fermi observou, certa vez, que a duração padrão de um discurso é de aproximadamente um microsséculo. Considerando todos os anos com 365 dias, é **correto** afirmar que a duração de um microsséculo, em **minutos**, é (dado: 1 micro $= 10^{-6}$):

a) 24,25
b) 87,60
c) 36,50
d) 120,00
e) 52,56

T.5 (Ufac) Num campo de futebol não oficial, as traves verticais do gol distam entre si 8,15 m.
Considerando que 1 jarda vale 3 pés e que 1 pé mede 30,48 cm, a largura mais aproximada desse gol, em jardas, é:

a) 6,3
b) 8,9
c) 10,2
d) 12,5
e) 14,0

T.6 (Fuvest-SP) No estádio do Morumbi 120.000 torcedores assistem a um jogo. Através de cada uma das 6 saídas disponíveis podem passar 1.000 pessoas por minuto. Qual é o tempo mínimo necessário para se esvaziar o estádio?

a) uma hora
b) meia hora
c) $\frac{1}{4}$ de hora
d) $\frac{1}{3}$ de hora
e) $\frac{3}{4}$ de hora

T.7 (UFRJ) Numa fila de banco há 300 pessoas. O guarda autoriza a entrar no banco, durante 10 segundos, 30 pessoas. Para nova autorização há a espera de 20 minutos.
Levando-se em consideração serem sempre constantes os intervalos mencionados, as 300 pessoas da fila serão atendidas, aproximadamente, em:

a) 201 min
b) 191 min
c) 181 min
d) 171 min
e) 161 min

T.8 (FEI-SP) O diâmetro de um fio de cabelo é 10^{-4} m. Sabendo-se que o diâmetro de um átomo é 10^{-10} m, quantos átomos colocados lado a lado seriam necessários para fazer uma linha que divida o fio de cabelo ao meio exatamente no seu diâmetro?

a) 10^4 átomos
b) 10^5 átomos
c) 10^6 átomos
d) 10^7 átomos
e) 10^8 átomos

T.9 (UEL-PR) O velocímetro indica a velocidade instantânea de um veículo. Num certo instante, a indicação do aparelho está representada abaixo.



A *melhor* leitura da velocidade, em km/h, é:

a) 80
b) 84
c) 87
d) 90
e) 92

V1_P1_UN_A_CAP_01.indd 24 18.07.09 11:08:20

T. 10 (PUC-SP) O número de algarismos significativos de 0,00000000008065 cm é:

a) 3
b) 4
c) 11
d) 14
e) 15

T. 11 (Cefet-PE) A medição do comprimento de um lápis foi realizada por um aluno usando uma régua graduada em mm. Das alternativas apresentadas, aquela que expressa corretamente a medida obtida é:

a) 15 cm
b) 150 mm
c) 15,00 cm
d) 15,0 cm
e) 150,00 mm

T. 12 (UFJF-MG) Supondo-se que um grão de feijão ocupe o espaço equivalente a um paralelepípedo de arestas 0,5 cm × 0,5 cm × 1,0 cm, qual das alternativas abaixo melhor estima a ordem de grandeza do número de feijões contido no volume de um litro?

a) 10
b) 10^2
c) 10^3
d) 10^4
e) 10^5

T. 13 (Fuvest-SP) Qual é a ordem de grandeza do número de voltas dadas pela roda de um automóvel ao percorrer uma estrada de 200 km?

a) 10^2
b) 10^3
c) 10^5
d) 10^7
e) 10^9

T. 14 (Cesgranrio-RJ) Alguns experimentos realizados por virologistas demonstram que um bacteriófago (vírus que parasita e se multiplica no interior de uma bactéria) é capaz de formar 100 novos vírus em apenas 30 minutos. Se introduzirmos 1.000 bacteriófagos em uma colônia suficientemente grande de bactérias, qual será a ordem de grandeza do número de vírus existentes após 2 horas?

a) 10^7
b) 10^8
c) 10^9
d) 10^{10}
e) 10^{11}

T. 15 (UEL-PR) Um recipiente cúbico tem 3,000 m de aresta, *n* é o número máximo de cubos de 3,01 mm de aresta que cabem no recipiente. A ordem de grandeza de *n* é:

a) 10^6
b) 10^7
c) 10^8
d) 10^9
e) 10^{10}

T. 16 (UFG-GO)

Pois há menos peixinhos a nadar no mar
Do que os beijinhos que eu darei na sua boca

Vinicius de Moraes

Supondo que o volume total de água nos oceanos seja de cerca de um bilhão de quilômetros cúbicos e que haja em média um peixe em cada cubo de água de 100 m de aresta, o número de beijos que o poeta beijoqueiro teria que dar em sua namorada, para não faltar com a verdade, seria da ordem de:

a) 10^{10}
b) 10^{12}
c) 10^{14}
d) 10^{16}
e) 10^{18}

Capítulo

2

Introdução ao estudo dos movimentos



O movimento é uma característica do Universo que pode ser observada nas mais variadas situações do cotidiano, como os graciosos passos de uma bailarina ou o movimento dos automóveis. O movimento também está presente na agitação de átomos e moléculas no microcosmo e na movimentação de estrelas e galáxias no macrocosmo.

2.1 Introdução

Os conceitos de repouso e de movimento, bem como a forma da trajetória, dependem do referencial adotado.

2.2 Velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea

Em um movimento, a variação do espaço de um móvel no decorrer do tempo define a velocidade escalar média. A velocidade escalar em cada instante é chamada instantânea.



O conceito de repouso e de movimento é relativo – depende do referencial adotado. Para os paraquedistas em formação, em relação aos companheiros, todos estão em repouso.



Momentos antes do salto, o paraquedista está em movimento em relação à Terra. No entanto, em relação ao avião, ele está em repouso.

Seção 2.1

Introdução

Objetivos

- Explicar os conceitos de referencial e trajetória.
- Analisar a dependência do conceito de movimento em relação ao de referencial.
- Conceituar velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea.

Termos e conceitos

- ponto material
- corpo extenso
- trajetória
- referencial
- origem dos espaços

A Cinemática é a parte da Mecânica que descreve os movimentos, procurando determinar a posição, a velocidade e a aceleração de um corpo em cada instante.

Em todas as questões e fenômenos discutidos neste livro, os corpos em estudo, denominados **móveis**, são considerados **pontos materiais**. Ponto material é um corpo cujas dimensões não interferem no estudo de determinado fenômeno.

Quando as dimensões de um corpo são relevantes no estudo de determinado fenômeno, ele é chamado **corpo extenso**. Um carro que realiza uma manobra para estacionar numa vaga é um corpo extenso. Já o mesmo carro, em uma viagem ao longo de uma estrada, pode ser tratado como um ponto material.

1 Posição numa trajetória

A primeira etapa em Cinemática é a determinação, em cada instante, da **posição** de um móvel. A posição de um móvel pode ser associada à noção de marco quilométrico numa moderna rodovia.

Ao longo de uma rodovia existem marcos quilométricos, cuja função é localizar, por exemplo, veículos que nela trafegam. Assim, a posição do ônibus da **figura 1*** é determinada pelo marco km 90, o que não significa que esse ônibus tenha andado necessariamente 90 km.

Se o ônibus tiver partido de uma localidade no km 60 (**fig. 2**) e se deslocado até o km 90, terá andado nesse intervalo de tempo 30 km, diferente portanto de 90 km. Desse modo, o marco quilométrico numa rodovia **apenas localiza o móvel** e não indica quanto este andou.

Na **figura 2**, o automóvel que cruza com o ônibus e desloca-se em sentido contrário também está no marco km 90. Assim, **o marco quilométrico não indica o sentido do movimento**.



Figura 1. O marco quilométrico km 90 localiza o ônibus nessa estrada e fornece sua posição.



Figura 2. Representação esquemática de posições numa rodovia.

* Nos esquemas e figuras, os móveis frequentemente não são representados em suas reais dimensões.

Para generalizar essas noções, vamos chamar de **trajetória** o conjunto das posições sucessivas ocupadas por um móvel no decorrer do tempo (**fig. 3**).

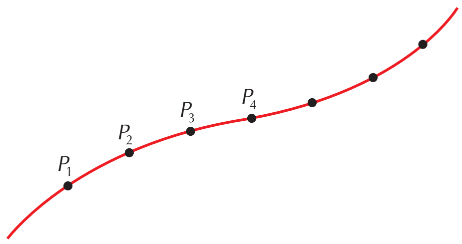


Figura 3. **O móvel ocupa as posições P_1, P_2, P_3, P_4, ... nos instantes sucessivos t_1, t_2, t_3, t_4, ...**
A linha que contém P_1, P_2, P_3, P_4, ... é a trajetória.

Na trajetória escolhemos arbitrariamente um **marco zero**, a partir do qual medimos comprimentos que indicam a posição do móvel (**fig. 4**) mas não fornecem nem o sentido nem a distância percorrida.

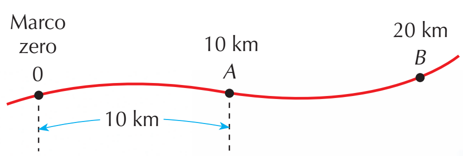


Figura 4. **O móvel *A* encontra-se a 10 km do marco zero, e o móvel *B*, a 20 km.**

Devemos observar que um móvel pode encontrar-se de um lado ou de outro em relação ao marco zero (**fig. 5A**), sendo portanto conveniente orientar a trajetória, adotando-se um sentido positivo (**fig. 5B**).



Figura 5.

Assim, a posição do móvel *A* fica definida pela medida algébrica +10 km, e a de *C*, por −10 km.

A medida algébrica do arco da trajetória que vai do marco zero à posição do móvel recebe o nome de **espaço**, indicado pela letra ***s***. O marco zero (0) é chamado de **origem dos espaços**.

Na **figura 5B** o espaço do móvel *A*, independentemente do sentido do seu movimento, é $s_A = +10$ km, e o de *C*, $s_C = -10$ km.

Os rastros de fumaça indicam as trajetórias das aeronaves em relação à Terra.



O espaço s permite conhecer a posição de um móvel ao longo da trajetória, em cada instante t (**fig. 6**).

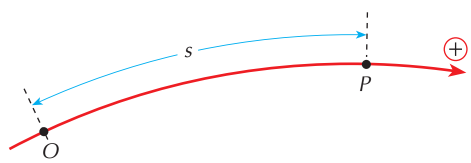


Figura 6. **A cada instante t corresponde um espaço s do móvel P.**



O marco zero (origem dos espaços) das estradas que cortam o estado do Paraná está localizado em Curitiba, a capital paranaense, na Praça Tiradentes, um de seus principais logradouros.

2 Referencial

Um corpo está em movimento quando sua posição muda no decurso do tempo. Considere um trem que parte suavemente de uma estação e se dirige a outra localidade (**fig. 7**). Em relação a um observador fixo na estação, a lâmpada presa ao teto do trem está em movimento, porque sua posição varia com o tempo. Porém, para um observador no interior do trem, a lâmpada está em **repouso**.

Desse modo, a noção de movimento e de repouso de um móvel é sempre relativa a outro corpo. Essa noção é imprecisa se não definimos o corpo em relação ao qual se considera o estado de movimento ou de repouso de um móvel.

O corpo em relação ao qual identificamos se um móvel está em movimento ou em repouso é chamado **referencial** ou **sistema de referência**.

O ônibus da **figura 8** se aproxima de um local onde uma pessoa o aguarda. O passageiro sentado dentro do ônibus está em movimento em relação a um referencial fixo no solo e em repouso em relação a um referencial fixo no ônibus.

Essas considerações permitem-nos estabelecer a noção de movimento e de repouso de um ponto material.

Um ponto material está em **movimento** em relação a um determinado **referencial** quando sua **posição**, nesse referencial, **varia no decurso do tempo**.

Um ponto material está em **repouso** em relação a um determinado **referencial** quando sua **posição**, nesse referencial, **não varia no decurso do tempo**.



Figura 7. **Os conceitos de repouso e de movimento dependem do referencial adotado.**



Figura 8. **O passageiro sentado dentro do ônibus está em movimento em relação à pessoa situada no ponto e em repouso em relação ao motorista.**

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *O sistema de posicionamento global, GPS*
Animação: *Movimento relativo*

A forma da trajetória descrita por um corpo também depende do referencial adotado. Como exemplo, considere um trem em movimento em relação ao solo, conforme a **figura 9**. A trajetória de uma lâmpada que se desprende do teto do trem é um segmento de reta vertical em relação a um referencial fixo no trem (*T*). Assim, um passageiro, por exemplo, veria a lâmpada cair verticalmente. Em relação a um referencial (*S*) no solo, porém, a lâmpada descreve uma curva – um arco de parábola, conforme estudaremos mais adiante, em detalhes, neste livro.

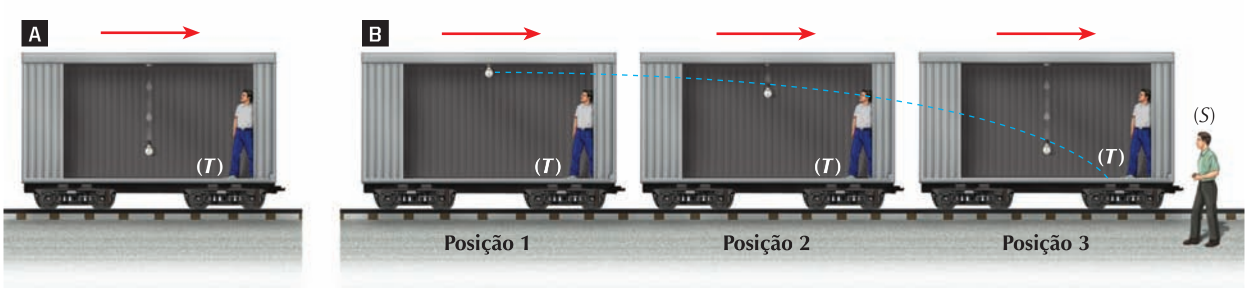


Figura 9. (A) Em relação ao observador (*T*) a lâmpada descreve uma trajetória retilínea vertical. (B) Em relação ao observador (*S*) a lâmpada descreve uma trajetória parabólica.



Trajetórias, em relação ao solo, do centro e de um ponto da borda de um disco que rola sem derrapar. O centro descreve uma trajetória retilínea, e o ponto da borda, uma trajetória curvilínea denominada **cicloide**. A foto foi obtida fixando-se uma pequena lâmpada no centro e outra num ponto da borda.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 11 Você está viajando, sentado na poltrona de um ônibus, pela Rodovia dos Bandeirantes, que liga São Paulo a Campinas. Cite um referencial em relação ao qual você está em repouso e outro referencial em relação ao qual você está em movimento.

P. 12 Na foto abaixo você observa um avião reabastecendo outro em pleno voo. Pode-se afirmar que os aviões estão em repouso?



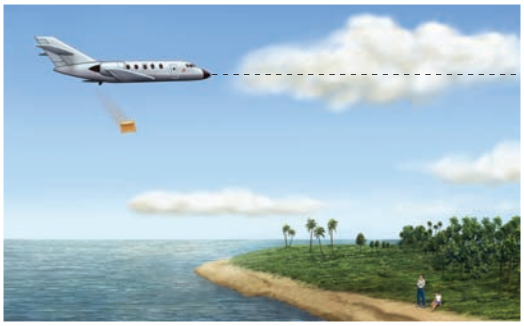
P. 13 Um aluno, ao ler este livro, está em sua sala de aula, sentado em uma cadeira. O aluno está em repouso ou em movimento? Explique.

P. 14 Considere três objetos *A*, *B* e *C*. Analise a afirmativa abaixo e indique se está certa ou errada:
"Se *A* está em movimento em relação a *B* e *B* está em movimento em relação a *C*, então *A* está em movimento em relação a *C*".

P. 15 Um helicóptero sobe verticalmente em relação ao solo, com velocidade constante. Esboce a trajetória descrita pelo ponto *P* da periferia da hélice, em relação:
a) ao piloto do helicóptero;
b) a um observador parado no solo.



P. 16 Um avião voa horizontalmente e com velocidade constante. No instante indicado na figura abaixo, o piloto aciona um dispositivo e deixa cair uma caixa com alimentos destinada a náufragos que se encontram numa ilha de difícil acesso. Despreze a resistência do ar. Qual é a trajetória descrita pela caixa em relação:
a) ao avião? **b)** à Terra?



Seção 2.2

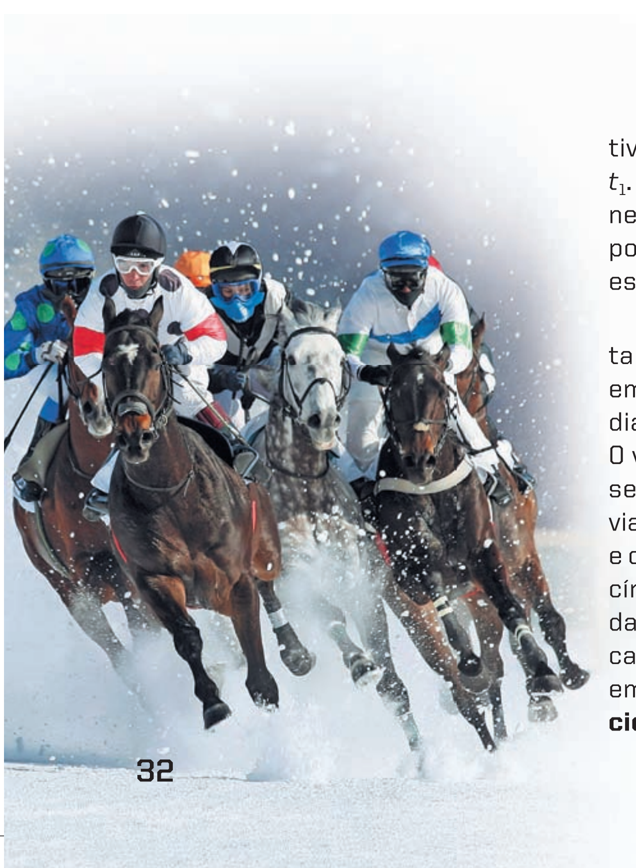
Velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea

Objetivos

- Diferenciar velocidade escalar média e velocidade escalar instantânea.
- Conhecer e utilizar as unidades de medidas dessas grandezas e as transformações entre elas.
- Distinguir movimento progressivo e movimento retrógrado.

Termos e conceitos

- **velocidade escalar média**
- **velocidade escalar instantânea**
- **variação do espaço**
- **intervalo de tempo**
- **função horária**
- **espaço inicial**
- **origem dos tempos**



Considere um ônibus em movimento em relação ao solo, percorrendo 180 km em 3 h. A distância percorrida (180 km) dividida pelo intervalo de tempo (3 h) caracteriza a **velocidade escalar média** v_m do ônibus:

$$v_m = \frac{180\ \text{km}}{3\ \text{h}} = 60\ \text{km/h}$$

Outro ônibus que percorresse a mesma distância (180 km) em apenas 2 h teria a velocidade escalar média de:

$$v'_m = \frac{180\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 90\ \text{km/h}$$

e seria mais rápido que o anterior, nesse percurso.

A qualquer movimento associamos a grandeza chamada **velocidade escalar** para medir a variação do espaço do móvel no decorrer do tempo. Iniciaremos, portanto, nosso estudo analisando a **velocidade escalar média**.

Considere um ponto material P descrevendo uma certa trajetória em relação a um determinado referencial. No instante t_1 seu espaço é s_1 e no instante posterior t_2 seu espaço é s_2 (**fig. 10**). No intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ a **variação do espaço** do ponto material é $\Delta s = s_2 - s_1$. A velocidade escalar média v_m no intervalo de tempo Δt é expressa pela relação:

$$v_{m\,(t_1 \mapsto t_2)} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

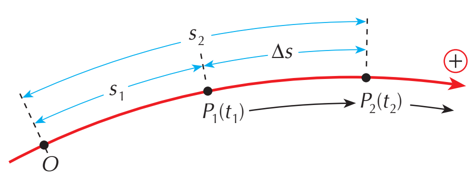


Figura 10.

Note, na definição de velocidade escalar média, que Δt é sempre positivo, pois é a diferença entre o instante posterior t_2 e o instante anterior t_1. Já a variação do espaço $\Delta s = s_2 - s_1$ pode ser positiva, se $s_2 > s_1$; negativa, se $s_2 < s_1$; e eventualmente nula, quando o móvel retorna à sua posição inicial ($s_2 = s_1$). O sinal de Δs determina o sinal da velocidade escalar média.

No exemplo inicialmente citado nesta seção, o ônibus percorreu 180 km em 3 h e sua velocidade escalar média, nesse intervalo, foi de 60 km/h. O velocímetro do ônibus não marcará sempre 60 km/h, pois durante uma viagem a velocidade aumenta, diminui, e o ônibus eventualmente para. O velocímetro nos fornece o valor absoluto da velocidade escalar do ônibus em cada instante. A velocidade escalar em cada instante é denominada **velocidade escalar instantânea**.



No instante da foto, a velocidade escalar instantânea do veículo era 80 km/h.

A velocidade escalar instantânea v pode ser entendida como uma velocidade escalar média $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, considerando-se o intervalo de tempo Δt extremamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \to 0$), o que implica que t_2 tende a t_1 ($t_2 \to t_1$). Nesse caso, o quociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ assume um determinado valor limite. Daí a definição:

A **velocidade escalar instantânea** v é o valor limite a que tende a velocidade escalar média $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero. Representa-se por:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A notação **lim** da expressão acima deve ser lida **limite de**, e representa uma operação de cálculo que só será estudada no final do ensino médio ou em cursos superiores.

No caso em que a velocidade escalar instantânea é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a velocidade escalar média em qualquer intervalo de tempo.

A unidade de velocidade escalar (média ou instantânea) é expressa em unidade de comprimento por unidade de tempo: km/h (quilômetros por hora), m/s (metros por segundo), mi/h (milhas por hora), cm/s (centímetros por segundo) etc.

No decorrer deste livro encontraremos problemas em que será necessário converter velocidades expressas em km/h para m/s, e vice-versa.

Sabemos que: $\begin{cases} 1 \text{ km} = 1.000 \text{ m} \\ 1 \text{ h} = 60 \text{ min e } 1 \text{ min} = 60 \text{ s} \\ 1 \text{ h} = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3.600 \text{ s} \end{cases}$ Então: $\left\{ 1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = \frac{1 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \right.$

Portanto: $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$

Sendo assim, para converter km/h em m/s divide-se o valor da velocidade por 3,6; para converter m/s em km/h, multiplica-se o valor da velocidade por 3,6:

$$\frac{\text{km}}{\text{h}} \underset{\times 3,6}{\overset{: 3,6}{\rightleftarrows}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Assim, por exemplo, um atleta que corre 100 m em 10 s terá uma velocidade escalar média:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 10 \text{ m/s}$$

Essa velocidade, expressa em quilômetros por hora, vale:

$$v_m = 10 \cdot 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow v_m = 36 \text{ km/h}$$

Portanto, uma velocidade baixa para um automóvel (36 km/h) representa para o homem uma velocidade extremamente alta, que somente atletas olímpicos conseguem alcançar.

Por outro lado, um carro que desenvolve numa estrada a velocidade de 108 km/h fará, em metros por segundo:

$$v = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow v = 30 \text{ m/s}$$



1 Movimento progressivo e retrógrado

O movimento é chamado **progressivo** quando o móvel caminha a favor da orientação positiva da trajetória (**fig. 11A**). Seus espaços **crescem** no decurso do tempo e sua velocidade escalar é **positiva**.

O movimento é chamado **retrógrado** quando o móvel caminha contra a orientação positiva da trajetória (**fig. 11B**). Seus espaços **decrescem** no decurso do tempo e sua velocidade escalar é **negativa**.

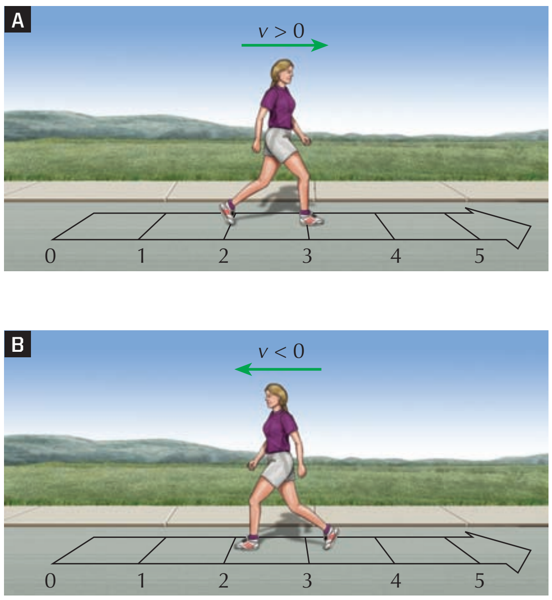
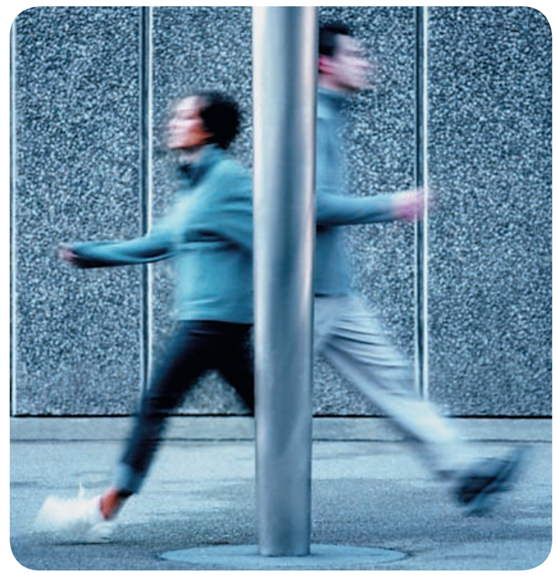


Figura 11. **Observe que o sinal atribuído à velocidade escalar indica apenas o sentido do movimento.**



Orientando-se a trajetória da direita para a esquerda, qual dos pedestres tem movimento progressivo e qual tem movimento retrógrado?

2 Função horária

Considere um ponto material em movimento em relação a um dado referencial. Com o decorrer do tempo seu espaço varia. A função que relaciona o espaço *s* com os correspondentes instantes *t* é denominada **função horária do movimento** e é representada genericamente por $s = f(t)$, expressão que se lê: *s* é uma função de *t*.

Toda vez que fornecemos uma função horária, devemos indicar as unidades: se *s* estiver em metros (m) e *t* em segundos (s), a unidade da velocidade *v* será m/s; se *s* estiver em quilômetros (km) e *t* em horas (h), a unidade de *v* será km/h.

Exemplos:

a) $s = 10 + 5t$ (*s* em metros e *t* em segundos)

A função horária descreve o movimento indicando matematicamente como o espaço varia com o tempo. Assim, para o exemplo dado, atribuindo-se valores a *t*, obtemos valores de *s*, chegando à tabela horária da descrição do movimento do móvel (*P*):

Como $s = 10 + 5t$, temos:

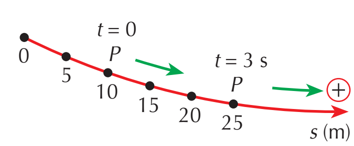
$t = 0$: $s = 10 + 5 \cdot 0 \Rightarrow s = 10$ m

$t = 1$ s: $s = 10 + 5 \cdot 1 \Rightarrow s = 15$ m

$t = 2$ s: $s = 10 + 5 \cdot 2 \Rightarrow s = 20$ m

$t = 3$ s: $s = 10 + 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 25$ m

t (s)	*s* (m)
0	10
1	15
2	20
3	25



Nesse exemplo, o espaço do móvel cresce no decurso do tempo e, portanto, o movimento é **progressivo**.

b) $s = 20 - 5t$ (s em metros e t em segundos)

Para esse exemplo, temos:

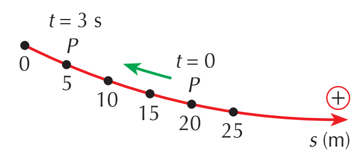
$t = 0$: $s = 20 - 5 \cdot 0 \Rightarrow s = 20$ m

$t = 1$ s: $s = 20 - 5 \cdot 1 \Rightarrow s = 15$ m

$t = 2$ s: $s = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow s = 10$ m

$t = 3$ s: $s = 20 - 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 5$ m

t (s)	*s* (m)
0	20
1	15
2	10
3	5



Nesse exemplo, o espaço do móvel decresce no decurso do tempo e, portanto, o movimento é **retrógrado**.

c) $s = 8 - 4t + t^2$ (s em metros e t em segundos)

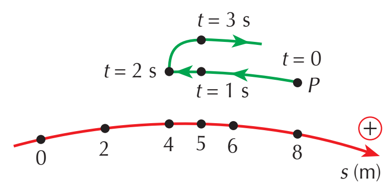
$t = 0$: $s = 8 - 4 \cdot 0 + 0 \Rightarrow s = 8$ m

$t = 1$ s: $s = 8 - 4 \cdot 1 + 1^2 \Rightarrow s = 5$ m

$t = 2$ s: $s = 8 - 4 \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow s = 4$ m

$t = 3$ s: $s = 8 - 4 \cdot 3 + 3^2 \Rightarrow s = 5$ m

t (s)	*s* (m)
0	8
1	5
2	4
3	5



Nesse exemplo, o movimento do móvel foi inicialmente retrógrado e, depois, progressivo.

O instante $t = 0$ é chamado **origem dos tempos** (corresponde ao instante em que o cronômetro é acionado) e o espaço do móvel nesse instante é chamado **espaço inicial**, sendo indicado por s_0.

Espaço inicial (s_0) é o espaço do móvel no instante $t = 0$.

Nos exemplos citados, os espaços iniciais são: a) $s_0 = 10$ m; b) $s_0 = 20$ m; c) $s_0 = 8$ m.

Comparando velocidades

- A velocidade média de uma pessoa em passo normal é de aproximadamente 1,5 m/s, o que equivale a 5,4 km/h. Os atletas olímpicos nas provas de 100 m rasos desenvolvem velocidades médias de 10 m/s, ou seja, 36 km/h.
- A lesma desloca-se com velocidade média de 1,5 mm/s, o bicho-preguiça, com velocidade de 2 m/min no solo, enquanto o guepardo, um dos animais mais velozes da Terra, atinge velocidades superiores a 100 km/h.
- O avestruz é a ave terrestre mais rápida, podendo atingir a velocidade de 72 km/h.
- Na França, o trem de grande velocidade (TGV) faz o trajeto de 430 km, entre Paris e Lyon, em 1 h 55 min, desenvolvendo uma velocidade média de 224 km/h.
- A velocidade do som no ar é de 340 m/s ou 1.224 km/h. Os aviões supersônicos superam 2.000 km/h.
- Os aviões do projeto X-15, criado pela NASA nos anos 1960 para treinamento de astronautas, chegavam a alcançar a fantástica velocidade de 7.358 km/h.
- A velocidade de translação da Terra em torno do Sol é de 30 km/s ou 108.000 km/h.
- Devido à rotação da Terra, um ponto do equador tem velocidade de aproximadamente 1.700 km/h.
- A velocidade da luz no vácuo é de 300.000 km/s ou 1,08 bilhão de km/h.

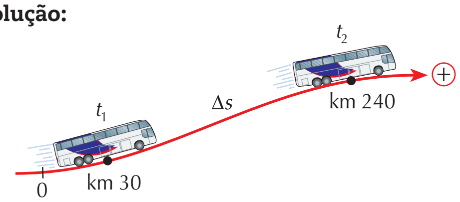


Um TGV cruzando um campo de girassóis na França.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 5 Um ônibus passa pelo km 30 de uma rodovia às 6 h, e às 9 h 30 min passa pelo km 240. Qual é a velocidade escalar média desenvolvida pelo ônibus nesse intervalo de tempo?

Solução:



No instante $t_1 = 6$ h o espaço do ônibus é $s_1 = 30$ km e no instante $t_2 = 9$ h 30 min seu espaço é $s_2 = 240$ km. A variação de espaço é igual a:

$$\Delta s = s_2 - s_1$$
$$\Delta s = 240 - 30$$
$$\Delta s = 210 \text{ km}$$

O intervalo de tempo correspondente vale:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$
$$\Delta t = 9 \text{ h } 30 \text{ min} - 6 \text{ h}$$
$$\Delta t = 3 \text{ h } 30 \text{ min}$$
$$\Delta t = 3{,}5 \text{ h}$$

Assim, a velocidade escalar média será:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{210}{3{,}5} \Rightarrow \boxed{v_m = 60 \text{ km/h}}$$

Resposta: 60 km/h

R. 6 Um carro de passeio percorre 30 km em 20 min. Determine sua velocidade escalar média nesse percurso.

Solução:
A variação do espaço do carro foi $\Delta s = 30$ km e o intervalo de tempo foi

$$\Delta t = 20 \text{ min} = 20 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = \frac{1}{3} \text{ h}.$$

Assim, a velocidade escalar média será:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{30}{\frac{1}{3}} \Rightarrow \boxed{v_m = 90 \text{ km/h}}$$

Resposta: 90 km/h

R. 7 No exercício anterior, qual teria sido a velocidade escalar média do carro se, durante o percurso, tivesse parado 10 min para o abastecimento de combustível?

Solução:
A variação do espaço continua sendo $\Delta s = 30$ km, mas o intervalo de tempo aumenta, pois temos de acrescentar a permanência no posto de abastecimento (10 min):

$$\Delta t = 20 + 10 \Rightarrow \Delta t = 30 \text{ min} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \Delta t = 30 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{2} \text{ h}.$$

A velocidade escalar média será então:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{30}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{v_m = 60 \text{ km/h}}$$

Resposta: 60 km/h

R. 8 Um ônibus percorre a distância de 480 km, entre Santos e Curitiba, com velocidade escalar média de 60 km/h. De Curitiba a Florianópolis, distantes 300 km, o ônibus desenvolve a velocidade escalar média de 75 km/h. Qual é a velocidade escalar média do ônibus no percurso de Santos a Florianópolis?

Solução:
Devemos calcular os intervalos de tempo que o ônibus gasta para percorrer cada um dos trechos:
Santos-Curitiba:

$$v_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{480}{60} \Rightarrow \Delta t_1 = 8 \text{ h}$$

Curitiba-Florianópolis:

$$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta s_2}{v_2} = \frac{300}{75} \Rightarrow \Delta t_2 = 4 \text{ h}$$

Portanto, a variação do espaço e o intervalo de tempo entre Santos e Florianópolis valem, respectivamente:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 = 480 + 300 \Rightarrow \Delta s = 780 \text{ km}$$
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 8 + 4 \Rightarrow \Delta t = 12 \text{ h}$$

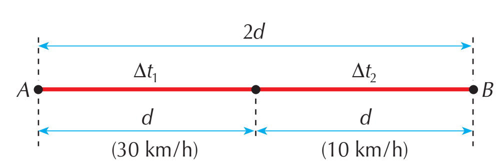
Assim, a velocidade escalar média do ônibus no percurso de Santos a Florianópolis vale:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{780}{12} \Rightarrow \boxed{v_m = 65 \text{ km/h}}$$

Resposta: 65 km/h

R. 9 A velocidade escalar média de um móvel durante a metade de um percurso é 30 km/h e esse mesmo móvel tem a velocidade escalar média de 10 km/h na metade restante desse mesmo percurso. Determine a velocidade escalar média do móvel no percurso total.

Solução:



Chamemos $2d$ a distância total do percurso e d a metade do percurso. Seja Δt_1 o intervalo de tempo gasto pelo móvel na primeira metade e Δt_2 o intervalo na segunda metade.
Na primeira metade a velocidade escalar média é 30 km/h:

$$30 = \frac{d}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{d}{30}$$

V1_P1_UN_B_CAP_02.indd 36 18.07.09 16:57:47

Na segunda metade a velocidade escalar média é 10 km/h:

$$10 = \frac{d}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{d}{10}$$

O intervalo de tempo total gasto no percurso $\overline{AB}$ ($AB = 2d$) é:

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{30} + \frac{d}{10} \Rightarrow \Delta t = \frac{4d}{30}$$

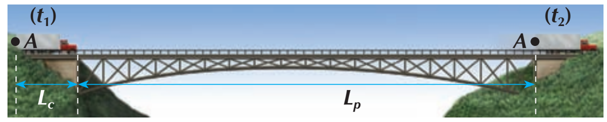
A velocidade escalar média procurada é:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{2d}{\frac{4d}{30}} \Rightarrow \boxed{v_m = 15 \text{ km/h}}$$

Resposta: A velocidade escalar média no percurso $\overline{AB}$ é 15 km/h; observe que não é a média aritmética das velocidades escalares médias em cada trecho do percurso.

R. 10 Uma carreta de 20 m de comprimento demora 10 s para atravessar uma ponte de 180 m de extensão. Determine a velocidade escalar média da carreta no percurso.

Solução:



A figura mostra a posição de uma carreta em dois instantes distintos: t_1, quando inicia a travessia da ponte, e t_2, quando termina essa travessia. Observe que no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ qualquer ponto da carreta (destacamos o ponto A na traseira) percorre a distância $\Delta s = L_c + L_p$, sendo que $L_c = 20$ m é o comprimento da carreta e $L_p = 180$ m é o comprimento da ponte.

Assim, a carreta percorre

$\Delta s = 20 \text{ m} + 180 \text{ m} = 200 \text{ m}$ no intervalo de tempo $\Delta t = 10$ s. Portanto, sua velocidade escalar média no percurso vale:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{200}{10} \Rightarrow \boxed{v_m = 20 \text{ m/s}}$$

Em quilômetros por hora:

$$v_m = 20 \cdot 3{,}6 \Rightarrow \boxed{v_m = 72 \text{ km/h}}$$

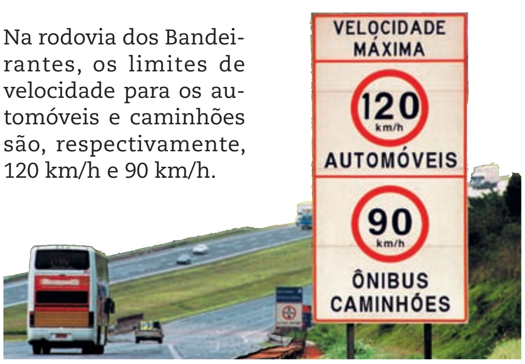
Resposta: 20 m/s ou 72 km/h

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 17 Um móvel percorre uma distância de 1.200 m em 4 min. Qual é sua velocidade escalar média?

P. 18 (Olimpíada Paulista de Física) A velocidade de crescimento dos fios de cabelo de uma pessoa é de aproximadamente 1,5 cm/mês. Suponha que Júlio, que tem 1,8 m de altura, deseja ter os cabelos bem compridos, de forma que eles cheguem a encostar no chão quando ele estiver em pé. Calcule quantos anos, no mínimo, Júlio tem que ficar sem cortar os cabelos, até ele conseguir o seu objetivo.

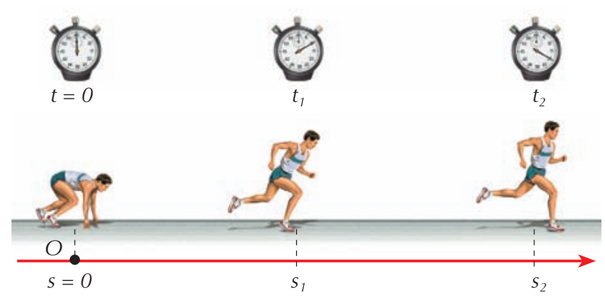
P. 19 Na rodovia dos Bandeirantes, os limites de velocidade para os automóveis e caminhões são, respectivamente, 120 km/h e 90 km/h.



a) Se um automóvel e um caminhão mantiverem durante 1 minuto a respectiva velocidade limite, quantos quilômetros cada um percorrerá nesse intervalo de tempo?

b) Imagine que um automóvel e um caminhão saiam de São Paulo no mesmo instante em direção a Campinas (distante 90 km). Se eles desenvolverem durante todo o trajeto, respectivamente, as velocidades médias de 100 km/h e 60 km/h, quantos minutos o automóvel chegará a Campinas antes do caminhão?

P. 20 Um atleta passa, no instante $t_1 = 10$ s, por uma posição cujo espaço é $s_1 = 50$ m, e no instante $t_2 = 20$ s, pela posição de espaço $s_2 = 120$ m, conforme a figura abaixo. Determine a velocidade escalar média do atleta no intervalo de t_1 a t_2.



P. 21 Um carro viaja 90 km de Atibaia (SP) a Cambuí (MG), parando durante 30 min num posto à beira da estrada, para refeição e abastecimento. De Atibaia até o posto gasta 1 h 30 min, fazendo o percurso do posto a Cambuí em mais 30 min. Calcule a velocidade escalar média do carro nessa viagem.

P. 22 (Ufac) Um carro com uma velocidade de 80 km/h passa pelo km 240 de uma rodovia às 7 h 30 min. A que horas este carro chegará à próxima cidade, sabendo-se que ela está situada no km 300 dessa rodovia?

P. 23 (PUC-Campinas-SP) Numa corrida de carros, suponha que o vencedor gastou 1 h 30 min para completar o circuito, desenvolvendo uma velocidade média de 240 km/h, enquanto um outro carro, o segundo colocado, desenvolveu a velocidade média de 236 km/h. Se a pista tem 30 km, quantas voltas o carro vencedor chegou à frente do segundo colocado?

P. 24 (Vunesp) Sentado em um ponto de ônibus, um estudante observa os carros percorrerem um quarteirão (100 m). Usando o seu relógio de pulso, ele marca o tempo gasto por 10 veículos para percorrerem essa distância. Suas anotações mostram:

Veículo	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
Tempo (s)	12	5	16	20	9	10	4	15	8	13

Com os dados colhidos, determine:

a) os valores da maior e da menor velocidade média;

b) quais veículos tiveram velocidade média acima da velocidade máxima permitida de 60 km/h.

P. 25 (UFRJ) Um estudante a caminho da UFRJ trafega 8,0 km na Linha Vermelha a 80 km/h (10 km/h a menos que o limite permitido nessa via). Se ele fosse insensato e trafegasse a 100 km/h, calcule quantos minutos economizaria nesse mesmo percurso.

P. 26 (UFPE) Quatro cidades *A*, *B*, *C* e *D* estão dispostas de tal modo que as distâncias rodoviárias entre *A* e *B*, *B* e *C*, e *C* e *D* são, respectivamente, $AB = 60$ km, $BC = 100$ km e $CD = 90$ km. Se um automóvel vai de *A* até *B* a uma velocidade de 60 km/h, da cidade *B* até a *C* a uma velocidade média de 50 km/h e da *C* até a *D* a uma velocidade média de 45 km/h, determine a velocidade média desse automóvel em km/h, para o percurso de *A* até *D*.

P. 27 Um percurso de 310 km deve ser feito por um ônibus em 5 h. O primeiro trecho de 100 km é percorrido com velocidade média de 50 km/h, e o segundo trecho de 90 km, com velocidade média de 60 km/h. Que velocidade média deve ter o ônibus no trecho restante para que a viagem se efetue no tempo previsto?

P. 28 A velocidade escalar média de um automóvel até a metade de seu percurso é 90 km/h e na metade restante é 60 km/h. Determine a velocidade escalar média no percurso total. Ela é a média aritmética das velocidades escalares médias em cada trecho do percurso?

P. 29 A velocidade escalar média de um automóvel é 80 km/h no primeiro trecho de seu percurso e 60 km/h no trecho restante. Os trechos são percorridos no mesmo intervalo de tempo. Qual é a velocidade escalar média durante todo o percurso? Ela é a média aritmética das velocidades escalares médias em cada trecho do percurso?

P. 30 Um trem de comprimento 200 m gasta 20 s para atravessar um túnel de comprimento 400 m. Determine a velocidade escalar média do trem.

P. 31 (Fuvest-SP) Uma composição ferroviária (19 vagões e uma locomotiva) desloca-se a 20 m/s. Sendo 10 m o comprimento de cada elemento da composição, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:

a) um sinaleiro?

b) uma ponte de 100 m de comprimento?

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 32 (UFPE) Um caminhão se desloca com velocidade escalar constante de 144 km/h. Suponha que o motorista cochile durante 1,0 s. Qual a distância, em metros, percorrida pelo caminhão nesse intervalo de tempo se ele não colidir com algum obstáculo?

P. 33 (Fuvest-SP) Um avião vai de São Paulo a Recife em 1 h 40 min. A distância entre essas cidades é aproximadamente 3.000 km. (Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s)

a) Qual a velocidade média do avião?

b) O avião é supersônico?

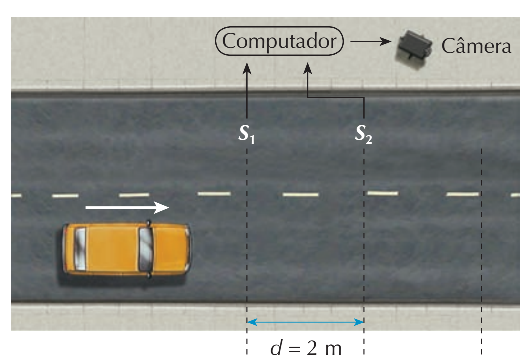
P. 34 (Olimpíada Brasileira de Física) Um avião parte de uma cidade *A* para outra cidade *B*, mantendo a velocidade constante igual a 250 km/h. Ao alcançar metade do caminho é forçado a diminuir a velocidade, mantendo-a constante em 200 km/h; consequentemente, chega ao destino com 15 minutos de atraso. Considerando que o tempo de mudança de velocidade é desprezível, qual a distância entre as cidades *A* e *B*?

P. 35 (Fuvest-SP) Diante de uma agência do INSS há uma fila de aproximadamente 100 m de comprimento, ao longo da qual se distribuem de maneira uniforme 200 pessoas. Aberta a porta, as pessoas entram, durante 30 s, com uma velocidade média de 1 m/s. Avalie:

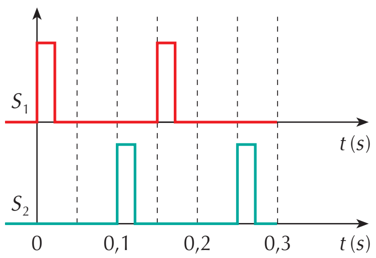
a) o número de pessoas que entraram na agência;

b) o comprimento da fila que restou do lado de fora.

P. 36 (Unicamp-SP) A figura abaixo mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de "radar").



Os sensores S_1 e S_2 e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para um certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



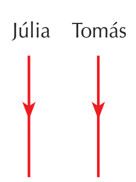
a) Determine a velocidade do veículo em km/h.
b) Calcule a distância entre os eixos do veículo.

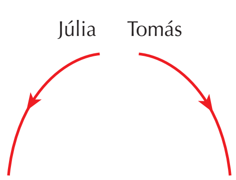
P. 37 (Unicamp-SP) Brasileiro sofre! Numa tarde de sexta-feira, a fila única de clientes de um banco tem comprimento médio de 50 m. Em média, a distância entre as pessoas na fila é de 1,0 m. Os clientes são atendidos por três caixas. Cada caixa leva cerca de 3,0 min para atender um cliente. Pergunta-se:
a) Qual a velocidade (média) dos clientes ao longo da fila?
b) Quanto tempo um cliente gasta na fila?
c) Se um dos caixas se retirar por 30 min, quantos metros a fila aumenta?

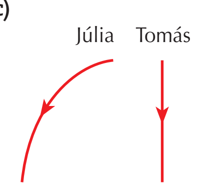
TESTES PROPOSTOS

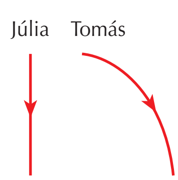
T. 17 (UEPB) Um professor de Física, verificando em sala de aula que todos os seus alunos encontram-se sentados, passou a fazer algumas afirmações para que eles refletissem e recordassem alguns conceitos sobre movimento.
Das afirmações seguintes formuladas pelo professor, a única correta é:
a) Pedro (aluno da sala) está em repouso em relação aos demais colegas, mas todos nós estamos em movimento em relação à Terra.
b) Mesmo para mim (professor), que não paro de andar, seria possível achar um referencial em relação ao qual eu estivesse em repouso.
c) A velocidade dos alunos que eu consigo observar agora, sentados em seus lugares, é nula para qualquer observador humano.
d) Como não há repouso absoluto, nenhum de nós está em repouso, em relação a nenhum referencial.
e) O Sol está em repouso em relação a qualquer referencial.

T. 18 (UFMG) Júlia está andando de bicicleta, em um plano horizontal, com velocidade constante, quando deixa cair uma moeda. Tomás está parado na rua e vê a moeda cair.
Considere desprezível a resistência do ar.
Assinale a alternativa em que melhor estão representadas as trajetórias da moeda, como observadas por Júlia e por Tomás.

a)


b)


c)


d)


T. 19 (UEM-PR) Um trem se move com velocidade horizontal constante. Dentro dele estão o observador *A* e um garoto, ambos parados em relação ao trem. Na estação, sobre a plataforma, está o observador *B*, parado em relação a ela. Quando o trem passa pela plataforma, o garoto joga uma bola verticalmente para cima.
Desprezando-se a resistência do ar, podemos afirmar que:
01) o observador *A* vê a bola se mover verticalmente para cima e cair nas mãos do garoto.
02) o observador *B* vê a bola descrever uma parábola e cair nas mãos do garoto.
04) os dois observadores veem a bola se mover numa mesma trajetória.
08) o observador *B* vê a bola se mover verticalmente para cima e cair atrás do garoto.
16) o observador *A* vê a bola descrever uma parábola e cair atrás do garoto.
Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

T. 20 (Vunesp) Ao passar pelo marco "km 200" de uma rodovia, um motorista vê um anúncio com a inscrição: "ABASTECIMENTO E RESTAURANTE A 30 MINUTOS". Considerando que esse posto de serviços se encontra junto ao marco "km 245" dessa rodovia, pode-se concluir que o anunciante prevê, para os carros que trafegam nesse trecho, uma velocidade média, em km/h, de:
a) 80
b) 90
c) 100
d) 110
e) 120

T. 21 (UEL-PR) Um automóvel mantém uma velocidade escalar constante de 72,0 km/h. Em 1 h 10 min ele percorre, em quilômetros, uma distância de:
a) 79,2
b) 80,0
c) 82,4
d) 84,0
e) 90,0

T. 22 (Uerj) A velocidade normal com que uma fita de vídeo passa pela cabeça de um gravador é de, aproximadamente, 33 mm/s. Assim, o comprimento de uma fita de 120 minutos de duração corresponde a cerca de:
a) 40 m b) 80 m c) 120 m d) 240 m

T. 23 (UFRN) Uma das teorias para explicar o aparecimento do homem no continente americano propõe que ele, vindo da Ásia, entrou na América pelo estreito de Bering e foi migrando para o sul até atingir a Patagônia, como indicado no mapa abaixo.



Datações arqueológicas sugerem que foram necessários cerca de 10.000 anos para que essa migração se realizasse.
O comprimento *AB*, mostrado ao lado do mapa, corresponde à distância de 5.000 km nesse mesmo mapa.
Com base nesses dados, pode-se **estimar** que a velocidade escalar média de ocupação do continente americano pelo homem, ao longo da rota desenhada, foi de **aproximadamente**:

a) 0,5 km/ano
b) 8,0 km/ano
c) 24 km/ano
d) 2,0 km/ano

T. 24 (UFMA) A pista do "Castelinho" possui 400 m de comprimento. Se um atleta corre com uma velocidade escalar constante de 10,0 m/s, quantas voltas ele completará em 20 minutos?

a) 10
b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

T. 25 (Ufes) Uma pessoa caminha 1,5 passo/segundo, com passos que medem 70 cm cada um. Ela deseja atravessar uma avenida com 21 metros de largura. O tempo mínimo que o sinal de trânsito de pedestres deve ficar aberto para que essa pessoa atravesse a avenida com segurança é:

a) 10 s
b) 14 s
c) 20 s
d) 32 s
e) 45 s

T. 26 (Mackenzie-SP) Um automóvel que trafega ao longo de uma rodovia passa pelo marco de estrada 115 km às 19 h 15 min e pelo marco 263,5 km às 20 h 54 min. A velocidade escalar média desse automóvel, nesse intervalo de tempo, é:

a) 148,5 m/s
b) 106,8 m/s
c) 29,7 m/s
d) 25,0 m/s
e) 90,0 m/s

T. 27 (Fatec-SP) O motorista de um automóvel deseja percorrer 40 km com velocidade média de 80 km/h. Nos primeiros 15 minutos, ele manteve a velocidade média de 40 km/h. Para cumprir seu objetivo, ele deve fazer o restante do percurso com velocidade média, em km/h, de:

a) 160
b) 150
c) 120
d) 100
e) 90

T. 28 (Olimpíada Paulista de Física) Beatriz parte de casa para a escola com uma velocidade escalar constante de 4,0 km/h. Sabendo-se que Beatriz e Helena moram à mesma distância da escola e que Helena saiu de casa quando Beatriz já havia percorrido dois terços do caminho, qual deve ser a velocidade escalar média de Helena para que possa chegar à escola no mesmo instante em que Beatriz?

a) 1,3 km/h
b) 2,0 km/h
c) 4,0 km/h
d) 6,0 km/h
e) 12,0 km/h

T. 29 (UnB-DF) Um fazendeiro percorre, com seu jipe, os limites de sua fazenda, que tem o formato de um losango, com os lados aproximadamente iguais. Devido às peculiaridades do terreno, cada lado foi percorrido com uma velocidade média diferente: o primeiro a 20 km/h, o segundo a 30 km/h, o terceiro a 40 km/h e, finalmente, o último a 60 km/h.
A velocidade média desenvolvida pelo fazendeiro para percorrer todo o perímetro da fazenda, em km/h, foi de:

a) 50
b) 42
c) 38
d) 36
e) 32

T. 30 (Fuvest-SP) Um automóvel e um ônibus trafegam em uma estrada plana, mantendo velocidades constantes em torno de 100 km/h e 75 km/h, respectivamente. Os dois veículos passam lado a lado em um posto de pedágio. Quarenta minutos $\left(\frac{2}{3} \text{ de hora}\right)$ depois, nessa mesma estrada, o motorista do ônibus vê o automóvel ultrapassá-lo. Ele supõe, então, que o automóvel deve ter realizado, nesse período, uma parada com duração aproximada de:

a) 4 minutos
b) 7 minutos
c) 10 minutos
d) 15 minutos
e) 25 minutos

T. 31 (UFPA) Certa pessoa viajava em um automóvel cujo velocímetro não funcionava. Desejando saber qual era a velocidade escalar média do automóvel e sabendo que os postes da rede elétrica dispostos à margem da estrada distam 60 m um do outro, a pessoa começou a marcar o tempo no instante em que passou em frente de um certo poste (chamemos de 1º poste), e constatou que transcorreram 45,6 s até o instante em que passou diante do 20º poste. Assim constatou que, no intervalo de tempo durante o qual ele se deslocou do 1º ao 20º poste, a velocidade escalar média do automóvel era, em km/h, de:

a) 25
b) 69
c) 90
d) 95
e) 98

T. 32 (Enem-MEC) As cidades de Quito e Cingapura encontram-se próximas à linha do equador e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6.370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Cingapura em aproximadamente:

a) 16 horas
b) 20 horas
c) 25 horas
d) 32 horas
e) 36 horas

T. 33 (UEL-PR) Popularmente conhecido como “lombada eletrônica”, o redutor eletrônico de velocidade é um sistema de controle de fluxo de tráfego que reúne equipamentos de captação e processamento de dados. Dois sensores são instalados na pista no sentido do fluxo, a uma distância de 4 m um do outro. Ao cruzar cada um deles, o veículo é detectado; um microprocessador recebe dois sinais elétricos consecutivos e, a partir do intervalo de tempo entre eles, calcula a velocidade média do veículo com alta precisão. Considerando que o limite máximo de velocidade permitida para o veículo é de 40 km/h, qual é o menor intervalo de tempo que o veículo deve levar para percorrer a distância entre os dois sensores, permanecendo na velocidade permitida?

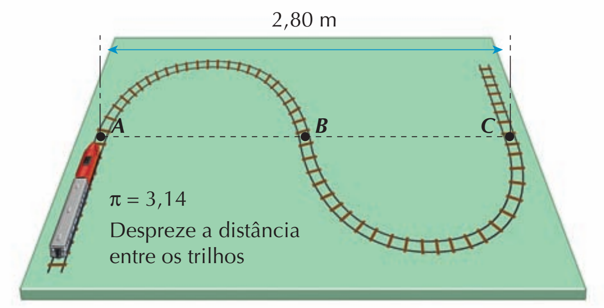
a) 0,066... s
b) 0,10 h
c) 0,36 s
d) 11,11 s
e) 900 s

T. 34 (UFSCar-SP) Três amigos, Antônio, Bernardo e Carlos, saíram de suas casas para se encontrarem numa lanchonete. Antônio realizou metade do percurso com velocidade média de 4 km/h e a outra metade com velocidade média de 6 km/h. Bernardo percorreu o trajeto com velocidade média de 4 km/h durante metade do tempo que levou para chegar à lanchonete e a outra metade do tempo fez com velocidade média de 6 km/h. Carlos fez todo o percurso com velocidade média de 5 km/h. Sabendo que os três saíram no mesmo instante de suas casas e percorreram exatamente as mesmas distâncias, pode-se concluir corretamente que:

a) Bernardo chegou primeiro, Carlos em segundo e Antônio em terceiro.
b) Carlos chegou primeiro, Antônio em segundo e Bernardo em terceiro.
c) Antônio chegou primeiro, Bernardo em segundo e Carlos em terceiro.
d) Bernardo e Carlos chegaram juntos e Antônio chegou em terceiro.
e) os três chegaram juntos à lanchonete.

T. 35 (Mackenzie-SP) Um trenzinho de 60 cm de comprimento descreve uma trajetória, sobre uma superfície plana e horizontal, da qual se destaca o trecho *ABC*, ilustrado na figura. O movimento é com velocidade escalar constante, os arcos $\overset{\frown}{AB}$ e $\overset{\frown}{BC}$ da trajetória são semicircunferências e o intervalo de tempo gasto para que ele atravesse completamente o trecho *AC*, ao longo dos trilhos, é 2,5 s. A velocidade escalar do trenzinho é aproximadamente:

a) 0,9 m/s
b) 1,8 m/s
c) 2,0 m/s
d) 2,2 m/s
e) 3,6 m/s



T. 36 (Uesb-BA) Uma composição ferroviária, de 120 m de comprimento, move-se com velocidade constante de 54 km/h. O tempo que ela gasta para atravessar completamente um pontilhão de 60 m de extensão, em segundos, é:

a) 4,0 b) 6,0 c) 8,0 d) 10 e) 12

T. 37 (UFMG) Uma escola de samba, ao se movimentar numa rua reta e muito extensa, mantém um comprimento constante de 2 km. Se ela gasta 90 min para passar completamente por uma arquibancada de 1 km de comprimento, sua velocidade média deve ser:

a) $\frac{2}{3}$ km/h
b) 1 km/h
c) $\frac{4}{3}$ km/h
d) 2 km/h
e) 3 km/h

UNIDADE B

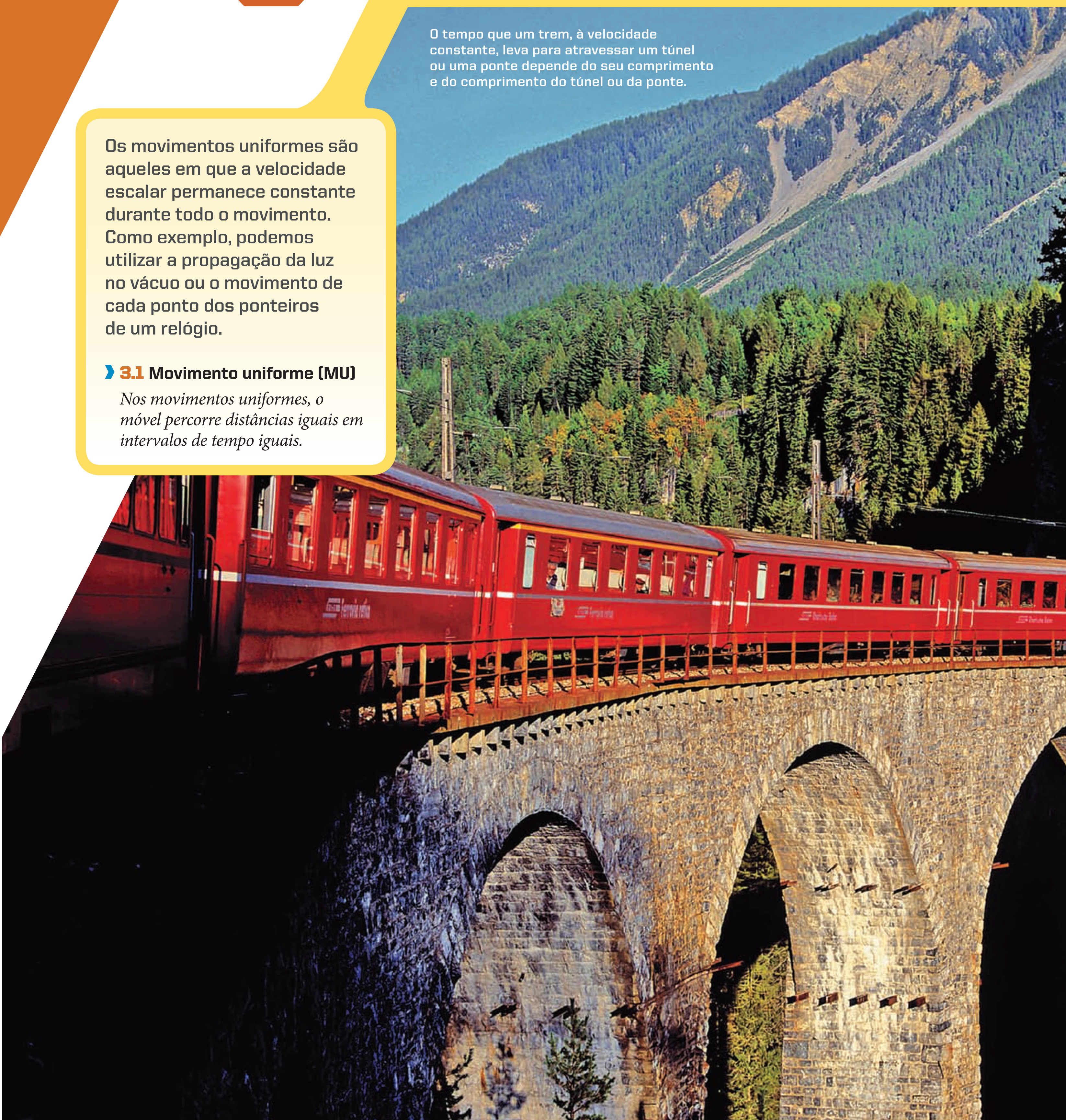
Capítulo 3

Estudo do movimento uniforme

Os movimentos uniformes são aqueles em que a velocidade escalar permanece constante durante todo o movimento. Como exemplo, podemos utilizar a propagação da luz no vácuo ou o movimento de cada ponto dos ponteiros de um relógio.

3.1 Movimento uniforme (MU)

Nos movimentos uniformes, o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.



O tempo que um trem, à velocidade constante, leva para atravessar um túnel ou uma ponte depende do seu comprimento e do comprimento do túnel ou da ponte.





Admitindo-se que os carros desta rodovia estão em movimento uniforme, a velocidade relativa entre eles é constante e é dada pela diferença entre suas respectivas velocidades.

Movimento uniforme (MU)

Objetivos

- Caracterizar movimento uniforme.
- Representar o movimento uniforme por meio de sua função horária do espaço.

Termos e conceitos

- movimento progressivo
- movimento retrógrado
- velocidade relativa

Movimentos que possuem **velocidade escalar instantânea constante** (não nula) são chamados **movimentos uniformes**. Portanto, se a velocidade escalar é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a velocidade escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo considerado:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

Sendo assim, **no movimento uniforme, o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais**.

Função horária do MU

No movimento uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e coincide com a velocidade escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo. Portanto, de $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ resulta $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Fazendo $\Delta s = s - s_0$ e $\Delta t = t - 0 = t$, vem:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow v \cdot t = s - s_0 \Rightarrow \boxed{s = s_0 + vt}$$ **função horária do MU**

A função horária do movimento uniforme é do primeiro grau em t. Nessa função, s_0 e v são constantes com o tempo; v é a velocidade escalar do movimento; $v > 0$ quando o movimento é progressivo; $v < 0$ quando o movimento é retrógrado.

Vejamos alguns exemplos, considerando s em metros e t em segundos:

$s = s_0 + vt$	s_0	v	Progressivo/Retrógrado
$s = 10 + 5t$	$s_0 = 10$ m	$v = +5$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 30 + 20t$	$s_0 = 30$ m	$v = +20$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 60 - 8t$	$s_0 = 60$ m	$v = -8$ m/s	$v < 0$, retrógrado
$s = 0{,}3 - 0{,}7t$	$s_0 = 0{,}3$ m	$v = -0{,}7$ m/s	$v < 0$, retrógrado
$s = 12 + t$	$s_0 = 12$ m	$v = +1$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 9t$	$s_0 = 0$	$v = +9$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = -8t$	$s_0 = 0$	$v = -8$ m/s	$v < 0$, retrógrado

Resumindo, temos:

Movimento uniforme

$s = s_0 + vt$ $\quad$ $v = \text{constante} \neq 0$ $\quad$ $v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Essas funções definem o MU em qualquer tipo de trajetória.

Em uma escada rolante as pessoas se movem em MU.



Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Análise de um movimento uniforme*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 11 Um móvel realiza um movimento uniforme num determinado referencial. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	0	1	2	3	4
s (m)	20	28	36	44	52

a) Determine o espaço inicial s_0 e a velocidade escalar v do movimento.

b) O movimento é progressivo ou retrógrado?

c) Qual é a função horária do movimento?

Solução:

a) Da tabela observamos que no instante $t = 0$ o espaço do móvel é: $\boxed{s_0 = 20 \text{ m}}$

Para o cálculo da velocidade escalar do movimento basta observar na tabela que, para cada intervalo de tempo igual a 1 s, a variação do espaço do móvel é de 8 m. Assim, sendo $\Delta t = 1$ s e $\Delta s = 8$ m, vem:

$$v = v_m \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{8}{1} \Rightarrow \boxed{v = 8 \text{ m/s}}$$

b) Sendo $v = 8$ m/s > 0, concluímos que o movimento é **progressivo**. Os espaços crescem no decurso do tempo e o móvel caminha a favor da orientação positiva da trajetória.

c) A função horária do movimento uniforme é $s = s_0 + vt$. Sendo $s_0 = 20$ m e $v = 8$ m/s, vem:

$\boxed{s = 20 + 8t}$ (s em metros e t em segundos)

Respostas: a) $s_0 = 20$ m; $v = 8$ m/s; b) progressivo; c) $s = 20 + 8t$ (s em metros e t em segundos)

R. 12 É dada a função horária $s = 20 - 4t$ (para t em h e s em km), que descreve o movimento de um ponto material num determinado referencial. Os espaços s são medidos numa trajetória a partir de um marco zero. Os instantes t são lidos num cronômetro. Determine:

a) o espaço inicial e a velocidade escalar;

b) o tipo do movimento e se ele é progressivo ou retrógrado;

c) o espaço do móvel quando $t = 2$ h;

d) o instante quando o móvel está na posição cujo espaço é igual a 8 km;

e) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços (marco zero).

Solução:

a) e b) O movimento é uniforme, pois sua função horária é do primeiro grau em t:

$$s = s_0 + vt$$
$$s = 20 - 4t$$

Nessa expressão, $\boxed{s_0 = 20 \text{ km}}$ (no instante inicial o móvel está a 20 km do marco zero da trajetória) e $\boxed{v = -4 \text{ km/h}}$, constante com o tempo; seu sinal negativo significa que o movimento é retrógrado, isto é, o móvel caminha no sentido contrário ao da orientação da trajetória, aproximando-se do marco zero.

c) Substituindo t por 2 h em $s = 20 - 4t$, vem:

$s = 20 - 4 \cdot 2 = 20 - 8 \Rightarrow \boxed{s = 12 \text{ km}}$

d) Substituindo s por 8 km em $s = 20 - 4t$, temos:
$8 = 20 - 4t \Rightarrow 4t = 20 - 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow \boxed{t = 3 \text{ h}}$

e) O móvel passa pela origem dos espaços quando seu espaço s é nulo, isto é, $s = 0$.
Em $s = 20 - 4t$, temos:

$0 = 20 - 4t \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow \boxed{t = 5 \text{ h}}$

Respostas: a) 20 km; -4 km/h; b) uniforme retrógrado; c) 12 km; d) 3 h; e) 5 h

Observações:

- Pelo exercício, observe que t e s não têm valores fixos. Em Matemática, t e s são chamados variáveis da função.
- O espaço s apenas localiza o móvel, não fornecendo nem o sentido nem a distância percorrida.

R. 13 No instante $t = 0$ um móvel se encontra a $+15$ m do marco zero, estando em movimento uniforme com velocidade escalar 5 m/s em valor absoluto. Determine a função horária do movimento:

a) admitindo-o progressivo;

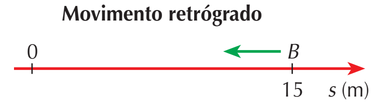
b) admitindo-o retrógrado.

Solução:

Movimento progressivo



Movimento retrógrado



Se o movimento é uniforme, sua função horária obedece à expressão $s = s_0 + vt$, na qual $s_0 = 15$ m e v pode ser $+5$ m/s (se progressivo) ou -5 m/s (se retrógrado).

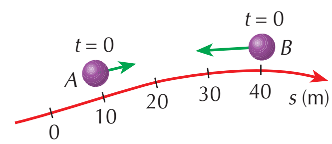
Respostas:

a) $s_A = 15 + 5t$ (t em segundos e s em metros)

b) $s_B = 15 - 5t$ (t em segundos e s em metros)

R. 14 Dois móveis A e B percorrem a mesma trajetória e seus espaços são medidos a partir de uma origem comum. Suas funções horárias, para s em metros e t em segundos, são: $s_A = 10 + 2t$ e $s_B = 40 - 4t$.
Determine:
a) o instante do encontro; **b)** a posição do encontro.

Solução:



a) Na figura ao lado representamos as posições dos móveis no instante t = 0.
O espaço inicial de A é 10 m e seu movimento é progressivo ($v = +2$ m/s).
O espaço inicial de B é 40 m e seu movimento é retrógrado ($v = -4$ m/s).
No instante do encontro os móveis têm espaços iguais, independentemente de quanto cada qual percorreu:

$s_A = s_B \Rightarrow 10 + 2t = 40 - 4t \Rightarrow 2t + 4t = 40 - 10 \Rightarrow 6t = 30 \Rightarrow \boxed{t = 5\text{ s}}$ (instante do encontro)

b) Substituindo t por 5 s em qualquer uma das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

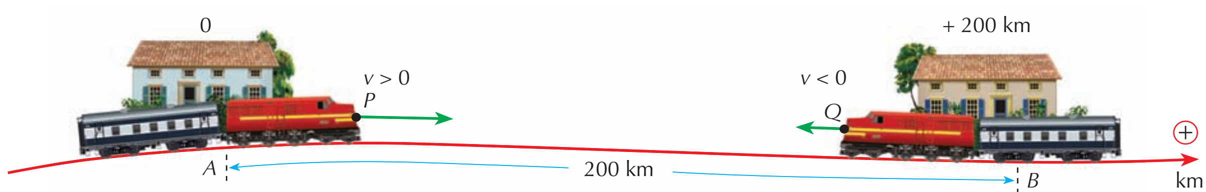
$s_A = 10 + 2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{s_A = 20\text{ m}}$

Para confirmar: $s_B = 40 - 4t \Rightarrow$ em t = 5 s: $s_B = 40 - 4 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{s_B = 20\text{ m}}$

Respostas: a) t = 5 s; b) $s_A = s_B = 20$ m

R. 15 Duas estações A e B estão separadas por 200 km, medidos ao longo da trajetória. Pela estação A passa um trem P, no sentido de A para B, e simultaneamente passa por B um trem Q, no sentido de B para A. Os trens P e Q têm movimentos uniformes com velocidades de valores absolutos 70 km/h e 30 km/h, respectivamente. Determine:
a) o instante do encontro; **b)** a posição do encontro.

Solução:
Vamos escrever as funções horárias dos movimentos dos dois trens P e Q. Para isso devemos:
① adotar uma origem dos espaços;
② orientar a trajetória;
③ adotar uma origem dos tempos;
④ escrever as funções horárias;
⑤ impor a condição de encontro.



Para o exercício em questão, temos:
① Origem dos espaços: estação A (marco zero).
② Orientação da trajetória: de A para B (note que o espaço da estação B é +200 km).
③ Origem dos tempos t = 0 h: instante simultâneo das passagens de P por A, e de Q por B (note que nesse instante os trens estão em suas posições iniciais).
④ Funções horárias do tipo $s = s_0 + vt$, pois os movimentos são uniformes. Observe que, com a orientação de trajetória de A para B, P tem movimento progressivo ($v > 0$) e Q retrógrado ($v < 0$).

Trem P $\begin{cases} s = s_0 + vt \\ s_0 = 0;\ v = +70\text{ km/h} \\ \boxed{s_P = 0 + 70t} \end{cases}$ Trem Q $\begin{cases} s = s_0 + vt \\ s_0 = +200\text{ km};\ v = -30\text{ km/h} \\ \boxed{s_Q = 200 - 30t} \end{cases}$

com: t em h; s_P e s_Q em km

⑤ Encontro: no instante do encontro os móveis têm o mesmo espaço ($s_P = s_Q$) independentemente de quanto cada qual percorreu.

$s_P = s_Q \Rightarrow 0 + 70t = 200 - 30t \Rightarrow 70t + 30t = 200 \Rightarrow 100t = 200 \Rightarrow \boxed{t = 2\text{ h}}$ (instante do encontro)

Substituindo t por 2 h em qualquer uma das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

$s_P = 70t = 70 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{s_P = 140\text{ km}}$

Para confirmar: $s_Q = 200 - 30t = 200 - 30 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{s_Q = 140\text{ km}}$

O encontro ocorre a 140 km da origem dos espaços (estação A).

Respostas: a) 2 h após as passagens dos trens P e Q pelas estações A e B; b) a 140 km da estação A.

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Encontro de móveis em movimento uniforme*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 38 Um móvel realiza um movimento uniforme num determinado referencial. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	0	1	2	3	4	5
s (m)	160	120	80	40	0	−40

a) Determine o espaço inicial s_0 e a velocidade escalar v do movimento.
b) O movimento é progressivo ou retrógrado?
c) Qual é a função horária do movimento?

P. 39 Um móvel descreve um movimento sempre no mesmo sentido num determinado referencial, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	1	3	5	7	9	11	13
s (m)	150	250	350	450	550	650	750

a) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 1 e 3 s?
b) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 5 e 13 s?
c) O movimento em questão é uniforme? Por quê?
d) O movimento é progressivo ou retrógrado no intervalo de tempo observado? Por quê?

P. 40 É dada a função horária do movimento de um móvel $s = 100 + 80t$, onde s é medido em metros e t em segundos. Determine:
a) o espaço inicial e a velocidade escalar;
b) o espaço quando $t = 2$ s;
c) o instante em que o móvel se encontra a 500 m da origem dos espaços;
d) se o movimento é progressivo ou retrógrado.

P. 41 É dada a função horária do movimento de um móvel $s = 60 - 12t$, na qual s é medido em quilômetros e t em horas. Determine:
a) o espaço inicial e a velocidade escalar;
b) o espaço quando $t = 3$ h;
c) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços;
d) se o movimento é progressivo ou retrógrado.

P. 42 Os móveis *A*, *B*, *C* e *D* possuem movimentos uniformes. Escreva suas funções horárias e determine seus espaços no instante $t = 2$ s.

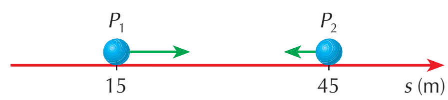
	Espaço inicial	Velocidade (valor absoluto)	Movimento
A	35 m	12 m/s	progressivo
B	30 m	90 m/s	retrógrado
C	29 cm	13 cm/s	retrógrado
D	43 m	21 m/s	progressivo

P. 43 Dois móveis percorrem a mesma trajetória e seus espaços estão medidos a partir do marco escolhido na trajetória. Suas funções horárias são:

$$s_A = 30 - 80t \quad \text{e} \quad s_B = 10 + 20t$$

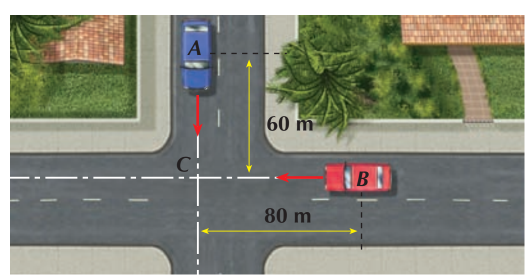
Nessas funções, t é o tempo em horas e s_A e s_B são os espaços em quilômetros.
Determine o instante e a posição do encontro.

P. 44 Dois móveis P_1 e P_2 caminham na mesma trajetória. Na figura indicamos os sentidos de seus movimentos, bem como suas posições no instante em que se aciona o cronômetro ($t = 0$).
As velocidades de P_1 e P_2 são respectivamente iguais a 20 m/s e 10 m/s (em valor absoluto). Determine o instante e a posição de encontro dos móveis.

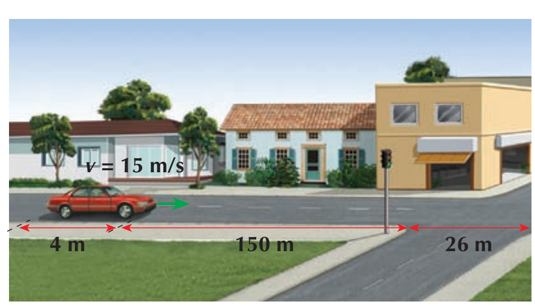


P. 45 Duas cidades *A* e *B* estão separadas pela distância de 300 km, medidos ao longo da estrada que as liga. No mesmo instante, um móvel *P* passa por *A*, dirigindo-se a *B*, e um móvel *Q* passa por *B*, dirigindo-se a *A*. Seus movimentos são uniformes e suas velocidades (em valor absoluto) são iguais a 80 km/h (*P*) e 70 km/h (*Q*). Determine:
a) o instante do encontro;
b) a posição de encontro.

P. 46 Dois carros *A* e *B* realizam movimentos retilíneos uniformes. A velocidade escalar de *A* é 15 m/s. Determine a velocidade escalar de *B*, sabendo que eles colidem no cruzamento *C*.

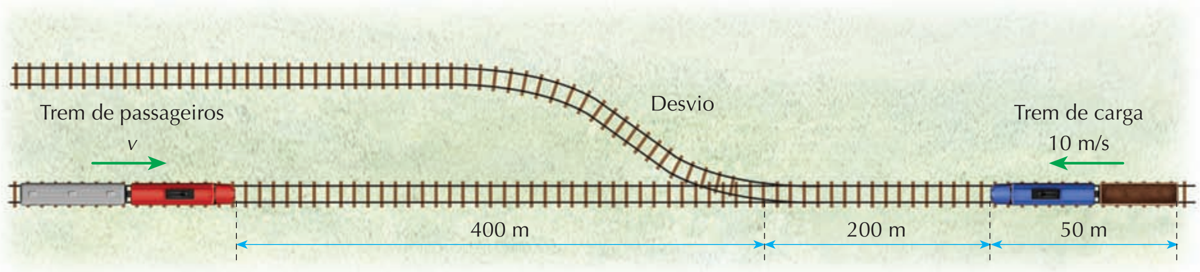


P. 47 Um carro de 4,0 m de comprimento se desloca em movimento retilíneo uniforme com velocidade escalar $v = 15$ m/s, aproximando-se de um cruzamento. Quando o carro está a 150 m do cruzamento, a luz do semáforo passa de vermelha para verde, assim permanecendo por 15 s. A largura da rua é de 26 m. Determine se o carro cruzará totalmente a rua com a luz ainda verde.



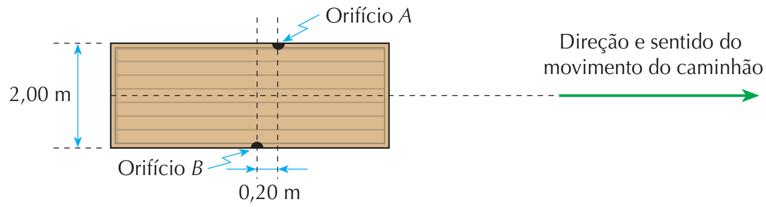
EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 48 (UFRJ) Dois trens, um de carga e outro de passageiros, movem-se nos mesmos trilhos retilíneos, em sentidos opostos, um aproximando-se do outro, ambos com movimentos uniformes. O trem de carga, de 50 m de comprimento, tem uma velocidade de módulo igual a 10 m/s e o de passageiros, uma velocidade de módulo igual a v. O trem de carga deve entrar num desvio para que o de passageiros possa prosseguir viagem nos mesmos trilhos, como ilustra a figura. No instante focalizado, as distâncias das dianteiras dos trens ao desvio valem 200 m e 400 m, respectivamente.



Calcule o valor máximo de v para que não haja colisão.

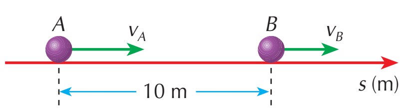
P. 49 (Vunesp) Uma caixa de papelão vazia, transportada na carroceria de um caminhão que trafega a 90 km/h num trecho reto de uma estrada, é atravessada por uma bala perdida. A largura da caixa é de 2,00 m e a distância entre as retas perpendiculares às duas laterais perfuradas da caixa e que passam, respectivamente, pelos orifícios de entrada e de saída da bala (ambos na mesma altura) é de 0,20 m.



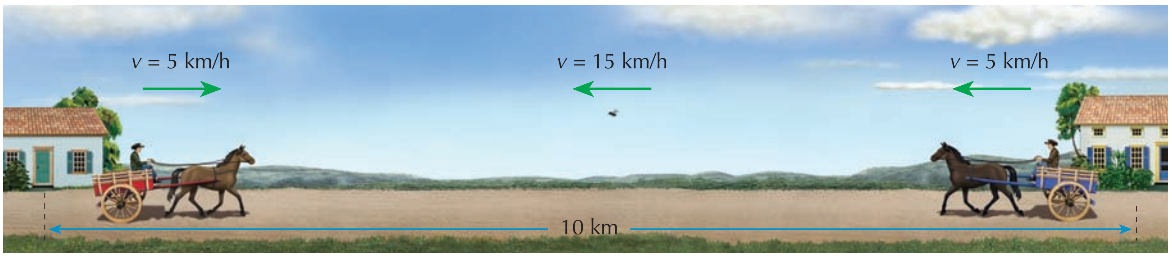
Caixa vista de cima

Supondo que a direção do disparo é perpendicular às laterais perfuradas da caixa e ao deslocamento do caminhão e que o atirador estava parado na estrada, determine a velocidade da bala, suposta constante.

P. 50 Duas pequenas esferas A e B percorrem uma mesma trajetória retilínea com movimentos uniformes e velocidades escalares 8,0 m/s e 6,0 m/s, respectivamente. No instante $t = 0$, as esferas estão posicionadas conforme a figura abaixo. Determine em que instantes a distância entre as esferas é de 4,0 m.



P. 51 (FGV-SP) De duas cidadezinhas ligadas por uma estrada reta de 10 km de comprimento, partem simultaneamente, uma em direção à outra, duas carroças, puxadas cada uma por um cavalo e andando à velocidade de 5 km/h. No instante de partida, uma mosca, que estava pousada na testa do primeiro cavalo, parte voando em linha reta, com a velocidade de 15 km/h, e vai pousar na testa do segundo cavalo. Após um intervalo de tempo desprezível, ela parte novamente e volta, com a mesma velocidade de antes, em direção ao primeiro cavalo, até pousar em sua testa. E assim prossegue nesse vaivém, até que os dois cavalos se encontram e a mosca morre esmagada entre as duas testas. Quantos quilômetros percorreu a mosca?



TESTES PROPOSTOS

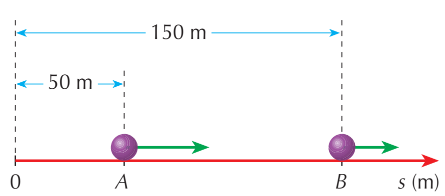
T. 38 Se a velocidade escalar de um móvel é positiva:
a) o movimento é progressivo.
b) o movimento é retrógrado.
c) o movimento é necessariamente uniforme.
d) o movimento é necessariamente variado.
e) nenhuma das afirmações anteriores é correta.

T. 39 Num movimento retrógrado:
a) os espaços crescem com o decorrer do tempo.
b) os espaços decrescem com o decorrer do tempo.
c) a velocidade escalar média é nula.
d) a velocidade escalar é positiva.
e) nenhuma das afirmações anteriores é correta.

T. 40 (Mackenzie-SP) Uma partícula descreve um movimento uniforme cuja função horária é $s = -2 + 5t$, para s em metros e t em segundos. Nesse caso, podemos afirmar que a velocidade escalar da partícula é:
a) -2 m/s e o movimento é retrógrado.
b) -2 m/s e o movimento é progressivo.
c) 5 m/s e o movimento é progressivo.
d) 5 m/s e o movimento é retrógrado.
e) $-2{,}5$ m/s e o movimento é retrógrado.

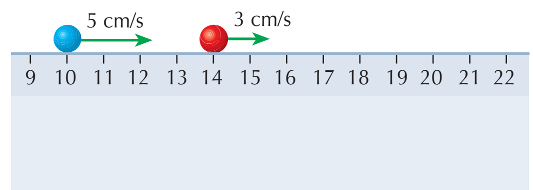
T. 41 (Uesb-BA) Dois móveis, *A* e *B*, percorrem uma mesma trajetória e suas posições são dadas, a partir da mesma origem dos espaços, por $s_A = -30 + 10t$ e $s_B = -10 - 10t$ (*s* em *m* e *t* em *s*).
O instante e a posição de encontro são iguais, respectivamente, a:
01) 1 s e -20 m
02) 2 s e -10 m
03) 3 s e -40 m
04) 4 s e 20 m
05) 5 s e -60 m

T. 42 (FEI-SP) Dois móveis, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura abaixo. Em $t = 0$, eles se encontram, respectivamente, nos pontos *A* e *B* na trajetória. As velocidades escalares dos móveis são $v_A = 50$ m/s, e $v_B = 30$ m/s, no mesmo sentido.



Em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?
a) 200 m
b) 225 m
c) 250 m
d) 300 m
e) 350 m

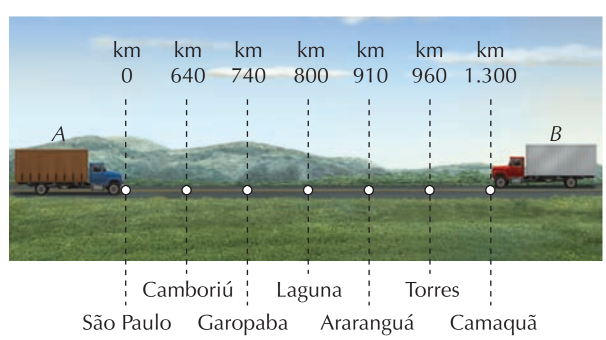
T. 43 (UFMG) Duas esferas se movem em linha reta e com velocidades constantes ao longo de uma régua centimetrada. Na figura abaixo estão indicadas as velocidades das esferas e as posições que ocupavam num certo instante.



As esferas irão colidir na posição correspondente a:
a) 15 cm
b) 17 cm
c) 18 cm
d) 20 cm
e) 22 cm

T. 44 (UFPA) Um rapaz e uma moça saem de suas casas um ao encontro do outro, caminhando sempre com velocidades respectivamente de 3,5 km/h e 2,5 km/h. Estando a 100 m da moça, em linha reta, o rapaz, ao avistá-la, aciona o seu cronômetro, travando-o apenas no instante em que os dois se encontram. O intervalo de tempo, em minutos, registrado pelo cronômetro vale:
a) 1,0
b) 6,0
c) 9,0
d) 10
e) 12

T. 45 (UFRGS) Um caminhoneiro parte de São Paulo com velocidade escalar de módulo igual a 74 km/h. No mesmo instante parte outro de Camaquã, no Rio Grande do Sul, com velocidade escalar constante de módulo igual a 56 km/h.



Em que cidade eles se encontrarão?
a) Camboriú
b) Garopaba
c) Laguna
d) Araranguá
e) Torres

T. 46 (FMTM-MG) São dadas as funções horárias dos espaços de quatro móveis, *A*, *B*, *C* e *D*, definidas sobre a mesma trajetória retilínea, com valores medidos no SI (Sistema Internacional):

$s_A = -5 + 2t$
$s_B = -7 - 3t$
$s_C = 5t$
$s_D = -1 - t$

(Valores válidos para $t \geq 0$.)

Os dois móveis que deverão se encontrar em um tempo futuro são:

a) *A* e *C*
b) *A* e *D*
c) *B* e *C*
d) *B* e *D*
e) *C* e *D*

T. 47 (Fuvest-SP) João está parado em um posto de gasolina quando vê o carro de seu amigo, passando por um ponto *P*, na estrada, a 60 km/h. Pretendendo alcançá-lo, João parte com seu carro e passa pelo mesmo ponto *P*, depois de 4 minutos, já a 80 km/h. Considere que ambos dirigem com velocidades constantes. Medindo o tempo, a partir de sua passagem pelo ponto *P*, João deverá alcançar seu amigo, aproximadamente, em:

a) 4 minutos
b) 10 minutos
c) 12 minutos
d) 15 minutos
e) 20 minutos

EXERCÍCIOS ESPECIAIS *sobre movimento uniforme*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

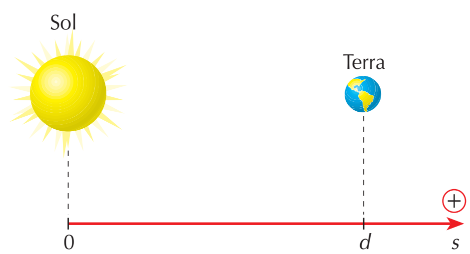
R. 16 Determine o intervalo de tempo para a luz vir do Sol à Terra. No vácuo, a velocidade da luz é constante e aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s. A distância entre o Sol e a Terra é de $1{,}49 \cdot 10^8$ km. Considere o movimento de propagação da luz como retilíneo e uniforme.

Solução:
Como o movimento é uniforme, vem:

$s = s_0 + vt$

Considerando $s_0 = 0$ (adotando-se origem dos espaços no Sol), temos $s = vt$.

Sendo $s = 1{,}49 \cdot 10^8$ km e $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, vem:



$$t = \frac{s}{v} = \frac{1{,}49 \cdot 10^8 \text{ km}}{3{,}0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow \boxed{t = 497 \text{ s}}$$

$$\text{Em minutos } \left(1 \text{ min} = 60 \text{ s e } 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}\right): t = \frac{497}{60} \text{ min} \Rightarrow \boxed{t \Rightarrow 8 \text{ min } 17 \text{ s}}$$

O exercício também pode ser resolvido lembrando que, no movimento uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e coincide com a velocidade escalar média:

$$v = v_m \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Sendo $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s e $\Delta s = 1{,}49 \cdot 10^8$ km, resulta:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1{,}49 \cdot 10^8 \text{ km}}{3{,}0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 497 \text{ s}}$$

Resposta: 497 s (aproximadamente 8 min)

Observação:
Os dados abaixo se referem aos locais de onde a luz provém e os correspondentes intervalos de tempo aproximados que ela demora para atingir a Terra:

Lua	Sol	Estrela α Centauri	Estrela Vega	Estrela β Andrômeda
1 s	8 min	4,6 anos	26 anos	75 anos

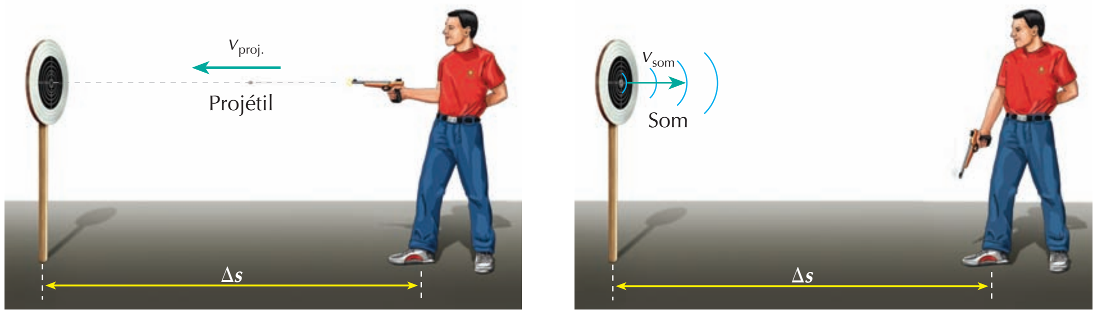
Em Astronomia usa-se muito uma unidade de distância chamada **ano-luz**, que é a distância que a luz percorre no vácuo em 1 ano:

$$1 \text{ ano-luz} \simeq 9{,}46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

R. 17 Um atirador aponta para um alvo e dispara um projétil, que sai da arma com velocidade de 300 m/s. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 3,2 s após o disparo. Sendo de 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule a distância do atirador ao alvo.

Solução:
O intervalo de tempo $\Delta t = 3{,}2$ s é a soma do intervalo de tempo $\Delta t_{proj.}$ que o projétil leva para atingir o alvo com o intervalo de tempo Δt_{som} que o som leva para ir do alvo ao atirador:

$$\Delta t = \Delta t_{proj.} + \Delta t_{som} \Rightarrow 3{,}2 = \Delta t_{proj.} + \Delta t_{som}$$



Sendo

$$v_{proj.} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{proj.}} \Rightarrow \Delta t_{proj.} = \frac{\Delta s}{v_{proj.}} = \frac{\Delta s}{300} \quad \text{e} \quad v_{som} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{som}} \Rightarrow \Delta t_{som} = \frac{\Delta s}{v_{som}} = \frac{\Delta s}{340}$$

vem:

$$3{,}2 = \frac{\Delta s}{300} + \frac{\Delta s}{340} \Rightarrow 3{,}2 = \frac{(340 + 300)\Delta s}{300 \cdot 340} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 510 \text{ m}}$$

Resposta: 510 m

R. 18 A velocidade de projeção de um filme é constante e à razão de 24 fotografias projetadas em cada segundo na tela. Quantas fotografias são projetadas na tela durante a projeção de um filme que dura 2 horas?

Solução:
Quando um raio luminoso, proveniente da imagem projetada, atinge a retina de nossos olhos produz uma sensação luminosa que persiste durante um décimo de segundo. O movimento de personagens e objetos que vemos na tela deve-se a essa particularidade de nossa retina.
Uma fotografia é projetada na tela durante um tempo muito curto (0,04 s aproximadamente, pois num segundo são projetadas 24 fotografias), mas suficiente para impressionar nossa retina; logo é substituída por outra, ainda que em nosso olho persista a anterior, e assim sucessivamente. Para nosso olho, essa sucessão dá o efeito da visão de um movimento contínuo.
Como a velocidade de projeção é constante (24 fotografias por segundo), podemos calcular o número de fotografias projetadas em duas horas (2 h = 2 · 3.600 s = 7.200 s), utilizando uma regra de três simples:

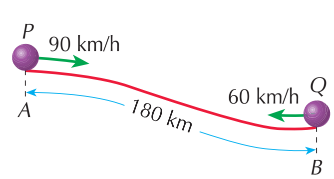
$$\left.\begin{array}{rcl} 1 \text{ s} & \rightarrow & 24 \text{ fotografias} \\ 7.200 \text{ s} & \rightarrow & x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 24 \cdot 7.200$$

$$\boxed{x = 172.800 \text{ fotografias}}$$

Resposta: 172.800 fotografias

R. 19 Duas localidades *A* e *B* estão separadas pela distância de 180 km. Simultaneamente passam por essas localidades os móveis *P* e *Q*. *P* passa por *A* e dirige-se a *B*; *Q* passa por *B* e dirige-se para *A*. Seus movimentos são uniformes, com velocidades de 90 km/h e 60 km/h, respectivamente. Determine o instante e a posição do encontro dos móveis.

Solução:
Este exercício é do mesmo tipo do **R. 15**, resolvido neste capítulo. Apresentaremos, agora, outra forma de resolução, mais simplificada, utilizando a noção de velocidade relativa de aproximação e de afastamento (veja quadro na página seguinte). *P* e *Q* são dois móveis que se aproximam e a velocidade relativa de aproximação de *P* em relação a *Q* é 150 km/h (90 km/h + 60 km/h).



Haverá encontro quando a distância que inicialmente os separa (180 km) for percorrida com essa velocidade relativa de 150 km/h (em outras palavras, considere Q em repouso e P se aproximando com velocidade de 150 km/h):

$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 180 = 150t$$

$$\boxed{t = 1{,}2 \text{ h}}$$

Esse é o instante de encontro. A posição de encontro é dada em relação a um referencial fixo na Terra. Então, considere a velocidade de P em relação à Terra:

$$s_P = v_P \cdot t = 90 \cdot 1{,}2$$

$$\boxed{s_P = 108 \text{ km}}$$

Resposta: O instante de encontro é 1,2 h e a posição de encontro é a 108 km da localidade A.

Velocidade relativa de aproximação e de afastamento

a) Velocidades de sentidos contrários

O módulo da velocidade relativa entre os corpos *A* e *B* é dado pela soma dos módulos das velocidades de *A* e de *B*.

b) Velocidades de mesmo sentido

O módulo da velocidade relativa entre os corpos *A* e *B* é dado pela diferença entre os módulos das velocidades de *A* e de *B*.

Aproximação	Afastamento	Aproximação	Afastamento
10 m/s → (A) ← 8 m/s (B)	← 10 m/s (A) 8 m/s → (B)	10 m/s → (A) 8 m/s → (B)	← 10 m/s (A) ← 8 m/s (B)
$v_{AB} = 18$ m/s	$v_{AB} = 18$ m/s	$v_{AB} = 2$ m/s	$v_{AB} = 2$ m/s

Conclusão:

a) velocidades de sentidos contrários

$$V_{AB} = |V_A| + |V_B|$$

b) velocidades de mesmo sentido

$$V_{AB} = |V_A| - |V_B|$$

Observações:

- Nos cálculos acima, supõe-se:

$$|V_A| > |V_B|$$

- O resultado V_{AB} obtido é em módulo.
- Se houver colisão e os móveis permanecerem juntos após a colisão, $V_{AB} = 0$.

R. 20 Dois trens, P e Q, percorrem trajetórias retilíneas e paralelas. O trem P possui 30 m de comprimento e velocidade de 30 km/h, e o trem Q possui 50 m e velocidade de 10 km/h; seus movimentos são uniformes. Determine:

a) o intervalo de tempo da ultrapassagem, isto é, o intervalo de tempo necessário para que o trem mais veloz (P) ultrapasse o trem mais lento (Q);

b) a distância percorrida por P durante a ultrapassagem.

Solução:

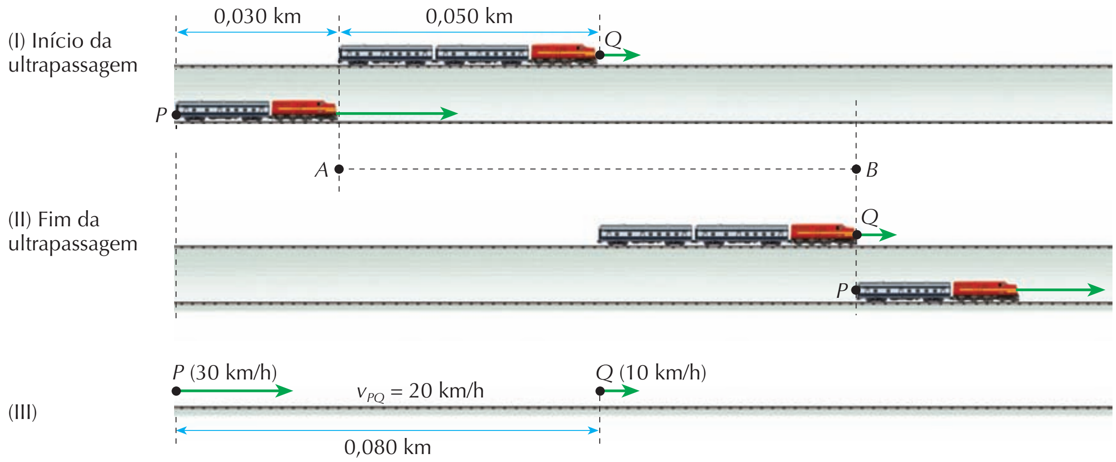
A ultrapassagem inicia-se quando a parte dianteira do trem P se emparelha com a parte traseira de Q (ponto A na figura a seguir) e termina quando a parte traseira de P se emparelha com a parte dianteira de Q (ponto B na figura). Na figura, os comprimentos indicados já estão em km, pois as velocidades estão em km/h. Os trens são corpos sólidos e, quando se deslocam em linha reta, o movimento de um de seus pontos é o movimento do conjunto. Na figura III representamos o trem P pelo ponto extremo de sua parte traseira e o trem Q pelo ponto mais avançado da sua parte dianteira. A escolha desses pontos é arbitrária: assim fizemos para que, no final da ultrapassagem, ficassem lado a lado, correspondendo a uma situação de encontro.

Vamos usar as noções de velocidade relativa de aproximação e de afastamento do exercício anterior.

a) Na figura III, o ponto P se aproxima de Q com velocidade relativa de 20 km/h e alcança Q após percorrer 0,080 km (adição dos comprimentos dos trens). Então, temos:

$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 0{,}080 = 20t \Rightarrow t = 0{,}004 \text{ h} = 0{,}004 \cdot 3.600 \text{ s} \Rightarrow \boxed{t = 14{,}4 \text{ s}}$$

Note que 14,4 s é o intervalo de tempo da ultrapassagem.

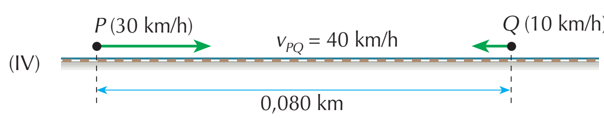


b) A distância percorrida em relação ao solo é:

$$\Delta s_P = v_P \cdot t = 30 \cdot 0{,}004 \Rightarrow \Delta s_P = 0{,}12 \text{ km} \Rightarrow \boxed{\Delta s_P = 120 \text{ m}}$$

Respostas: a) 14,4 s; b) 120 m

Observação:
Se os trens caminhassem em sentidos contrários (figura IV, a seguir), apenas se alteraria a velocidade relativa de aproximação dos trens. No restante, a solução do exercício seguiria as mesmas etapas anteriores, como se indica na própria figura IV.



$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 0{,}080 = 40t \Rightarrow t = 0{,}002 \text{ h} = 7{,}2 \text{ s}$$

R. 21 Dois automóveis *A* e *B* passam por um mesmo ponto *P* de uma estrada. Suas velocidades escalares são constantes e valem respectivamente 15 m/s e 20 m/s. O automóvel *B* passa pelo ponto *P* 2 s após a passagem de *A*. Determine a posição e o instante em que *B* alcança *A*.

Solução:
Vamos escrever as funções horárias de *A* e *B*. Adotamos a origem dos espaços no ponto *P* e a origem dos tempos no instante em que *A* passa por *P* (t = 0). Assim, após *t* segundos o automóvel *A* terá andado durante *t* segundos e em sua função horária temos a variável t. O automóvel *B* passa por *P* após 2 s.



B passa por P 2 s após a passagem de *A*.

Após *t* segundos, *B* andou (t − 2) segundos. Daí em sua função horária teremos (t − 2) em lugar de *t*:
Considerando a função horária $s = s_0 + vt$, temos:
Automóvel *A*
$s_0 = 0$ e $v = 15$ m/s
$s_A = 15t$ (s em metros, *t* em segundos)
Automóvel B
$s_0 = 0$ e $v = 20$ m/s
$s_B = 20 \cdot (t - 2)$ (s em metros, t em segundos)
No encontro:

$$s_A = s_B \Rightarrow 15t = 20\,(t - 2) \Rightarrow \boxed{t = 8 \text{ s}} \text{ (instante do encontro)}$$

Substituindo t por 8 s numa das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

$$s_A = 15t \Rightarrow s_A = 15 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{s_A = 120 \text{ m}}$$

Resposta: *B* alcança *A* 8 s após a passagem de *A* por P, e a 120 m de P.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 52 Um atirador aponta sua arma para um alvo, situado a 255 m de distância, e dispara um projétil. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 1,6 s após o disparo. Sendo 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, determine a velocidade do projétil, suposta constante.

P. 53 Durante um nevoeiro, um navegador recebe dois sinais expedidos simultaneamente por um posto na costa, um deles através do ar e outro através da água. Entre as recepções dos dois sons, decorre o intervalo de tempo $\Delta t = 4$ s. Nas condições dos eventos, a velocidade do som é de 300 m/s no ar e de 1.500 m/s na água. Determine a distância x entre o barco e o posto emissor dos sinais, conforme os dados acima.

P. 54 (Fuvest-SP) Um filme comum é formado por uma série de fotografias individuais que são projetadas à razão de 24 imagens (ou quadros) por segundo, o que nos dá a sensação de movimento contínuo. Esse fenômeno é devido ao fato de que nossos olhos retêm a imagem por um intervalo de tempo um pouco superior a $\frac{1}{20}$ de segundo. Essa retenção é chamada de persistência da retina.

a) Numa projeção de filme com duração de 30 s, quantos quadros são projetados?

b) Uma pessoa, desejando filmar o desabrochar de uma flor cuja duração é de aproximadamente 6,0 h, pretende apresentar este fenômeno num filme de 10 min de duração. Quantas fotografias individuais do desabrochar da flor devem ser tiradas?

P. 55 Um indivíduo filma o movimento de uma borboleta à razão de 64 fotografias por segundo, durante 5 s. Depois de revelado, o filme é projetado à razão de 16 fotografias por segundo. Quanto tempo leva a projeção? O movimento da borboleta será visto, na projeção, mais lento ou mais rápido do que ocorreu na realidade?

P. 56 Dois trens P e Q deslocam-se em trajetórias paralelas com movimentos uniformes de velocidades iguais a 40 km/h e 60 km/h, e seus comprimentos são 200 m e 300 m, respectivamente. Determine o intervalo de tempo da ultrapassagem de um trem pelo outro, admitindo-se os seus movimentos:

a) no mesmo sentido;

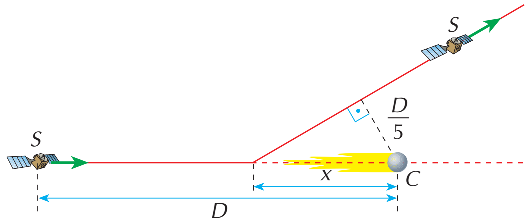
b) em sentidos opostos.

P. 57 Um trem sai da estação de uma cidade com velocidade escalar constante de 40 km/h; 20 min depois, sai da mesma estação um segundo trem, com velocidade escalar constante de 60 km/h. Quanto tempo, após sua partida, o segundo trem demora para alcançar o primeiro?

P. 58 (Uece) Dois trens de comprimento 60 m e 90 m correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na Terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 s para passar por sua janela. Determine a velocidade, em m/s, do trem menor.



P. 59 (Vunesp) A missão *Deep Impact*, concluída com sucesso em julho*, consistiu em enviar uma sonda ao cometa Tempel, para investigar a composição do seu núcleo. Considere uma missão semelhante, na qual uma sonda espacial S, percorrendo uma trajetória retilínea, aproxima-se do núcleo de um cometa C, com velocidade v constante relativamente ao cometa. Quando se encontra à distância D do cometa, a sonda lança um projétil rumo ao seu núcleo, também em linha reta e com velocidade constante $\frac{3v}{2}$, relativamente ao cometa. No instante em que o projétil atinge seu alvo, a sonda assume nova trajetória retilínea, com a mesma velocidade v, desviando-se do cometa. A aproximação máxima da sonda com o cometa ocorre quando a distância entre eles é $\frac{D}{5}$, como esquematizado na figura:



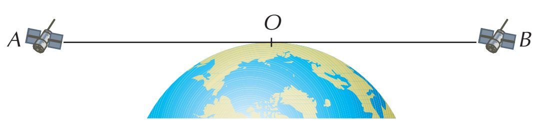
Desprezando efeitos gravitacionais do cometa sobre a sonda e o projétil, calcule:

a) a distância x da sonda em relação ao núcleo do cometa, no instante em que o projétil atinge o cometa. Apresente a sua resposta em função de D;

b) o instante, medido a partir do lançamento do projétil, em que ocorre a máxima aproximação entre a sonda e o cometa. Dê a resposta em função de D e v.

* julho de 2005

P. 60 (Fuvest-SP) O sistema GPS (*Global Positioning System*) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, *A* e *B*, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto *O* e encontram-se à mesma distância de *O*. O protótipo de um novo avião, com um receptor *R*, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.

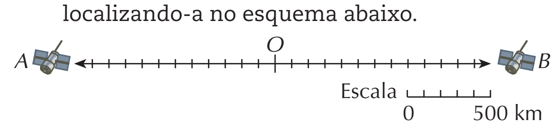


Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites *A* e *B* e sua recepção por *R* são, respectivamente, $\Delta t_A = 68{,}5 \cdot 10^{-3}$ s e $\Delta t_B = 64{,}8 \cdot 10^{-3}$ s. Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade *c* da luz no vácuo ($c = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s), determine:

a) a distância *D*, em km, entre cada satélite e o ponto *O*;

b) a distância *X*, em km, entre o receptor *R*, no avião, e o ponto *O*;

c) a posição do avião, identificada pela letra *R*, localizando-a no esquema abaixo.



TESTES PROPOSTOS

T. 48 (Mackenzie-SP) A distância média da Terra à Lua é $3{,}9 \cdot 10^8$ m. Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, o tempo médio gasto por ela para percorrer essa distância é de:

a) 0,77 s
b) 1,3 s
c) 13 s
d) 77 s
e) 1.300 s

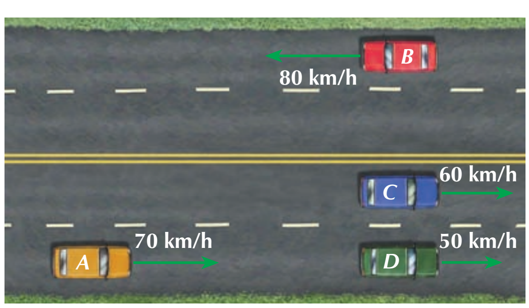
T. 49 (Cesgranrio-RJ) Uma cena, filmada originalmente a uma velocidade de 40 quadros por segundo, é projetada em câmera lenta a uma velocidade reduzida de 24 quadros por segundo. A projeção dura 1,0 min. A duração real da cena filmada é de:

a) 16 s
b) 36 s
c) 100 s
d) 24 s
e) 40 s

T. 50 (UFPE) Um projetor de filmes gira com uma velocidade de 20 quadros por segundo. Cada quadro mede 1,0 cm de comprimento. Despreze a separação entre os quadros. Qual é o tempo de projeção, em minutos, de um filme cuja fita tem um comprimento total de 18 m?

a) 1,5
b) 3,0
c) 4,5
d) 6,0
e) 7,5

T. 51 (UEPB) Em um dado trecho reto e plano de uma rodovia, estão se movendo os carros *A*, *B*, *C* e *D*, com velocidades e posições indicadas na figura.



Com base nessas informações, analise as proposições a seguir e assinale a correta.

a) Para o motorista *A* (observador em *A*), o carro *B* está se aproximando com uma velocidade de 20 km/h.

b) Para o motorista *B* (observador em *B*), o carro *C* está se afastando com uma velocidade de 10 km/h.

c) Para o motorista *D* (observador em *D*), o carro *C* está se afastando com uma velocidade de 110 km/h.

d) Para o motorista *A* (observador em *A*), o carro *D* está se aproximando com uma velocidade de 20 km/h.

e) Para o motorista *C* (observador em *C*), o carro *A* está se aproximando com uma velocidade de 130 km/h.

T. 52 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma máquina fotográfica é ajustada para executar uma sequência de fotografias de duas partículas movendo-se ao longo de trilhos paralelos em movimento retilíneo uniforme. Os intervalos de tempo entre duas fotos consecutivas são constantes e iguais a 0,25 segundo. Na primeira fotografia, a distância entre as partículas é de 24 cm. A comparação entre a primeira e a segunda foto mostra que as partículas se movem em sentidos opostos, tendo então se deslocado distâncias respectivamente iguais a 5 cm e 2,5 cm. Pode-se afirmar que:

I. a partícula mais veloz vê a mais lenta se aproximar com uma velocidade 1,5 vez maior que a sua;

II. o instante em que uma partícula passa pela outra é registrado em fotografia;

III. 5 fotografias são tiradas desde o instante inicial até o momento em que a partícula mais veloz passa pela posição inicial da partícula mais lenta.

Assinale a opção correta.

a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
b) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
c) Apenas a afirmativa III é verdadeira.
d) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
e) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.

T. 53 (Fuvest-SP) Numa estrada, um caminhão com velocidade constante leva 4 s para ultrapassar outro, cuja velocidade é também constante. Sendo 10 m o comprimento de cada caminhão, a diferença entre as velocidades dos caminhões é igual a:

a) 0,20 m/s
b) 0,40 m/s
c) 2,5 m/s
d) 5,0 m/s
e) 10 m/s

T. 54 (Furg-RS) Um comboio de vagões é puxado por uma locomotiva com velocidade de 36 km/h. Essa composição ferroviária tem um comprimento total de 210 m e é ultrapassada por um automóvel que se desloca com velocidade de 15 m/s. Quanto tempo decorre desde o instante em que o automóvel alcança o último vagão da composição até o instante em que ultrapassa a locomotiva? Considere as dimensões do automóvel desprezíveis comparativamente com as dimensões do comboio.

a) 4,2 s
b) 8,4 s
c) 14 s
d) 21 s
e) 42 s

T. 55 (UFSC) Um trem *A*, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem *B*, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem *A* observa que seu trem se desloca com velocidade constante de 36 km/h, enquanto o maquinista do trem *B* verifica que seu trem está a uma velocidade constante de 72 km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo. Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01) Como o trem *B* tem o dobro da velocidade do trem *A*, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte independentemente do comprimento dela.
02) A velocidade do trem *A*, em relação ao trem *B*, é de 108 km/h.
04) Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
08) O comprimento da ponte é 200 metros.
16) Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
32) A velocidade do trem *B*, em relação ao trem *A*, é de 108 km/h.
64) O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

T. 56 (Uespi) Um passageiro perdeu um ônibus que saiu da rodoviária há 5 minutos e pega um táxi para alcançá-lo. O ônibus desenvolve uma velocidade de 60 km/h, e o táxi, de 90 km/h. O intervalo de tempo necessário ao táxi para alcançar o ônibus é, em minutos:

a) 25
b) 20
c) 15
d) 10
e) 5

UNIDADE B

Capítulo

4

Movimento com velocidade escalar variável. Movimento uniformemente variado

Quando uma pessoa escorrega em um toboágua, seu movimento tem velocidade variável – seja nas partes curvas, seja nos trechos retilíneos. A diferença é que, nos trechos retilíneos, a aceleração da pessoa permanece constante, uma vez que a inclinação de cada um deles é fixa.



No dia a dia, é comum observarmos movimentos com velocidade escalar variável; aqueles que possuem aceleração — responsável pela variação da velocidade do corpo. Quando essa variação de velocidade é constante, como na queda de um corpo próximo à superfície da Terra, esse movimento é chamado de uniformemente variado.

4.1 Movimentos com velocidade escalar variável

Os movimentos com velocidade escalar variável podem ser acelerados ou retardados.

4.2 Movimento uniformemente variado (MUV)

No movimento uniformemente variado, a velocidade escalar apresenta variações iguais em intervalos de tempo iguais.

Movimentos com velocidade escalar variável

Objetivos

- Classificar os movimentos em movimentos uniformes e movimentos variados.
- Definir aceleração escalar média e aceleração escalar instantânea.
- Classificar os movimentos em acelerados ou retardados.

Termos e conceitos

- módulo
- movimento acelerado
- movimento retardado
- variação da velocidade

Os movimentos são classificados em **movimentos uniformes**, que possuem velocidade escalar constante, e **movimentos variados**, cuja velocidade escalar varia com o tempo.

Os movimentos de velocidade escalar variável são os mais comuns. Em geral, uma pessoa andando, um carro se deslocando etc. têm velocidades escalares variáveis no tempo.

No movimento uniforme, a velocidade escalar média calculada em qualquer intervalo de tempo é sempre a mesma, e igual à velocidade escalar em qualquer instante. Esse fato não ocorre no movimento variado.

Nos movimentos variados, devemos distinguir duas velocidades: a velocidade escalar média, definida em um determinado intervalo de tempo, e a velocidade escalar instantânea.

Velocidade escalar média

$$v_{m\,(t_1 \mapsto t_2)} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidade escalar instantânea

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

1 Aceleração escalar

Num movimento variado, seja v_1 a velocidade escalar do móvel no instante t_1, e v_2 a velocidade escalar no instante posterior t_2. Seja $\Delta v = v_2 - v_1$ a variação da velocidade no intervalo de tempo Δt. A **aceleração escalar média** α_m no intervalo de tempo Δt é, por definição:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Observe que a aceleração escalar média é a grandeza que indica quanto varia a velocidade escalar num dado intervalo de tempo.

Animal terrestre mais veloz do planeta, o guepardo pode desenvolver acelerações maiores do que as dos mais potentes automóveis.



A **aceleração escalar instantânea** α pode ser entendida como uma aceleração escalar média $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, considerando-se o intervalo de tempo Δt extremamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$ ou $t_2 \rightarrow t_1$). Nesse caso, o quociente $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ assume um determinado valor limite. Daí a definição:

> A aceleração escalar instantânea α é o valor limite a que tende a aceleração escalar média $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero.
>
> Representa-se por:
>
> $$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Se a variação da velocidade Δv estiver em m/s (metros por segundo) e o intervalo de tempo Δt estiver em *s* (segundos), a aceleração $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ será medida em $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$ (metros por segundo por segundo), que se indica por m/s^2 (metros por segundo ao quadrado).

De modo geral, a unidade de aceleração é o quociente da unidade de velocidade pela unidade de tempo: $\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$, $\frac{\text{cm/s}}{\text{s}}$, $\frac{\text{m/s}}{\text{s}}$, $\frac{\text{km/h}}{\text{min}}$, $\frac{\text{km/h}}{\text{h}}$ etc.

A aceleração escalar pode ser positiva ou negativa, conforme Δv seja positivo ou negativo, já que Δt é positivo. **No movimento uniforme a velocidade escalar é constante e a aceleração escalar é nula**.

Quando a aceleração escalar instantânea é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a aceleração escalar média em qualquer intervalo de tempo.

Comparando acelerações

- A aceleração de queda de um corpo nas proximidades da superfície da Terra, desprezada a resistência do ar, é de aproximadamente 10 m/s^2. Então, numa queda de apenas 3 s, um corpo atinge o solo a 30 m/s, equivalente a 108 km/h.
- Em 2 s a velocidade do guepardo varia de zero a 72 km/h, correspondendo a uma aceleração média de 36 $\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$ ou 10 m/s^2.
- Os veículos terrestres de maior aceleração são os *dragsters*. Numa corrida de apenas 402,25 m, na categoria *Top Fuel* (a mais potente), a velocidade varia de zero a aproximadamente 530 km/h em apenas 4,5 s, o que corresponde a uma aceleração média de 117,8 $\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$ ou 32,7 m/s^2.
- A Ferrari F430 faz de zero a 100 km/h em 3,6 s, correspondendo a uma aceleração média de 27,8 $\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$ ou 7,7 m/s^2.



Dragster



Ferrari F430

V1_P1_UN_B_CAP_04.indd 59 18.07.09 17:01:21

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 22 Em um anúncio de certo tipo de automóvel, afirma-se que o veículo, partindo do repouso, atinge a velocidade de 108 km/h em 8 s. Qual é a aceleração escalar média desse automóvel?

Solução:
A variação da velocidade $\Delta v = 108$ km/h ocorre no intervalo de tempo $\Delta t = 8$ s. A aceleração escalar média do veículo, portanto, vale:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{108 \text{ km/h}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 13{,}5 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}}$$

Esse resultado indica que, em média, a velocidade desse carro aumenta de 13,5 km/h a cada segundo. Para expressar o resultado em m/s^2, devemos converter a variação da velocidade para m/s:

$$\Delta_v = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = 30 \text{ m/s}$$

Assim:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 3{,}75 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: $\alpha_m = 13{,}5 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = 3{,}75 \text{ m/s}^2$

R. 23 Um corpo, nas proximidades da Terra, cai com aceleração constante de 9,8 m/s^2, desprezada a resistência do ar. Supondo que tenha partido do repouso, qual é a sua velocidade nos instantes 1 s, 2 s, 3 s, 4 s e 5 s?

Solução:
Se a aceleração do movimento de queda é constante e igual a 9,8 m/s^2 $\left(\text{ou seja, } 9{,}8 \frac{\text{m/s}}{\text{s}}\right)$, significa que, a cada segundo decorrido, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s. Como o móvel partiu do repouso, sua velocidade no instante $t_0 = 0$ é nula.

Então:

$t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$

$t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow v_1 = v_0 + 9{,}8 \text{ m/s} = 9{,}8 \text{ m/s}$

$t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 = v_1 + 9{,}8 \text{ m/s} = 19{,}6 \text{ m/s}$

$t_3 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_3 = v_2 + 9{,}8 \text{ m/s} = 29{,}4 \text{ m/s}$

$t_4 = 4 \text{ s} \Rightarrow v_4 = v_3 + 9{,}8 \text{ m/s} = 39{,}2 \text{ m/s}$

$t_5 = 5 \text{ s} \Rightarrow v_5 = v_4 + 9{,}8 \text{ m/s} = 49 \text{ m/s}$



Interditada em 1990 para evitar que continuasse se inclinando, a Torre de Pisa, no norte da Itália, foi restaurada e voltou a receber turistas em 2002.

R. 24 Um piloto de Fórmula 1 está se movendo a 250 km/h quando chega a uma curva, sendo forçado a reduzir a velocidade de seu veículo para 88 km/h num intervalo de tempo de 3 s. Qual é a aceleração escalar média do carro nesse intervalo de tempo, expressa em $\frac{\text{km/h}}{\text{s}}$ e em m/s^2?

Solução:
Supondo a trajetória orientada no sentido do movimento do carro, temos $v_1 = 250$ km/h e $v_2 = 88$ km/h.
A variação da velocidade do veículo é:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow \Delta v = 88 - 250 \Rightarrow \Delta v = -162 \text{ km/h}$$

O intervalo de tempo é $\Delta t = 3$ s.

A aceleração escalar média do carro é: $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -\frac{-162}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -54 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}}$

Esse resultado indica que, em média, a velocidade do carro diminui 54 km/h a cada segundo.
Para expressar esse resultado em m/s^2, devemos converter a variação da velocidade para m/s:

$$\Delta v = \frac{162}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = -45 \text{ m/s}$$

Assim: $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-45}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -15 \text{ m/s}^2}$

Resposta: $\alpha_m = -54 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = -15 \text{ m/s}^2$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 61 Partindo do repouso, um avião percorre a pista e atinge a velocidade de 360 km/h em 25 s. Qual é o valor da aceleração escalar média no referido intervalo de tempo?

P. 62 Nas proximidades da superfície da Lua, um corpo cai com aceleração constante de 1,6 m/s^2. Supondo ter partido do repouso, determine a velocidade desse corpo nos instantes 1 s, 2 s, 3 s e 4 s.

P. 63 Trafegando por uma avenida com velocidade constante de 108 km/h, num dado instante o motorista percebe o sinal vermelho à sua frente e pisa no freio até que, ao fim de 5 s, ele para. Determine a aceleração escalar média do carro nesse intervalo de tempo, expressa em $\frac{km/h}{s}$ e em m/s^2.

2 Movimento acelerado e movimento retardado

É costume dizer que, quando um carro está acelerando, sua velocidade aumenta no decurso do tempo, e quando está retardando, sua velocidade diminui com o tempo. No entanto, cuidado com essas noções! Elas somente seriam verdadeiras se as velocidades fossem sempre positivas.

Em Cinemática, de acordo com a orientação da trajetória, a velocidade escalar pode ser positiva ou negativa. Assim, ao nos referirmos a **acelerado** ou **retardado**, devemos trabalhar com o **módulo** da velocidade escalar. Quando aceleramos ou retardamos um veículo, estamos aumentando ou diminuindo o módulo da velocidade escalar.

Movimento **acelerado**: o **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.
Movimento **retardado**: o **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

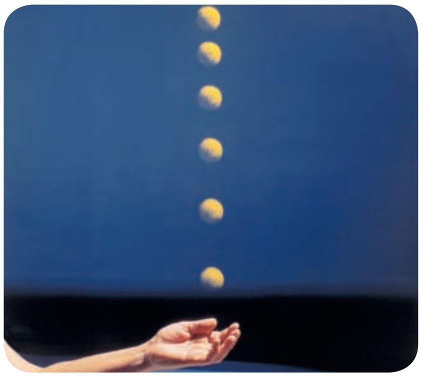
O sinal da aceleração escalar depende do sinal da variação da velocidade (Δv) e, de acordo com a orientação da trajetória, o movimento acelerado pode ser **progressivo** (a favor da orientação da trajetória) ou **retrógrado** (contra a orientação da trajetória). O mesmo ocorre no movimento retardado.

Vamos analisar um movimento acelerado (**quadro I**), orientando a trajetória primeiro a favor (progressivo) e depois contra o sentido do movimento (retrógrado). A partir dessa orientação determinamos os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar. Note no quadro I: quando a velocidade escalar é positiva, a aceleração escalar também o é (acelerado progressivo); quando a velocidade escalar é negativa, a aceleração escalar também é negativa (acelerado retrógrado).

Num movimento acelerado, a velocidade escalar e a aceleração escalar têm o mesmo sinal: ou ambas são positivas ou ambas são negativas.



Crianças descem um tobogã em movimento acelerado.



A bola lançada verticalmente para cima descreve, até atingir o ponto mais alto, um movimento retardado.

QUADRO I

Movimento acelerado



O **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Acelerado progressivo



A favor da trajetória

$v > 0$, pois:

$v_1 = +80$ km/h e $v_2 = +120$ km/h

$\alpha > 0$, pois:

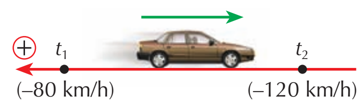
$\Delta v = v_2 - v_1 = (+120) - (+80)$

$\Delta v = 40$ km/h > 0

Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Acelerado retrógrado



Contra a trajetória

$v < 0$, pois:

$v_1 = -80$ km/h e $v_2 = -120$ km/h

$\alpha < 0$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (-120) - (-80)$

$\Delta v = -40$ km/h < 0

Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

O mesmo critério adotamos para o movimento retardado (**quadro II**). Nesse quadro, quando a velocidade escalar é positiva, a aceleração escalar é negativa (retardado progressivo); quando a velocidade escalar é negativa, a aceleração escalar é positiva (retardado retrógrado).

Num movimento retardado, a velocidade escalar e a aceleração escalar têm sinais contrários: quando uma é positiva, a outra é negativa, e vice-versa.

QUADRO II

Movimento retardado



O **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Retardado progressivo



A favor da trajetória

$v > 0$, pois:

$v_1 = +120$ km/h e $v_2 = +80$ km/h

$\alpha < 0$, pois:

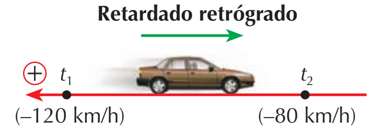
$\Delta v = v_2 - v_1 = (+80) - (+120)$

$\Delta v = -40$ km/h < 0

Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

Retardado retrógrado



Contra a trajetória

$v < 0$, pois:

$v_1 = -120$ km/h e $v_2 = -80$ km/h

$\alpha > 0$, pois:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (-80) - (-120)$

$\Delta v = 40$ km/h > 0

Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Dessa discussão decorre que apenas o sinal da aceleração escalar é insuficiente para determinar se um movimento é acelerado retardado. Devemos, portanto, comparar os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar.

3 Função horária da velocidade

Nos movimentos variados, além de o espaço *s* variar no decurso do tempo, também a velocidade escalar é uma função do tempo. A velocidade escalar pode ser apresentada como função do tempo por meio de tabelas ou de funções matemáticas. A função que relaciona a velocidade escalar *v* em função do tempo *t* é chamada função horária da velocidade.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 25 Num movimento, a velocidade escalar do móvel varia em função do tempo, de acordo com os valores apresentados na tabela. O sinal da velocidade indica o sentido do movimento segundo uma orientação da trajetória.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
v (m/s)	10	8	6	4	2	0	−2	−4	−6

Determine:

a) se o movimento é uniforme ou variado;

b) a velocidade escalar do móvel no instante inicial ($t = 0$ s);

c) se o movimento é acelerado ou retardado nos intervalos de 0 s a 4 s e de 6 s a 8 s;

d) a aceleração escalar média de 0 s a 2 s, de 3 s a 5 s e de 4 s a 7 s.

Solução:

a) O movimento é variado, pois sua velocidade escalar varia no decurso do tempo.

b) Da tabela, em $t = 0$ s: $\boxed{v_0 = 10 \text{ m/s}}$.

c) No intervalo de 0 s a 4 s o módulo da velocidade diminui com o tempo: o movimento é retardado.

No intervalo de 6 s a 8 s o módulo aumenta com o tempo: o movimento é acelerado.

d) De 0 s a 2 s: $v_0 = 10$ m/s; $v_2 = 6$ m/s;

$\Delta v = v_2 - v_0 = 6 - 10 \Rightarrow \Delta v = -4$ m/s

$(\Delta t = 2 \text{ s})\ \alpha_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-4}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$

De 3 s a 5 s: $v_3 = 4$ m/s; $v_5 = 0$ m/s;

$\Delta v = v_5 - v_3 = 0 - 4 \Rightarrow \Delta v = -4$ m/s

$(\Delta t = 2 \text{ s})\ \alpha_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-4}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$

De 4 s a 7 s: $v_4 = 2$ m/s; $v_7 = -4$ m/s;

$\Delta v = v_7 - v_4 = (-4) - 2 \Rightarrow \Delta v = -6$ m/s

$(\Delta t = 3 \text{ s})\ \alpha_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{-6}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) variado; b) $v_0 = 10$ m/s; c) de 0 s a 4 s: retardado; de 6 s a 8 s: acelerado; d) -2 m/s²; -2 m/s²; -2 m/s²

Observação:

Com os dados da tabela, em qualquer outro intervalo de tempo que se considere, a aceleração escalar média é sempre constante. Isso se deve ao fato de a variação da velocidade escalar ser proporcional ao intervalo de tempo correspondente.

EXERCÍCIO PROPOSTO

P. 64 A velocidade escalar de um móvel varia com o tempo conforme os dados da tabela seguinte. O sinal da velocidade indica o sentido do movimento, segundo uma orientação da trajetória.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v (m/s)	−18	−15	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9

a) O movimento é uniforme ou variado? Por quê?

b) Qual é a velocidade escalar do móvel no instante inicial ($t = 0$)?

c) Classifique o movimento como acelerado ou retardado, nos intervalos de tempo de 0 s a 4 s e de 7 s a 9 s.

d) Calcule a aceleração escalar média do movimento, nos intervalos de tempo de 0 s a 3 s, de 4 s a 7 s e de 6 s a 9 s.

Seção 4.2

Movimento uniformemente variado (MUV)

Objetivos

- Caracterizar os movimentos uniformemente variados.
- Representar os MUV por meio de suas funções horárias: função horária da velocidade e função horária dos espaços.
- Calcular a velocidade média nos movimentos uniformemente variados.
- Aplicar a equação de Torricelli.

Termos e conceitos

- velocidade inicial
- espaço inicial

Movimentos que possuem **aceleração escalar instantânea constante** (e não nula) são chamados **movimentos uniformemente variados**.

Decorre imediatamente que, se a aceleração escalar é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a aceleração escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo considerado:

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

Assim, no movimento uniformemente variado, a variação da velocidade Δv é diretamente proporcional ao intervalo de tempo Δt correspondente. Essa proporcionalidade significa que, **no movimento uniformemente variado, a velocidade escalar apresenta variações iguais em intervalos de tempo iguais**.

1 Função horária da velocidade no MUV

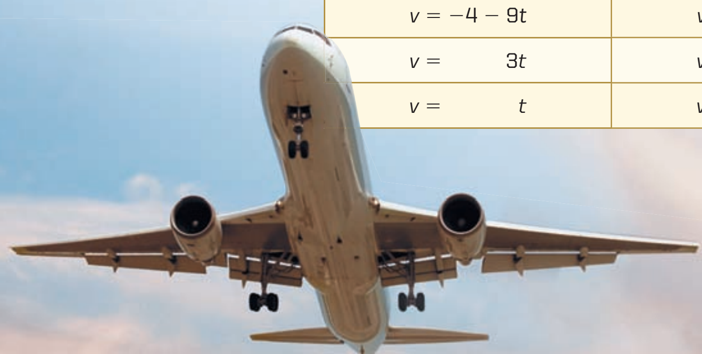
Sendo v_0 a velocidade escalar no instante $t = 0$, denominada **velocidade inicial**, e v a velocidade escalar num instante t, vem:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow \boxed{v = v_0 + \alpha t}$$

Essa função estabelece como varia a velocidade escalar no decurso do tempo no movimento uniformemente variado: v_0 e α são constantes, e a cada valor de t corresponde um único valor de v.

A tabela a seguir apresenta alguns exemplos, considerando a velocidade v em metros por segundo (m/s) e a aceleração α em metros por segundo ao quadrado (m/s²):

$v = v_0 + \alpha t$	v_0	α
$v = 5 + 2t$	$v_0 = +5$ m/s	$\alpha = +2$ m/s²
$v = -3 + 8t$	$v_0 = -3$ m/s	$\alpha = +8$ m/s²
$v = 2 - 3t$	$v_0 = 2$ m/s	$\alpha = -3$ m/s²
$v = -4 - 9t$	$v_0 = -4$ m/s	$\alpha = -9$ m/s²
$v = 3t$	$v_0 = 0$	$\alpha = +3$ m/s²
$v = t$	$v_0 = 0$	$\alpha = +1$ m/s²



Para atingir a velocidade mínima para decolar, o avião realiza na pista um movimento acelerado.

Entre na rede No endereço eletrônico http://www.physicsclassroom.com/mmedia/index.cfm, sob o título *Dimensional Kinematics* (acesso em julho/2009), há quatro animações que mostram as diferentes combinações possíveis entre a velocidade e a aceleração de um móvel.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 26 Um ponto material está em MUV com aceleração escalar igual a -2 m/s^2. Sua velocidade escalar varia no tempo, segundo os dados da tabela ao lado.

t (s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	6	4	2	0	-2	-4

Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;

b) em que intervalos de tempo o movimento é acelerado e em que intervalos de tempo é retardado;

c) em que intervalos de tempo o movimento é progressivo e em que intervalos de tempo é retrógrado.

Solução:

a) A velocidade escalar inicial v_0 é a velocidade do móvel no instante $t = 0$; da tabela: $\boxed{v_0 = +6 \text{ m/s}}$.

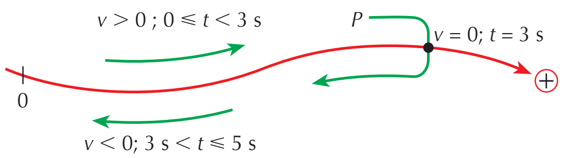
b) Pela tabela notamos que no intervalo de tempo de $0 \leq t < 3$ s o módulo da velocidade escalar decresce com o tempo; portanto, nesse intervalo o movimento é retardado. No intervalo de tempo de $3 \text{ s} < t \leq 5$ s o módulo da velocidade escalar aumenta com o tempo e o movimento é acelerado.

c) No intervalo $0 \leq t < 3$ s a velocidade escalar é positiva e o movimento é progressivo; no intervalo $3 \text{ s} < t \leq 5$ s a velocidade escalar é negativa e o movimento é retrógrado.

Observação:

O móvel **muda de sentido** no intervalo de tempo observado. Assim, no intervalo $0 \leq t < 3$ s, a velocidade escalar é positiva, isto é, o móvel está caminhando a favor da orientação da trajetória. Para $3 \text{ s} < t \leq 5$ s, a velocidade escalar é negativa, ou seja, o móvel retorna em sentido contrário ao da orientação da trajetória. Em $t = 3$ s a velocidade é **nula**; nesse instante, o sentido do movimento muda.

Quando ocorre a mudança no sentido do movimento, necessariamente a velocidade escalar do móvel se anula ($v = 0$). Por outro lado, a recíproca não é obrigatoriamente verdadeira, isto é, a velocidade escalar do móvel pode se anular sem que esteja ocorrendo mudança no sentido do movimento — basta que ele permaneça parado depois que a velocidade se anula. Esquematizando os dados da tabela, temos:



R. 27 É dada a função $v = 12 - 2t$, na qual t é medido em segundos e v em metros por segundo.

a) Determine a velocidade escalar inicial e a aceleração escalar do movimento.

b) Discuta se o movimento é acelerado ou retardado, nos instantes 2 s e 8 s.

c) Verifique se há mudança de sentido do movimento (se houver, determine em que instante).

Solução:

a) O movimento proposto é MUV, pois sua velocidade escalar varia em função do tempo de acordo com uma função do tipo $v = v_0 + \alpha t$.

Comparando $v = v_0 + \alpha t$ com $v = 12 - 2t$ e identificando cada termo, obtemos:

$\boxed{v_0 = 12 \text{ m/s}}$ e $\boxed{\alpha = -2 \text{ m/s}^2}$

A aceleração escalar do movimento é constante (definição do MUV) e igual a -2 m/s^2.

b) Já sabemos que $v = 12 - 2t$. Então, temos:

$t = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 12 - 2 \cdot 2 \Rightarrow v_2 = 8 \text{ m/s } (v_2 > 0)$ e $t = 8 \text{ s} \Rightarrow v_8 = 12 - 2 \cdot 8 \Rightarrow v_8 = -4 \text{ m/s } (v_8 < 0)$

No instante 2 s o movimento é retardado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm sinais contrários ($v > 0$, $\alpha < 0$).

No instante 8 s o movimento é acelerado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm o mesmo sinal ($v < 0$, $\alpha < 0$).

Observação:

Quando se dispõe de uma tabela da velocidade escalar em função do tempo, a discussão acelerado/retardado é feita pelo módulo da velocidade escalar; quando se dispõe da função da velocidade $v = v_0 - \alpha t$, a discussão acelerado/retardado é feita comparando-se os sinais de v e de α.

c) Mudança de sentido: se houver, devemos ter $v = 0$ no instante considerado. Substituindo v por zero em $v = 12 - 2t$, vem:

$$0 = 12 - 2t \Rightarrow 2t = 12 \Rightarrow \boxed{t = 6 \text{ s}}$$

Respostas: a) 12 m/s; -2 m/s^2; b) 2 s: retardado; 8 s: acelerado; c) ocorre mudança de sentido em $t = 6$ s.

V1_P1_UN_B_CAP_04.indd 65 18.07.09 17:01:28

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 65 Um móvel em MUV possui aceleração igual a $-0,5\ m/s^2$. Sua velocidade escalar varia no decurso do tempo, segundo os dados da tabela abaixo.

t (s)	0	2	4	6	8	10
v (m/s)	3,0	2,0	1,0	0,0	−1,0	−2,0

Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;

b) em que intervalos de tempo o movimento é progressivo; em que intervalos de tempo é retrógrado;

c) em que intervalos de tempo o movimento é acelerado; em que intervalos de tempo é retardado;

d) se o móvel em questão muda de sentido e em que instante.

P. 66 É dado o movimento cuja velocidade escalar obedece à função $v = 3 - 2t$, na qual t está em horas e v está em km/h. Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;

b) a aceleração escalar;

c) a velocidade escalar no instante $t = 1$ h;

d) em que instante o móvel muda de sentido.

P. 67 É dada a função $v = 10 + 5t$ (t em segundos e v em metros por segundo), que exprime a velocidade v de um movimento em função do tempo t.

a) Determine a velocidade inicial e a aceleração escalar do movimento.

b) Verifique se há mudança de sentido do móvel após o instante $t = 0$.

2 Função horária do espaço no MUV

Todo MUV possui aceleração escalar constante com o tempo e velocidade escalar variável de acordo com a função $v = v_0 + \alpha t$.

Para que sua descrição seja completa, devemos também conhecer sua função horária dos espaços, isto é, como os espaços s variam no decurso do tempo.

É possível demonstrar* que a função horária do MUV é uma função do 2º grau em t do tipo:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$$ **função horária do espaço do MUV**

em que s_0 é o espaço inicial, v_0 é a velocidade escalar inicial e α é a aceleração escalar constante do MUV. As variáveis s e t se correspondem; a cada valor de t obtemos, em correspondência, um único valor de s.

Na função horária do MUV, o coeficiente de t^2 é $\frac{\alpha}{2}$. Assim, se a função for do tipo $s = 5 + 2t + 4t^2$ (s em metros e t em segundos), devemos observar que:

$$4 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 2 \cdot 4 \Rightarrow \alpha = 8\ m/s^2$$

Portanto, para se obter a aceleração escalar α basta multiplicar o coeficiente de t^2 por 2.

Resumindo, temos:

Movimento uniformemente variado (MUV)

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$ $\quad$ $v = v_0 + \alpha t$ $\quad$ $\alpha = \text{constante} \neq 0$

Essas funções definem o MUV em qualquer tipo de trajetória. No entanto, o conhecimento apenas das funções anteriores não permite que se chegue a nenhuma conclusão sobre a forma da trajetória.

* A demonstração dessa função encontra-se na página 102 (observação ③, no final do estudo dos gráficos do MUV).

Da função horária dos espaços, após identificar s_0, v_0 e α, podemos chegar à função horária da velocidade escalar, como segue.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \longrightarrow v = v_0 + \alpha t$$

Da função horária dos espaços	chega-se à	função horária da velocidade.
De $s = 5 - 2t + \frac{3}{2}t^2$	vem: $s_0 = 5$ m; $v_0 = -2$ m/s; $\alpha = 3$ m/s^2	$\Rightarrow v = -2 + 3t$
De $s = -3 + 4t + \frac{1}{2}t^2$	vem: $s_0 = -3$ m; $v_0 = +4$ m/s; $\alpha = 1$ m/s^2	$\Rightarrow v = 4 + t$
De $s = 7 + t - 5t^2$	vem: $s_0 = 7$ m; $v_0 = +1$ m/s; $\alpha = -10$ m/s^2	$\Rightarrow v = 1 - 10t$
De $s = -t + t^2$	vem: $s_0 = 0$; $v_0 = -1$ m/s; $\alpha = 2$ m/s^2	$\Rightarrow v = -1 + 2t$
De $s = t^2$	vem: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$; $\alpha = 2$ m/s^2	$\Rightarrow v = 2t$

O processo inverso é possível se conhecermos s_0.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 28 É dado o movimento cujo espaço s, medido na trajetória (em metros) a partir de uma origem, varia em função do tempo conforme:

$$s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$$ (os instantes t são medidos em segundos)

a) Determine o tipo geral do movimento.

b) Determine o espaço e a velocidade iniciais, e a aceleração escalar.

c) Determine a função da velocidade escalar em relação ao tempo.

d) Verifique se o móvel muda de sentido; se mudar, determine o espaço nesse instante.

Solução:

a) O movimento proposto é MUV, pois seus espaços variam com o tempo, de acordo com uma função do 2º grau em t.

b) Comparando $s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$ com $s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$ e identificando cada termo, obtemos:

$$\boxed{s_0 = 10 \text{ m}} \quad \boxed{v_0 = -2 \text{ m/s}} \quad \boxed{\alpha = 1 \text{ m/s}^2}$$

c) A função da velocidade escalar é do tipo $v = v_0 + \alpha t$, na qual $v_0 = -2$ m/s e $\alpha = 1$ m/s^2:

$$\boxed{v = -2 + t}$$ (t em segundos e v em metros por segundo)

d) Há mudança de sentido quando $v = 0$. Logo:

$$v = -2 + t \Rightarrow 0 = -2 + t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

Nesse instante, o espaço é:

$$s = 10 + 2t + \frac{t^2}{2} = 10 - 2 \cdot 2 + \frac{2^2}{2} \Rightarrow \boxed{s = 8 \text{ m}}$$

Observação:
As funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ determinam o espaço e a velocidade escalar do móvel no decurso do tempo. O móvel muda de sentido, mas suas funções o definem na ida e na volta. No MUV as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ são únicas, independentemente de o móvel ir ou voltar. Esse fato pode ser verificado tabelando-se alguns valores dessas funções como indicamos a seguir (a tabela foi obtida atribuindo valores de t nas equações de s e v).

t (em s)	$s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$ (s em m)	$v = -2 + t$ (v em m/s)
0	10	−2
1	8,5	−1
2	8	0
3	8,5	+1
4	10	+2
5	12,5	+3

Note que até o instante t = 2 s o movimento é retrógrado, pois sua velocidade escalar é negativa. No instante t = 2 s o móvel muda de sentido e está na posição cujo espaço é igual a 8 m. Após o instante t = 2 s o movimento passa a ser progressivo.

Respostas: a) MUV; b) 10 m; −2 m/s; 1 m/s^2; c) $v = -2 + t$ (v em m/s e t em s); d) 8 m

R. 29 Um móvel descreve um MUV numa trajetória retilínea e os seus espaços variam no tempo de acordo com a função horária:

$s = 9 + 3t - 2t^2$ (t em segundos e s em metros)

Determine:

a) a função da velocidade escalar;

b) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

Solução:

a) Comparando a função dada ($s = 9 + 3t - 2t^2$) com

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$, obtemos $s_0 = 9$ m, $v_0 = +3$ m/s

e $\alpha = -4$ m/s². A função $v = v_0 + \alpha t$ fica:

$\boxed{v = 3 - 4t}$ (t em segundos e v em metros por segundo)

b) O móvel passa pela origem dos espaços (marco zero) quando seu espaço $s = 0$. Substituindo esse valor em $s = 9 + 3t - 2t^2$, vem:

$$0 = 9 + 3t - 2t^2$$
$$2t^2 - 3t - 9 = 0$$

Trata-se de uma equação do 2º grau em t cuja solução (veja o quadro) é:

$$\boxed{t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Como temos $2t^2 - 3t - 9 = 0$ ($a = 2$, $b = -3$ e $c = -9$), vem:

$$t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9)}}{2 \cdot 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{+3 \pm \sqrt{9 + 72}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

$$t' = \frac{3 + 9}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{t' = 3\text{ s}} \text{ e}$$

$$t'' = \frac{3 - 9}{4} \Rightarrow \boxed{t'' = -1{,}5\text{ s}}$$

O móvel passa pela origem dos espaços nos instantes t' = 3 s e t" = −1,5 s. Esta segunda resposta significa 1,5 s antes do instante t = 0 s. Admitindo-se que a função horária seja definida apenas para instantes posteriores a t = 0 s, então, só a primeira solução (3 s) é resposta.

Respostas: a) $v = 3 - 4t$ (v em m/s e t em s); b) 3 s

Equação do 2º grau

A expressão geral de uma equação do 2º grau em *x* é:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Nessa expressão, $a \neq 0$, *b* e *c* são coeficientes numéricos, chamados parâmetros da equação. As raízes dessa equação são dadas pela fórmula geral:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

R. 30 Um ponto material parte do repouso em movimento uniformemente acelerado com aceleração escalar $\alpha = +5$ m/s². Quais são os valores de sua velocidade e de seu espaço após 10 s?

Solução:

O móvel parte do repouso. Portanto, sua velocidade inicial é $v_0 = 0$. Vamos convencionar que no instante inicial o móvel se encontrava na própria origem dos espaços. Assim: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$ (parte do repouso); $\alpha = +5$ m/s².

Substituindo esses valores nas funções horárias, para t = 10 s, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow s = \frac{5t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{5}{2} \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{s = 250\text{ m}}$$

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 5t \Rightarrow v = 5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 50\text{ m/s}}$$

Resposta: O móvel se encontra a 250 m de sua posição de partida e com velocidade escalar de 50 m/s, no instante 10 s.

R. 31 Sobre uma mesma trajetória, dois móveis *A* e *B* se movimentam obedecendo às funções horárias $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$ (s em metros e t em segundos). Determine:

a) em que instantes os móveis *A* e *B* se cruzam;

b) onde, na trajetória, ocorrem os cruzamentos dos móveis.

Solução:

a) Os espaços iniciais (em t = 0) dos móveis são, respectivamente, −10 m e +15 m e eles se movem a favor do sentido da trajetória. Esquematicamente:



Para determinar os instantes em que os móveis se cruzam, devemos igualar os espaços: $s_A = s_B$.

Temos: $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$

Igualando: $-10 + 20t = 15 + 5t + 2t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2t^2 - 15t + 25 = 0$

Resolvendo essa equação do 2º grau:

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 200}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{4} \Rightarrow t = \frac{15 \pm 5}{4}$$

$$t' = \frac{15 - 5}{4} \Rightarrow \boxed{t' = 2{,}5\text{ s}} \text{ e}$$

$$t'' = \frac{15 + 5}{4} \Rightarrow \boxed{t'' = 5\text{ s}}$$

Portanto, os móveis se cruzam duas vezes: no instante 2,5 s e no instante 5 s.

b) Para determinar as posições em que ocorrem esses cruzamentos, devemos substituir esses instantes numa das funções horárias. Assim:

$s'_A = -10 + 20 \cdot 2{,}5 = -10 + 50 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{s'_A = 40\text{ m}}$

$s''_A = -10 + 20 \cdot 5 = -10 + 100 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{s''_A = 90\text{ m}}$

Respostas: a) 2,5 s; 5 s; b) 40 m; 90 m

R. 32 Um automóvel está parado diante de um sinal fechado. No instante em que o farol fica verde, passa por ele uma motocicleta que mantém uma velocidade constante de 15 m/s. Supondo que, nesse mesmo instante, o automóvel comece a se mover com aceleração constante igual a 2 m/s^2, determine:

a) após quanto tempo o automóvel alcança a moto;

b) que distância o automóvel percorre até alcançar a moto;

c) a velocidade do automóvel no instante em que alcança a moto.

Solução:

a) Vamos adotar a posição inicial do automóvel como origem dos espaços e o instante em que o farol abre como origem dos tempos ($t = 0$).

Para o automóvel: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$; $\alpha = 2$ m/s^2

Substituindo esses valores em

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ (MUV), vem: $s_A = t^2$.

Para a motocicleta: $s_0 = 0$; $v = 15$ m/s.

Substituindo esses valores em $s = s_0 + vt$ (MU), vem: $s_B = 15t$

No instante em que o automóvel (*A*) alcança a moto (*B*), os espaços são iguais. Portanto:

$s_A = s_B \Rightarrow t^2 = 15t \Rightarrow t^2 - 15t = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = 0$ ou $t = 15$ s

Uma das soluções é o instante inicial $t = 0$.

Estamos interessados na outra solução, isto é:

$\boxed{t = 15 \text{ s}}$

Esquematicamente:



b) Obtemos a distância percorrida pelo automóvel substituindo t por 15 s em $s_A = t^2$. Assim:

$$s_A = 15^2 \Rightarrow \boxed{s = 225 \text{ m}}$$

c) A velocidade do automóvel varia com o tempo, obedecendo à função horária:

$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 2t$

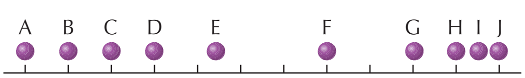
Substituindo t por 15 s, vem:

$$v = 2 \cdot 15 \Rightarrow \boxed{v = 30 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 15 s; b) 225 m; c) 30 m/s

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 68 O desenho representa uma fotografia de múltipla exposição de um pequeno corpo em movimento. O intervalo de tempo entre duas fotografias sucessivas é de 0,01 s. A escala abaixo do desenho está graduada em centímetros:



a) No intervalo de tempo definido pelas posições de A a D, o movimento é uniforme ou variado?

b) De D a F o movimento é acelerado ou retardado?

c) De F a J o movimento é acelerado ou retardado?

P. 69 É dado um movimento cuja função horária é $s = 13 - 2t + \frac{2{,}5}{2}t^2$, na qual s é o espaço em centímetros e t é o tempo em segundos. Determine:

a) a velocidade inicial do movimento;

b) a aceleração escalar;

c) o instante e a posição em que o móvel muda de sentido.

P. 70 É dado um movimento cuja função horária é $s = 0{,}25 + 0{,}75t - t^2$, sendo que s é o espaço em centímetros e t é o tempo em segundos. Determine:

a) o espaço inicial;

b) a velocidade escalar inicial;

c) a aceleração escalar;

d) a função da velocidade escalar;

e) o instante em que o móvel muda de sentido.

P. 71 Um ponto material está em movimento e sua velocidade escalar varia com o tempo segundo a função $v = 6 - 3t$, na qual t está em segundos e v em metros por segundo. Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;

b) a aceleração escalar;

c) o instante em que o móvel muda de sentido;

d) a função horária $s = f(t)$ do movimento, sendo 15 m o espaço inicial.

P. 72 É dado o movimento cuja velocidade obedece à função $v = -8 + 2t$, em que *t* está em segundos e v em metros por segundo. Determine:

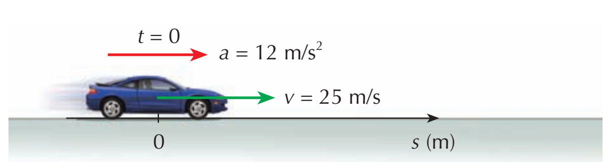
a) a velocidade escalar inicial;

b) a aceleração escalar;

c) o instante em que o móvel muda de sentido;

d) a função horária $s = f(t)$, sabendo-se que no instante inicial o espaço do móvel é igual a 5 m.

P. 73 Um móvel passa pelo marco zero de uma trajetória, em movimento progressivo uniformemente acelerado, no instante $t = 0$ s. Nesse instante sua velocidade escalar é 25 m/s e sua aceleração escalar é 12 m/s^2. Escreva as funções do movimento $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$.



P. 74 Um móvel passa pela origem dos espaços, em movimento uniformemente retardado, no instante em que $t = 0$ s. Nesse instante sua velocidade escalar é 10 m/s. A aceleração escalar do movimento é $-2{,}5$ m/s^2.
Determine:
a) a função horária $s = f_1(t)$ e a função da velocidade $v = f_2(t)$;
b) o instante em que o móvel passa novamente pela origem dos espaços;
c) o instante em que o móvel muda de sentido.

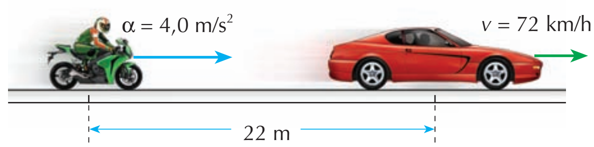
P. 75 No instante em que se aciona um cronômetro ($t = 0$), um móvel está numa posição a 36 m do marco zero, medidos sobre sua trajetória, no trecho positivo. A partir desse instante, levantam-se os dados da tabela e admite-se que a lei de comportamento do movimento seja válida para os instantes posteriores aos da tabela.

t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	21	18	15	12	9

Determine:
a) as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ do movimento;
b) o instante em que o móvel muda de sentido;
c) seu espaço nesse instante.

P. 76 Considere dois móveis que, sobre uma mesma trajetória, realizam movimentos que obedecem às funções horárias $s_1 = -2 + 6t$ e $s_2 = 4 - 3t + 3t^2$ (s em metros e t em segundos).
a) Em que instante (ou instantes) esses móveis se cruzam?
b) Em que posição (ou posições) os móveis se cruzam?

P. 77 Ao ver passar uma bela garota loura dirigindo uma Ferrari vermelha que desenvolve velocidade constante de 72 km/h, um apaixonado rapaz resolve sair ao seu encalço pilotando sua possante moto. No entanto, ao conseguir partir com a moto, com aceleração constante igual a 4,0 m/s^2, o carro já está 22 m à frente.
a) Após quanto tempo o rapaz alcança o carro da moça?
b) Que distância a moto percorre até o instante em que os dois veículos emparelham?
c) Qual é a velocidade da moto no instante em que alcança o carro?



3 Velocidade escalar média no MUV

No movimento uniformemente variado (MUV), a velocidade escalar média (v_m), num intervalo de tempo, é a média aritmética das velocidades escalares nos instantes que definem o intervalo*:

$$t_1 \rightarrow v_1 \qquad t_2 \rightarrow v_2 \qquad v_{m_{t_1 \vdash t_2}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Essa é uma propriedade importante do MUV.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 33 Um movimento uniformemente variado é descrito pelas funções:

$$\begin{cases} s = 12 + 10t - t^2 \\ v = 10 - 2t \end{cases} \quad \text{(t em segundos, s em metros e } v \text{ em metros por segundo)}$$

a) Determine a velocidade escalar média no intervalo de 1 s a 4 s.
b) Chamando de v_1 e v_4 as velocidades escalares instantâneas em 1 s e 4 s, respectivamente, verifique a propriedade do MUV: $v_{m_{1 \vdash 4}} = \frac{v_1 + v_4}{2}$

Solução:

a) A velocidade escalar média é dada por: $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

* A demonstração dessa propriedade encontra-se na página 102 (observação ④, no final do estudo dos gráficos do MUV).

Em $s = 12 + 10t - t^2$, determinamos:

$t = 1\ s \Rightarrow s_1 = 12 + 10 \cdot 1 - 1^2 \Rightarrow s_1 = 21\ m$

$t = 4\ s \Rightarrow s_4 = 12 + 10 \cdot 4 - 4^2 \Rightarrow s_4 = 36\ m$

$\Delta t = 4 - 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \Delta t = 3\ s$

$\Delta s = s_4 - s_1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \Delta s = 15\ m$

$$v_{m_{1\vdash 4}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15}{3} \Rightarrow \boxed{v_{m_{1\vdash 4}} = 5\ m/s}$$

b) Para verificarmos a propriedade do MUV, calcularemos v_1 e v_4.
Em $v = 10 - 2t$:

$t = 1\ s \Rightarrow v_1 = 10 - 2 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = 8\ m/s$

$t = 4\ s \Rightarrow v_4 = 10 - 2 \cdot 4 \Rightarrow v_4 = 2\ m/s$

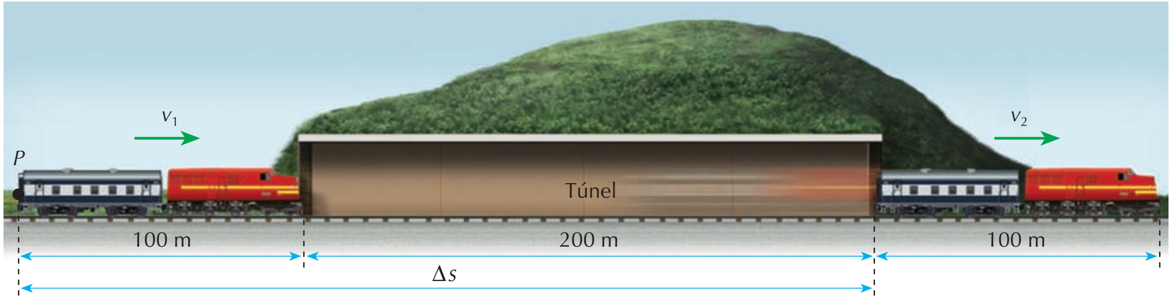
A média aritmética: $\frac{v_1 + v_4}{2} = \frac{8 + 2}{2} = \frac{10}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{v_1 + v_4}{2} = 5\ m/s}$

Esse resultado é a própria velocidade escalar média no referido intervalo.

Respostas: a) 5 m/s; b) 5 m/s

R. 34 Um trem de comprimento 100 m atravessa um túnel reto de comprimento 200 m, com movimento uniformemente variado. Quando o trem começa a entrar no túnel, sua velocidade escalar é de 10 m/s e, quando acaba de sair do túnel, sua velocidade escalar é de 20 m/s. Qual é o intervalo de tempo decorrido do início ao fim da travessia?

Solução:



Qualquer ponto do trem — como o ponto *P* na traseira, por exemplo — percorre a distância $\Delta s = 300\ m$ durante a travessia do túnel.

De $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ e $v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$, vem:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{300}{\Delta t} = \frac{10 + 20}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20\ s}$$

Resposta: 20 s

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Análise experimental de um movimento uniformemente variado*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 78 Em 5 s, a velocidade escalar de um móvel em MUV variou de 10 m/s para 25 m/s. Determine:

a) a velocidade escalar média do móvel nesse intervalo de tempo;

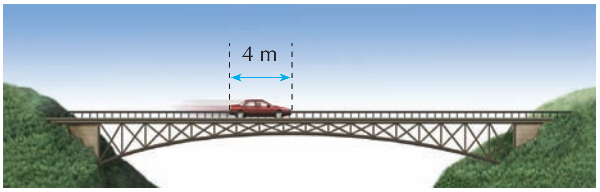
b) a distância percorrida pelo móvel.

P. 79 A velocidade escalar de um móvel varia no decorrer do tempo segundo a função $v = 6 + 8t$. Determine:

a) a velocidade escalar média do móvel entre os instantes 2 s e 10 s;

b) a distância percorrida pelo móvel nesse intervalo de tempo.

P. 80 Um carro de 4 m de comprimento, em MUV, atravessa uma ponte. Sua velocidade escalar é 36 km/h ao entrar na ponte e 54 km/h ao sair. O intervalo de tempo decorrido na travessia é 4 s. Qual é o comprimento da ponte?



4 Equação de Torricelli para o MUV

No MUV há muitos casos nos quais interessa relacionar a velocidade escalar v em função do espaço s, o que é feito com o emprego da chamada **equação de Torricelli**, que deduzimos a seguir.

Elevando ao quadrado ambos os membros de $v = v_0 + \alpha t$, obtemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha t v_0 + \alpha^2 t^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2\alpha\left(v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2\right)$$

Comparando com a função horária $s - s_0 = v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$, vem:

$$v_0^2 + 2\alpha(s - s_0)$$

Ou ainda:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$$ **equação de Torricelli para o MUV**

Nessa fórmula, a velocidade escalar v varia em função do espaço s; v_0 é a velocidade inicial, e α é a aceleração escalar do movimento (α pode ser positiva ou negativa, de acordo com as convenções adotadas).

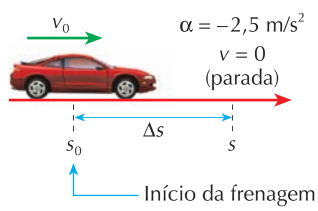
EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 35 Um carro a 90 km/h é freado uniformemente com a aceleração escalar de 2,5 m/s² (em módulo) até parar. Determine a variação do espaço do móvel desde o início da frenagem até ele parar.

Solução:
O exercício pode ser resolvido com as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$. No entanto, com a equação de Torricelli a solução é mais rápida. A velocidade inicial do movimento retardado é $v_0 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3,6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$; a aceleração de retardamento é $\alpha = -2,5 \text{ m/s}^2$ (negativa, pois o movimento é retardado e, portanto, v_0 e α devem ter sinais contrários). A velocidade final v é nula, pois o móvel para ao fim do percurso. Assim:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 25^2 - 2 \cdot 2,5 \cdot \Delta s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{25^2}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 125 \text{ m}}$$



Resposta: 125 m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 81 Um móvel parte do repouso e, com aceleração constante de 5 m/s², atinge a velocidade de 20 m/s. Determine a variação do espaço do móvel durante essa variação da velocidade.

P. 82 (UFPE) Um veículo em movimento sofre uma desaceleração uniforme em uma pista reta, até parar. Sabendo-se que, durante os últimos 9,0 m de seu deslocamento, a sua velocidade diminui 12 m/s, calcule o módulo da desaceleração imposta ao veículo, em m/s².

P. 83 Uma composição do metrô parte de uma estação, onde estava em repouso, e percorre 100 m com aceleração escalar constante, atingindo 20 m/s. Determine a aceleração escalar α e a duração t do processo.

P. 84 Num jogo de futebol de salão, um jogador chuta uma bola rasteira, que parte com velocidade inicial v_0. A bola para depois de percorrer 18 m, sem colidir com nenhum obstáculo. A bola desacelera com aceleração constante de módulo 1 m/s². De acordo com os dados fornecidos, determine a velocidade inicial da bola.

P. 85 Um carro percorre a distância de 150 m entre dois locais (A e B) de uma estrada. Neste percurso ele reduz sua velocidade escalar de 72 km/h para 36 km/h, com aceleração escalar constante. Mantida a mesma aceleração, determine a distância que o carro percorre, a partir do local B, até parar.

V1_P1_UN_B_CAP_04.indd 72 18.07.09 17:01:33

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 86 (Vunesp) O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s, e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que ele esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:

a) o tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva a acionar os freios, até o instante em que o veículo para;

b) a distância percorrida nesse tempo.

P. 87 (Unicamp-SP) Um automóvel trafega com velocidade constante de 12 m/s por uma avenida e se aproxima de um cruzamento onde há um semáforo com fiscalização eletrônica. Quando o automóvel se encontra a uma distância de 30 m do cruzamento, o sinal muda de verde para amarelo. O motorista deve decidir entre parar o carro antes de chegar ao cruzamento ou acelerar o carro e passar pelo cruzamento antes de o sinal mudar para vermelho. Esse sinal permanece amarelo por 2,2 s. O tempo de reação do motorista (tempo decorrido entre o momento em que o motorista vê a mudança de sinal e o momento em que realiza alguma ação) é 0,5 s.

a) Determine a mínima aceleração constante que o carro deve ter para parar antes de atingir o cruzamento e não ser multado.

b) Calcule a menor aceleração constante que o carro deve ter para passar pelo cruzamento sem ser multado. Aproxime $(1,7)^2$ para 3,0.

P. 88 (Olimpíada Brasileira de Física) Um motorista pisa bruscamente no freio do seu carro fazendo-o parar no tempo de 2 segundos. O carro deixa marcas de comprimento igual a 5 metros no asfalto. Qual era a velocidade do carro no instante que o motorista "pisa no freio"?

Considere que a trajetória do carro seja retilínea durante a freada e que sua aceleração escalar seja constante.

P. 89 (Unicamp-SP) Um corredor de 100 metros rasos percorre os 20 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida.

a) Qual é a aceleração do corredor nos primeiros 20 m da corrida?

b) Qual é a velocidade atingida ao final dos primeiros 20 m?

c) Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?

P. 90 (Efoa-MG) Um trem de 160 metros de comprimento está parado, com a frente da locomotiva posicionada exatamente no início de uma ponte de 200 metros de comprimento, num trecho retilíneo de estrada. Num determinado instante, o trem começa a atravessar a ponte com aceleração de 0,8 m/s², que se mantém constante até que ele atravesse completamente a ponte.

a) Qual é o tempo gasto pelo trem para atravessar completamente a ponte?

b) Qual é a velocidade no instante em que ele abandona completamente a ponte?

P. 91 (Vunesp) Uma norma de segurança sugerida pela concessionária de uma autoestrada recomenda que os motoristas que nela trafegam mantenham seus veículos separados por uma "distância" de 2,0 segundos.

a) Qual é essa distância, expressa adequadamente em metros, para veículos que percorrem a estrada com a velocidade constante de 90 km/h?

b) Suponha que, nessas condições, um motorista freie bruscamente seu veículo até parar, com aceleração constante de módulo 5,0 m/s², e o motorista de trás só reaja, freando seu veículo, depois de 0,50 s. Qual deve ser a aceleração mínima do veículo de trás para não colidir com o da frente?



P. 92 Um carro viaja com velocidade de 90 km/h num trecho retilíneo de uma rodovia. Subitamente, o motorista vê um cavalo parado na pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15 m. O motorista freia o carro à taxa constante de 5,0 m/s², mantendo-o em sua trajetória retilínea, e consegue parar antes de atingir o cavalo, que permaneceu imóvel durante todo o tempo. A que distância mínima do animal o motorista deve tê-lo avistado?

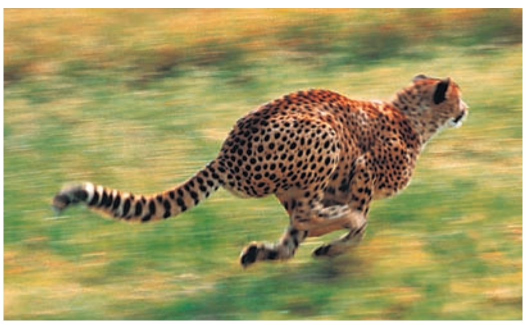
Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *O avião — da decolagem ao pouso*
Simulação: *MRU e MRUV*

TESTES PROPOSTOS

T. 57 (PUC-RS) Dizer que um movimento se realiza com uma aceleração escalar constante de 5 m/s^2 significa que:

a) em cada segundo o móvel se desloca 5 m.
b) em cada segundo a velocidade do móvel aumenta de 5 m/s.
c) em cada segundo a aceleração do móvel aumenta de 5 m/s.
d) em cada 5 s a velocidade aumenta de 1 m/s.
e) a velocidade é constante e igual a 5 m/s.

T. 58 (Unirio-RJ) Caçador nato, o guepardo é uma espécie de mamífero que reforça a tese de que os animais predadores estão entre os bichos mais velozes da natureza. Afinal, a velocidade é essencial para os que caçam outras espécies em busca de alimentação.



O guepardo é capaz de, saindo do repouso e correndo em linha reta, chegar à velocidade de 72 km/h em apenas 2,0 segundos, o que nos permite concluir, em tal situação, ser o módulo de sua aceleração escalar média, em m/s^2, igual a:

a) 10
b) 15
c) 18
d) 36
e) 50

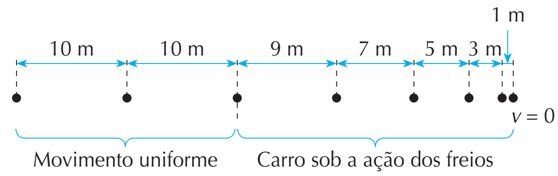
T. 59 (FEI-SP) A tabela dá os valores da velocidade escalar instantânea de um móvel em função do tempo, traduzindo uma lei de movimento que vale do instante $t = 0$ s até o instante $t = 5{,}0$ s.

t	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	s
v	7	10	13	16	19	cm/s

A respeito desse movimento podemos dizer que:

a) é uniforme.
b) é uniformemente variado com velocidade inicial nula.
c) é uniformemente acelerado com velocidade inicial diferente de zero.
d) sua aceleração escalar é variável.
e) nada se pode concluir.

T. 60 (Uece) Um automóvel desloca-se numa estrada reta com velocidade constante de 36 km/h. Devido a um vazamento, o carro perde óleo à razão de uma gota por segundo. O motorista pisa no freio, introduzindo uma aceleração constante de retardamento, até parar. As manchas de óleo deixadas na estrada, durante a freada, estão representadas na figura.



Pode-se concluir que a aceleração de retardamento vale, em módulo:

a) 1 m/s^2
b) 2 m/s^2
c) 3 m/s^2
d) 4 m/s^2
e) nenhum desses valores

T. 61 (UEPB) Um automóvel move-se com velocidade constante de 20 m/s por uma avenida e aproxima-se de um semáforo com fiscalização eletrônica, situado em frente a uma escola. Quando o automóvel se encontra a 60 metros do semáforo, o sinal muda de verde para amarelo, permanecendo amarelo por um tempo de 2,0 segundos. Portanto, a menor aceleração constante que o carro deve ter para passar pelo semáforo e não ser multado, em m/s^2, vale:

a) 10
b) 6,0
c) 8,0
d) 7,0
e) 12

T. 62 (UEL-PR) Um móvel efetua um movimento retilíneo uniformemente variado obedecendo à função horária $s = 10 + 10t - 5{,}0t^2$, na qual o espaço s é medido em metros e o instante t em segundos. A velocidade do móvel no instante $t = 4{,}0$ s, em m/s, vale:

a) 50
b) 20
c) 0
d) -20
e) -30

T. 63 (Olimpíada Paulista de Física) Um avião a jato, partindo do repouso, é submetido a uma aceleração constante de 4,0 m/s^2. Qual é o intervalo de tempo Δt de aplicação dessa aceleração para que o jato atinja a velocidade de decolagem de 160 m/s? Qual é a distância d percorrida até a decolagem?

a) $\Delta t = 80{,}0$ s e $d = 400$ m
b) $\Delta t = 20{,}0$ s e $d = 1.600$ m
c) $\Delta t = 20{,}0$ s e $d = 3.200$ m
d) $\Delta t = 40{,}0$ s e $d = 1.600$ m
e) $\Delta t = 40{,}0$ s e $d = 3.200$ m

T. 64 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma partícula executa um movimento retilíneo uniformemente variado. Num dado instante, a partícula tem velocidade 50 m/s e aceleração negativa de módulo 0,2 m/s^2. Quanto tempo decorre até a partícula alcançar a mesma velocidade em sentido contrário?

a) 500 s
b) 250 s
c) 125 s
d) 100 s
e) 10 s

T. 65 (Univali-SC) Um ponto material percorre uma trajetória retilínea segundo a função horária $s = 4 + 6t + t^2$ (s em metros e t em segundos). No intervalo de tempo entre os instantes $t = 1$ s e $t = 6$ s, a velocidade escalar média, em m/s, é:

a) 6
b) 11
c) 13
d) 34
e) 59

T. 66 (Fatec-SP) Uma partícula tem seu espaço s variando com o tempo t segundo a função:

$$s = 28 - 15t + 0{,}5t^2$$

com s em metros e t em segundos. Pode-se afirmar que:

a) a aceleração é 1,0 m/s², e o movimento é acelerado no intervalo de t = 0 a t = 3,0 s.
b) a aceleração é 0,5 m/s², e o movimento é acelerado no intervalo de t = 0 a t = 3,0 s.
c) a aceleração é 0,5 m/s², e o movimento é retardado no intervalo de t = 0 a t = 3,0 s.
d) a partícula inverte o sentido de movimento no instante t = 15 s.
e) o movimento se torna uniforme a partir do instante t = 15 s.

T. 67 (FMABC-SP) A função horária do movimento de uma partícula é expressa por $s = t^2 - 10t + 24$ (s em metros e t em segundos). O espaço do móvel ao mudar de sentido é:

a) 24 m
b) −25 m
c) 25 m
d) 1 m
e) −1 m

T. 68 (Mackenzie-SP) Um trem de 120 m de comprimento se desloca com velocidade escalar de 20 m/s. Esse trem, ao iniciar a travessia de uma ponte, freia uniformemente, saindo completamente da mesma após 10 s, com velocidade escalar de 10 m/s. O comprimento da ponte é:

a) 150 m
b) 120 m
c) 90 m
d) 60 m
e) 30 m

T. 69 (Vunesp) Um ponto material em movimento retilíneo uniformemente variado passa pelo ponto *A* de uma reta com velocidade de 15 m/s, dirigindo-se para o ponto *B* dessa mesma reta. Se a distância *AB* é de 40 m e o intervalo de tempo desse percurso é de 5,0 s, a velocidade desse ponto material ao passar por *B* é de:

a) 30 m/s
b) 15 m/s
c) 10 m/s
d) 5,0 m/s
e) 1,0 m/s

T. 70 (Uniube-MG) Durante uma viagem pelo interior de São Paulo, um motorista de carro desloca-se retilineamente com velocidade constante de 72 km/h quando vê uma vaca parada no meio da estrada a 100 m de distância. Imediatamente ele aciona os freios, adquirindo uma aceleração escalar de módulo 5 m/s². Pode-se afirmar que o motorista:

a) não conseguirá evitar a colisão com o animal.
b) conseguirá parar o carro exatamente na frente do animal.
c) conseguirá parar o carro a 60 m do animal.
d) conseguirá parar o carro a 50 m do animal.
e) conseguirá parar o carro a 40 m do animal.

T. 71 (UEPB) Dois automóveis, *A* e *B*, deslocam-se um em direção ao outro numa competição. O automóvel *A* desloca-se a uma velocidade de 162 km/h; o automóvel *B*, a 108 km/h. Considere que os freios dos dois automóveis são acionados ao mesmo tempo e que a velocidade diminui a uma razão de 7,5 m/s, em cada segundo. Qual é a menor distância entre os carros *A* e *B* para que eles não se choquem?

a) 135 m
b) 60 m
c) 210 m
d) 195 m
e) 75 m

T. 72 (UCPel-RS) Um carro aproxima-se de uma sinaleira com velocidade constante. Quando a distância entre o carro e a sinaleira é de 27,5 m, a luz vermelha acende e o motorista demora ainda 5,0 s para aplicar os freios. Estes imprimem ao carro uma desaceleração constante de 5,0 m/s². Qual era a velocidade constante do carro, sabendo-se que ele para ao completar os 27,5 m?

a) 5,5 m/s
b) aproximadamente 60 km/h
c) 72 km/h
d) 7,0 m/s
e) 18 km/h

T. 73 (ITA-SP) De uma estação parte um trem *A* com velocidade constante v_A = 80 km/h. Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação um outro trem *B*, com velocidade constante v_B = 100 km/h. Depois de um tempo de percurso, o maquinista de *B* verifica que o seu trem se encontra a 3 km de *A*; a partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração α = −50 km/h². O trem *A* continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

a) não houve encontro dos trens.
b) depois de duas horas o trem *B* para e a distância que o separa de *A* é de 64 km.
c) houve encontro dos trens depois de 12 min.
d) houve encontro dos trens depois de 36 min.
e) não houve encontro dos trens; continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

T. 74 (PUC-Campinas-SP) No instante em que a luz verde do semáforo acende, um carro ali parado parte com aceleração constante de 2,0 m/s². Um caminhão, que circula na mesma direção e no mesmo sentido, com velocidade constante de 10 m/s, passa por ele no exato momento da partida. Podemos, considerando os dados numéricos fornecidos, afirmar que:

a) o carro ultrapassa o caminhão a 200 m do semáforo.
b) o carro não alcança o caminhão.
c) os dois veículos seguem juntos.
d) o carro ultrapassa o caminhão a 40 m do semáforo.
e) o carro ultrapassa o caminhão a 100 m do semáforo.

T. 75 (Olimpíada Brasileira de Física) Quando o sinal abre, um carro parado inicia um movimento uniformemente acelerado, sendo neste mesmo instante ultrapassado por um caminhão que se move com velocidade escalar constante v_0. A velocidade escalar do carro no momento que ultrapassa o caminhão é:

a) $1{,}1v_0$ b) $1{,}2v_0$ c) $1{,}5v_0$ d) $2{,}0v_0$ e) $2{,}5v_0$

T. 76 (Uerj) O movimento retilíneo uniformemente acelerado de um objeto pode ser representado pela seguinte progressão aritmética:

7 11 15 19 23 27 ...

Esses números representam as variações do espaço, em metros, realizadas pelo objeto, a cada segundo. Portanto, a função horária dos espaços, em unidades SI, que descreve a posição desse objeto pode ser:

a) $3t + 4t^2$
b) $5t + 2t^2$
c) $1 + 2t + 4t^2$
d) $2 + 3t + 2t^2$

UNIDADE B

Capítulo 5

Movimento vertical no vácuo

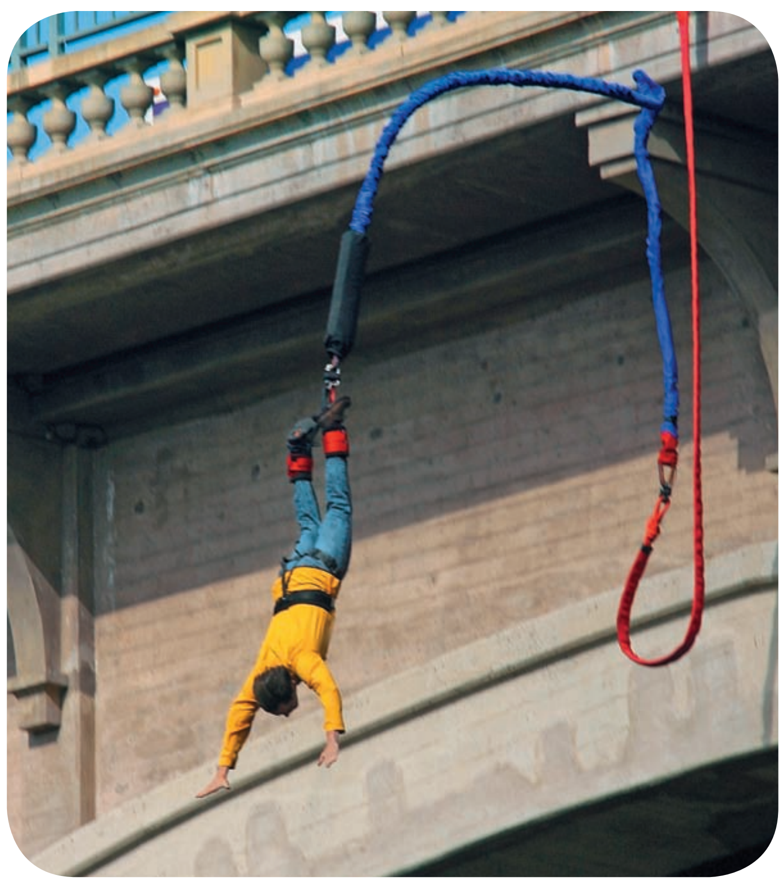
Dá-se o nome de queda livre aos movimentos verticais realizados no vácuo ou onde a resistência do ar é desprezível. Nesses movimentos a aceleração é considerada constante e igual à aceleração da gravidade no local onde o movimento se realiza.

5.1 Queda livre e lançamento vertical

Nos movimentos verticais, nas proximidades da superfície terrestre, consideramos a aceleração constante e desprezamos a ação do ar.



Por alguns instantes, desprezada a resistência do ar, o praticante de saltos ornamentais realiza um movimento de queda livre.



Do salto até o momento da solicitação do elástico, o *bungee jumper* cai, praticamente, sob ação da gravidade em um movimento de queda livre.

Seção 5.1

Queda livre e lançamento vertical

Objetivos

- Descrever os movimentos de queda livre e lançamento vertical.
- Descrever matematicamente esses movimentos.
- Relacionar as características do movimento vertical (progressivo ou retrógrado) de acordo com a orientação adotada para a trajetória.
- Caracterizar os movimentos verticais em acelerado e retardado.

Termos e conceitos

- vácuo
- queda livre
- lançamento vertical

O movimento vertical de um corpo próximo ao solo é chamado de **queda livre** quando o corpo é abandonado no vácuo ou se considera desprezível a ação do ar. Seu estudo é idêntico ao de um **lançamento na vertical**, o qual difere da queda livre somente por apresentar uma velocidade inicial vertical. Esses movimentos são descritos pelas mesmas funções horárias.

A aceleração do movimento vertical de um corpo no vácuo é denominada **aceleração da gravidade** e indicada por g. Como o movimento se realiza nas proximidades da superfície terrestre, a aceleração da gravidade é considerada **constante**. Assim, **a queda livre e o lançamento na vertical são movimentos uniformemente variados** (MUV).

O valor da aceleração da gravidade, tomado ao nível do mar e a uma latitude de 45°, é:

$$g = 9{,}80665 \text{ m/s}^2$$

Esse valor é chamado aceleração normal da gravidade.

Na resolução de exercícios, para efeito de cálculo, arredondamos para 10 m/s^2. Note que a aceleração da gravidade tem um valor bastante alto quando comparado aos valores de aceleração de veículos. Seu valor de praticamente 10 m/s^2 significa uma variação de velocidade de 10 m/s em cada segundo, ou seja, de 36 km/h em cada segundo. Assim, em apenas 4 s de queda, um corpo atingiria 144 km/h se não houvesse a resistência do ar.

Descrição matemática

Em todos os fenômenos descritos neste capítulo desprezamos a resistência do ar.

Na **queda**, o módulo da velocidade escalar do corpo aumenta: o movimento é **acelerado**. **Lançado verticalmente para cima**, o módulo da velocidade escalar diminui na subida: o movimento é **retardado** (**fig. 1**).

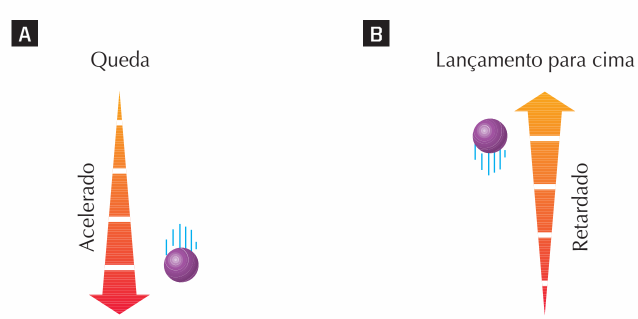


Figura 1.





À medida que o corpo lançado verticalmente para cima sobe (**fig. 2A**), sua velocidade escalar decresce em módulo até se anular na altura máxima (**fig. 2B**). Nesse instante ocorre **mudança do sentido** do movimento e o móvel passa a descer em movimento **acelerado** (**fig. 2C**).

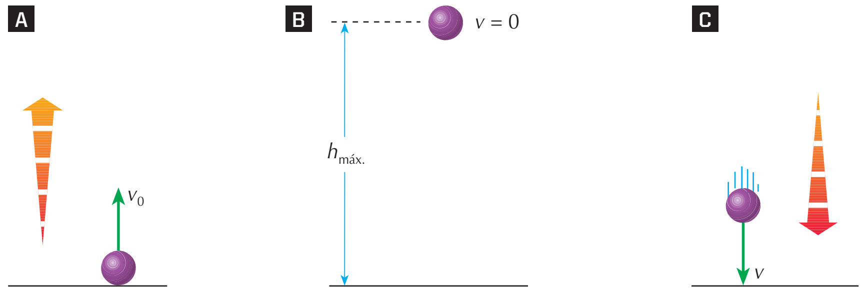


Figura 2.

Estudemos os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar segundo convenções algébricas. Para isso, orientemos a trajetória para cima (**fig. 3A**). Segundo essa orientação, a velocidade escalar é positiva na subida e negativa na descida (**fig. 3B**). Na subida, o movimento é retardado e a aceleração escalar é negativa, pois v e α devem ter sinais contrários (**fig. 3C**). Na descida, o movimento é acelerado e a aceleração escalar continua negativa, pois α e v devem ter o mesmo sinal (**fig. 3D**).

Desse modo, **orientando-se a trajetória para cima** no percurso subida-descida, apenas o sinal da velocidade escalar muda. **A aceleração escalar é negativa**, independentemente de o corpo subir ou descer ($\alpha = -g$).

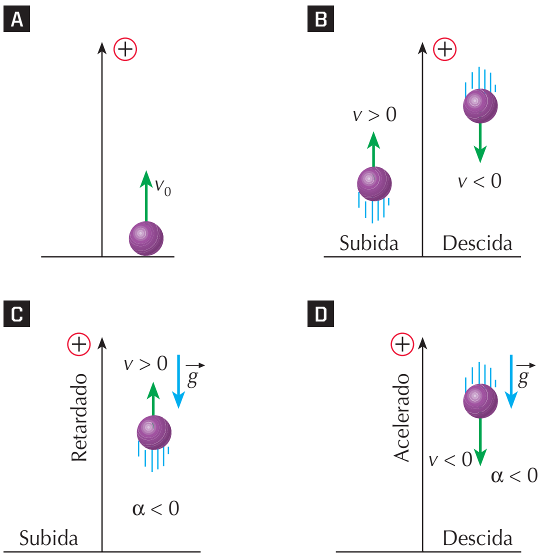


Figura 3. A velocidade escalar muda de sinal, mas a aceleração escalar é negativa quando orientamos a trajetória para cima, esteja o corpo subindo ou descendo.

Baseando-nos na **figura 4** e utilizando o mesmo raciocínio, concluímos: **orientando-se a trajetória para baixo**, a velocidade escalar muda de sinal, mas a **aceleração escalar é positiva**, independentemente de o corpo subir ou descer ($\alpha = +g$).

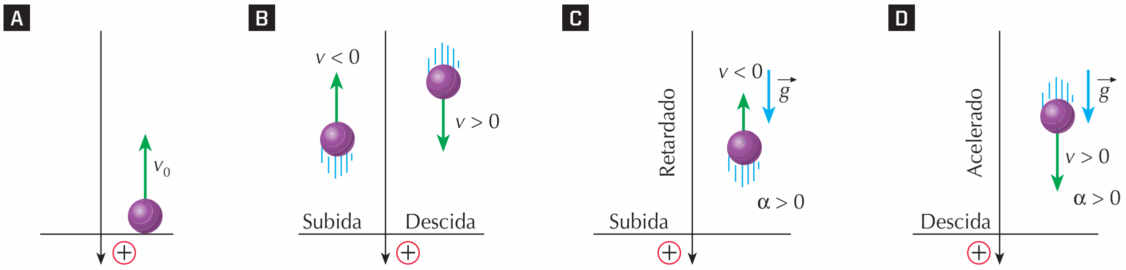
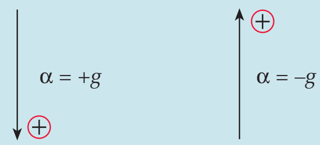


Figura 4. A velocidade escalar muda de sinal, mas a aceleração escalar é positiva quando orientamos a trajetória para baixo, esteja o corpo subindo ou descendo.

Assim, num lançamento vertical e numa queda livre, o sinal da aceleração escalar é determinado somente pela orientação da trajetória e não depende do fato de o corpo estar subindo ou descendo. Subir ou descer está associado apenas ao sinal da velocidade escalar.

As funções do MUV descrevem o lançamento na vertical e a queda livre:

Funções do MUV	Orientação da trajetória	
$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$	para baixo	para cima
$v = v_0 + \alpha t$		
$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$		
$\alpha = \pm g$		

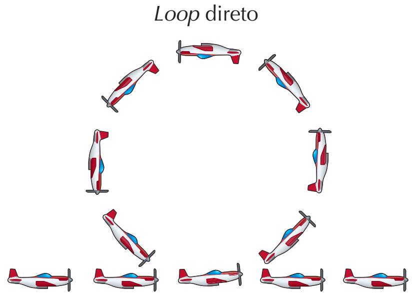


Os símbolos utilizados nessas funções são os mesmos da Cinemática Escalar e, portanto, conhecidos. A aceleração escalar α é $+g$ (orientação da trajetória para baixo) ou $-g$ (orientação da trajetória para cima), independentemente de o corpo subir ou descer. O sentido do movimento (subida ou descida) é dado pelo sinal da velocidade escalar, de acordo com a orientação da trajetória. Lembre-se de que essas funções descrevem a ida e a volta do móvel, isto é, **no MUV existe uma função única tanto para a ida como para o retorno**.

Comparando acelerações com a aceleração da gravidade

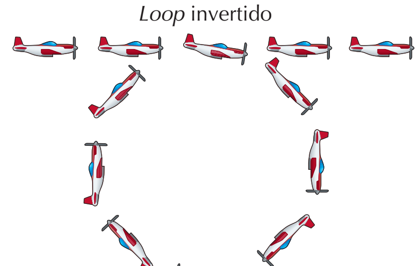
- O valor da aceleração da gravidade nas proximidades da superfície terrestre (g) é frequentemente usado na comparação entre acelerações. Por exemplo, na categoria *Top Fuel*, os *dragsters* atingem na arrancada a velocidade de 160 km/h em somente 0,8 s e que corresponde a uma aceleração média de 55 m/s^2, ou seja, aproximadamente 5,5 g.
- O piloto de corrida David Purley, numa colisão em Silverstone, Inglaterra, em 13 de julho de 1977, sobreviveu a uma desaceleração em que a velocidade de seu veículo variou de 173 km/h para zero, num percurso de apenas 66 cm. Ficou sujeito então a uma desaceleração de 178,4 g.
- Em aviação, ao efetuar manobras, o piloto pode sentir diferentes sensações: em algumas, como no *loop*, o sangue tende a se concentrar nos seus membros inferiores. Nesse caso, diz-se que o piloto sofre "g positivo". Em outras situações, como no *loop* invertido, o sangue tende a se concentrar na cabeça. Diz-se então que o piloto sofre "g negativo".

Loop direto



g positivo

Loop invertido



g negativo

- Um piloto de avião, em manobras arriscadas, pode suportar até 10 g durante 3 s. Entretanto, sob essa aceleração, o avião, dependendo de sua estrutura, poderá até perder as asas.
- Uma pessoa sujeita a acelerações da ordem de 3 g positivo, por algum tempo, terá grande dificuldade para levantar os braços e as pernas. Se a aceleração estiver entre 4 g e 5,5 g positivos, ela poderá perder completamente a visão, chegando a perder a consciência se essa condição perdurar por mais de 5 s.

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Determinação da aceleração da gravidade*
História da Física: *Galileu Galilei*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 36 Um móvel é atirado verticalmente para cima, a partir do solo, com velocidade inicial de 50 m/s. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determine:

a) as funções horárias do movimento;

b) o tempo de subida, isto é, o tempo para atingir a altura máxima;

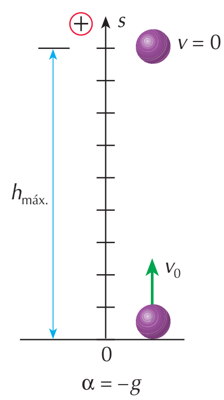
c) a altura máxima;

d) em $t = 6$ s, contados a partir do instante de lançamento, o espaço do móvel e o sentido do movimento;

e) o instante e a velocidade escalar quando o móvel atinge o solo.

Solução:

Orientação da trajetória para cima ($v_0 > 0$). A aceleração é negativa ($\alpha = -g = -10 \text{ m/s}^2$) durante todo o movimento.
Origem dos espaços: no solo.
Origem dos tempos: contados do início do lançamento, o que determina $s_0 = 0$.



a) As funções são:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow s = 50t - \frac{10t^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{s = 50t - 5t^2} \quad ①$$

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow \boxed{v = 50 - 10t} \quad ②$$

b) Quando o móvel atinge a altura máxima ($h_{máx.}$), ele muda de sentido ($v = 0$). Na equação ② vem:

$$v = 50 - 10t \Rightarrow 0 = 50 - 10t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 5 \text{ s}} \quad \text{(tempo de subida)}$$

c) Substituindo t por 5 s na equação ①, determinamos a altura máxima ($s = h_{máx.}$):

$$s = 50t - 5t^2 \Rightarrow h_{máx.} = 50 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{h_{máx.} = 125 \text{ m}}$$

O mesmo resultado poderia ser obtido pela equação de Torricelli, se não tivéssemos o tempo de subida:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 50^2 - 2 \cdot 10 \cdot h_{máx.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{h_{máx.} = 125 \text{ m}}$$

d) Espaço do móvel em $t = 6$ s. Substituindo esse valor na equação $s = 50t - 5t^2$, temos:

$$s_6 = 50 \cdot 6 - 5 \cdot 6^2 \Rightarrow \boxed{s_6 = 120 \text{ m}}$$

Em $t = 6$ s o móvel está descendo, pois sabemos que em 5 s mudou de sentido (veja item *b*). Podemos verificar esse fato por meio da função horária da velocidade ($v = 50 - 10t$). Para $t = 6$ s, temos:

$$v_6 = 50 - 10 \cdot 6 \Rightarrow v_6 = -10 \text{ m/s}$$

Como a velocidade escalar é negativa, o móvel está descendo.

e) Quando o móvel atinge o solo, seu espaço volta a ser nulo. Lembre-se de que o espaço apenas localiza o móvel ao longo da trajetória. Na equação ①, fazendo $s = 0$, vem:

$$s = 0 = 50t - 5t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \text{ (instante inicial)} \\ \boxed{t_2 = 10 \text{ s}} \quad \text{(chegada ao solo)} \end{cases}$$

A velocidade escalar é:

$$v = 50 - 10t = 50 - 10 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = -50 \text{ m/s}}$$

Resposta: a) $s = 50t - 5t^2$ e $v = 50 - 10t$ (s em m e t em s); b) 5 s; c) 125 m; d) 120 m, descendo; e) 10 s e 50 m/s (em módulo)

Observações:

- O tempo do movimento ida e volta (10 s) é o dobro do tempo de subida, isto é, o intervalo de tempo da subida é igual ao intervalo de tempo da descida.
- A velocidade inicial é + 50 m/s e a de chegada ao solo é −50 m/s, isto é, as velocidades de lançamento e de chegada ao solo têm o mesmo módulo.

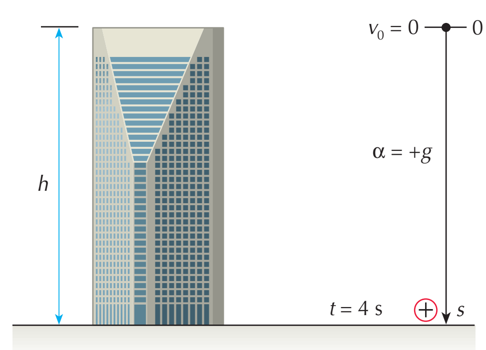
Essas propriedades só valem quando o ponto de partida coincide com o ponto de chegada. Não valem quando há resistência do ar ou o móvel tem propulsão própria.

R. 37 Abandona-se uma pedra do alto de um edifício e esta atinge o solo 4 s depois. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a resistência do ar. Determine:

a) a altura do edifício;

b) o módulo da velocidade da pedra quando atinge o solo.

Solução:



V1_P1_UN_B_CAP_05.indd 81 18.07.09 11:41:00

Orientemos a trajetória para baixo ($\alpha = +g = +10$ m/s^2) a partir do ponto de abandono da pedra ($v_0 = 0$, $s_0 = 0$).

$$s = s_0 + v_0t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow s = \frac{10t^2}{2} \Rightarrow s = 5t^2$$

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 10t$$

Quando $t = 4$ s, vem:

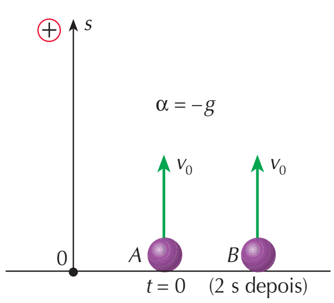
$$h = s = 5 \cdot (4)^2 \Rightarrow \boxed{h = 80 \text{ m}}$$

$$v = 10 \cdot 4 \Rightarrow \boxed{v = 40 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 80 m; b) 40 m/s

R. 38 Dois móveis *A* e *B* são lançados verticalmente para cima, com a mesma velocidade inicial de 15 m/s, do mesmo ponto. O móvel *A* é lançado no instante $t = 0$ s e o móvel *B* é lançado 2 s depois. Determine, a contar do ponto de lançamento, a posição e o instante do encontro dos móveis. Adote $g = 10$ m/s^2 e despreze a resistência do ar.

Solução:
Orientemos a trajetória para cima ($\alpha = -g$). O móvel *A* foi lançado no início da contagem dos tempos ($t = 0$ s). Assim, após t segundos, ele terá andado durante t segundos e em sua função temos a variável t. O móvel *B* parte 2 s depois. Após t segundos, *B* andou durante ($t - 2$) segundos, pois partiu depois. Logo, nas funções do móvel *B* teremos ($t - 2$) em lugar de t.
B está deslocado lateralmente somente para efeito de ilustração; seu lançamento é do mesmo ponto.



Sabemos que $s = s_0 + v_0t + \frac{\alpha}{2}t_2$ e $v = v_0 + \alpha t$. Com $s_0 = 0$, $v_0 = +15$ m/s e $\alpha = -10$ m/s^2, vem:

Móvel *A*

$$\begin{cases} s_A = 15t - \dfrac{10t^2}{2} \Rightarrow s_A = 15t - 5t^2 \\ v_A = 15 - 10t \end{cases}$$

Móvel *B*

$$\begin{cases} s_B = 15 \cdot (t - 2) - \dfrac{10 \cdot (t-2)^2}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow s_B = 15 \cdot (t - 2) - 5 \cdot (t - 2)^2 \\ v_B = 15 - 10 \cdot (t - 2) \end{cases}$$

No instante de encontro: $s_A = s_B$
Igualando essas expressões, vem:

$$15t - 5t^2 = 15(t - 2) - 5(t - 2)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 15t - 5t^2 = 15t - 30 - 5t^2 + 20t - 20 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0 = -30 + 20t - 20 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 50 = 20t \Rightarrow \boxed{t = 2{,}5 \text{ s}}$$

Em qualquer uma das equações, s_A ou s_B, determinamos o ponto de encontro.
Substituindo t por 2,5 s em $s_A = 15t - 5t^2$, vem:

$$\boxed{s_A = 6{,}25 \text{ m}}$$

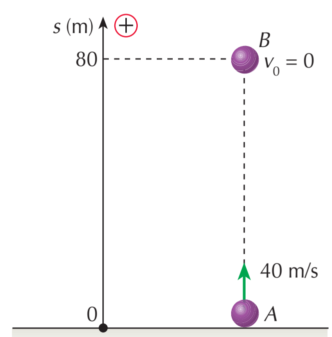
Resposta: O encontro ocorre 2,5 s depois do lançamento do primeiro e a 6,25 m do ponto de lançamento.

R. 39 Uma pedra *A* é lançada verticalmente para cima a partir do solo, com a velocidade de 40 m/s. Simultaneamente, na mesma vertical, outra pedra *B* é abandonada a partir do repouso do alto de um edifício com 80 m de altura. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10$ m/s^2 para a aceleração da gravidade, determine:

a) o instante em que as pedras colidem;

b) a altura, relativamente ao solo, em que ocorre a colisão.

Solução:



a) Para equacionar os dois movimentos é necessário adotar para ambos a mesma origem e a mesma orientação da trajetória. Escolhendo a origem no solo e orientando a trajetória para cima, teremos:
Pedra A: $\alpha = -g = -10$ m/s^2; $v_0 = +40$ m/s; $s_0 = 0$
Pedra B: $\alpha = -g = -10$ m/s^2; $v_0 = 0$; $s_0 = 80$ m
Substituindo esses valores na função horária do MUV de cada pedra:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow \begin{cases} s_A = 40t - 5t^2 \\ s_B = 80 - 5t^2 \end{cases}$$

No instante de encontro: $s_A = s_B$. Então:

$$40t - 5t^2 = 80 - 5t^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 40t = 80 \Rightarrow \boxed{t = 2 \text{ s}}$$

b) Para determinar a posição de encontro, substituímos o valor do instante de encontro numa das funções horárias:

$$s_A = 40 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 \Rightarrow s_A = 80 - 20 \Rightarrow s_A = 60 \text{ m}$$

Respostas: a) 2 s; b) 60 m

Entre na rede No endereço eletrônico http://jersey.uoregon.edu/AverageVelocity/index.html (acesso em junho/2009), você pode realizar simulações de uma queda livre, modificando o valor da velocidade de lançamento e a posição inicial do móvel.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 93 Um projétil é atirado verticalmente para cima a partir do solo, com velocidade inicial de 20 m/s. Despreze a resistência do ar e adote a origem dos espaços no solo com a trajetória orientada para cima (dado: $g = 10\ m/s^2$). Determine:

a) as funções horárias do movimento;

b) o tempo de subida;

c) a altura máxima atingida;

d) em t = 3 s, o espaço e o sentido do movimento;

e) o instante e a velocidade escalar quando o projétil atinge o solo.

P. 94 Do topo de um edifício, a 20 m do solo, atira-se um corpo verticalmente para cima com velocidade inicial de 10 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o tempo de subida do corpo;

b) o tempo de chegada ao solo;

c) a altura máxima.

P. 95 De um andar de um edifício em construção caiu um tijolo, a partir do repouso, que atingiu o solo 2 s depois (dado: $g = 10\ m/s^2$). Desprezando a resistência do ar, calcule:

a) a altura do andar de onde caiu o tijolo;

b) a velocidade escalar do tijolo quando atingiu o solo.

P. 96 (EEM-SP) Calcule a relação entre as alturas atingidas por dois corpos lançados verticalmente com velocidades iniciais iguais, um na Terra, outro na Lua. Sabe-se que a aceleração da gravidade na Terra é 6 vezes maior do que na Lua. Desprezam-se as resistências opostas aos movimentos.

P. 97 Dois corpos são lançados verticalmente para cima do mesmo ponto e com velocidades iniciais iguais a 30 m/s. O segundo corpo é lançado 3 s depois do primeiro. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) o instante e a posição do encontro;

b) as velocidades dos corpos no instante do encontro.

P. 98 Dois corpos estão sobre a mesma vertical, à distância de 30 m um do outro. Abandona-se o de cima e, após 2 s, o outro. Após quanto tempo e em que ponto se dará o encontro dos dois?
Despreza-se a resistência do ar (dado: $g = 10\ m/s^2$).

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 99 Um objeto é lançado verticalmente para cima e volta ao solo após 4 s do lançamento. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

a) a velocidade de lançamento v_0;

b) a altura máxima atingida.

P. 100 Um corpo é atirado verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 16 m/s. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, determine:

a) a altura máxima;

b) o tempo empregado para atingir o ponto mais alto da trajetória;

c) o espaço e a velocidade escalar do corpo 3 s depois de ser lançado.

P. 101 (UFPE) No instante t = 0 um menino lança uma pedra verticalmente para cima. Após 1,0 s, o movimento da pedra ainda é ascendente com uma velocidade que é a metade da velocidade inicial de lançamento. Supondo que o atrito com o ar pode ser desprezado, calcule a altura máxima atingida pela pedra, em metros.
Adote $g = 10\ m/s^2$.

P. 102 Lançou-se uma esfera verticalmente de baixo para cima com uma velocidade inicial de 60 m/s. Três segundos depois lançou-se, segundo a mesma direção e sentido, uma segunda esfera com velocidade inicial de 80 m/s. Considerando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, calcule:

a) o tempo gasto pela segunda esfera até encontrar a primeira e a altura do encontro;

b) as velocidades de cada esfera no momento do encontro.

Exprima os resultados em m/s e km/h.

P. 103 Duas pedras descrevem trajetórias paralelas ao serem lançadas verticalmente para cima a partir do mesmo instante. A primeira é lançada com velocidade de 20 m/s de uma plataforma situada à altura de 20 m e a segunda é lançada a partir do solo com velocidade de 30 m/s. Adotando $g = 10\ m/s^2$ e desprezando a resistência do ar, determine:

a) o instante em que as pedras se cruzam;

b) a altura em que ocorre o cruzamento em relação ao solo;

c) as velocidades das pedras ao se cruzarem.

P. 104 Um objeto é abandonado de um ponto situado a 20 m do solo. Desprezando o efeito do ar e considerando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) a velocidade com que o objeto atinge o solo;

b) a velocidade média do objeto durante a queda até o solo.

P. 105 Um corpo é abandonado de uma altura de 45 m. Considere $g = 10$ m/s^2, despreze a resistência do ar e determine:

a) o intervalo de tempo para o corpo percorrer os primeiros 20 m;

b) o intervalo de tempo para o corpo percorrer os últimos 25 m.

P. 106 Abandona-se uma pedra de uma altura H do solo, num local onde a aceleração da gravidade é 10 m/s^2 e o efeito do ar é desprezível. Verifica-se que, no último segundo de queda, a pedra percorre $\frac{3}{4}H$.

Calcule:

a) o tempo de queda;

b) a altura H de queda;

c) a velocidade final da pedra.

P. 107 (Unicamp-SP) Uma torneira, situada a uma altura de 1,0 m acima do solo, pinga lentamente à razão de 3 gotas por minuto.

a) Com que velocidade uma gota atinge o solo?

b) Que intervalo de tempo separa as batidas de 2 gotas consecutivas no solo?

Considere, para simplificar, $g = 10$ m/s^2.

P. 108 (Unicamp-SP) Um malabarista de circo deseja ter três bolas no ar em todos os instantes. Ele arremessa uma bola a cada 0,40 s (considere $g = 10$ m/s^2).

a) Quanto tempo cada bola fica no ar?

b) Com que velocidade inicial deve o malabarista atirar cada bola para cima?

c) A que altura se elevará cada bola acima de suas mãos?

TESTES PROPOSTOS

Nota: Nos testes seguintes despreze a resistência do ar.

T. 77 (UFJF-MG) Um astronauta está na superfície da Lua, quando solta simultaneamente duas bolas maciças, uma de chumbo e outra de madeira, de uma altura de 2,0 m em relação à superfície. Nesse caso, podemos afirmar que:

a) a bola de chumbo chegará ao chão um pouco antes da bola de madeira, mas perceptivelmente antes.

b) a bola de chumbo chegará ao chão um pouco depois da bola de madeira, mas perceptivelmente depois.

c) a bola de chumbo chegará ao chão ao mesmo tempo que a bola de madeira.

d) a bola de chumbo chegará ao chão bem antes da bola de madeira.

e) a bola de chumbo chegará ao chão bem depois da bola de madeira.

T. 78 (UFSM-RS) Um corpo é atirado verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade de 20 m/s. Considerando a aceleração gravitacional $g = 10$ m/s^2 e desprezando a resistência do ar, a altura máxima, em metros, alcançada pelo corpo é:

a) 15
b) 20
c) 30
d) 60
e) 75

T. 79 (Vunesp) Para deslocar tijolos, é comum vermos em obras de construção civil um operário no solo, lançando tijolos para outro que se encontra postado no piso superior. Considerando o lançamento vertical, a resistência do ar nula, a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e a distância entre a mão do lançador e a do receptor 3,2 m, a velocidade com que cada tijolo deve ser lançado para que chegue às mãos do receptor com velocidade nula deve ser de:

a) 5,2 m/s
b) 6,0 m/s
c) 7,2 m/s
d) 8,0 m/s
e) 9,0 m/s

T. 80 (Unitau-SP) Um modelo de foguete é impulsionado verticalmente para cima, com a aceleração constante de 50 m/s^2. O motor para de funcionar após 4 s do lançamento. Em que altura está o foguete, quando o motor para?

a) 100 m
b) 250 m
c) 300 m
d) 350 m
e) 400 m

T. 81 (Unitau-SP) Na questão anterior, desprezando a resistência do ar e usando $g = 10$ m/s^2, podemos dizer corretamente que a altura máxima atingida pelo foguete é:

a) 1.800 m
b) 2.400 m
c) 3.000 m
d) 3.500 m
e) 4.000 m

T. 82 (UEM-PR) Uma torneira localizada a uma altura H em relação ao solo é deixada semiaberta e começa a gotejar. Considere que as gotas abandonam a torneira com velocidade inicial nula, que o intervalo de tempo entre duas gotas consecutivas que abandonam a torneira é T, e que g é a aceleração da gravidade local. Nessas condições, é correto afirmar que:

01) a distância percorrida por uma gota no instante em que a próxima gota abandona a torneira é $\frac{gT}{2}$.

02) a velocidade de uma gota no instante em que a próxima abandona a torneira é gT.

04) a distância entre duas gotas consecutivas é constante durante toda a trajetória.

08) o tempo que uma gota demora para atingir o solo é $\sqrt{\frac{2g}{H}}$.

16) a velocidade com que a gota atinge o solo é $\sqrt{2gH}$.

32) o intervalo de tempo entre duas gotas consecutivas que atingem o solo é $2T$.

Dê como resposta a soma dos números associados às afirmativas corretas.

T. 83 (PUC-Campinas-SP) Um foguete sobe verticalmente. No instante t = 0 em que ele passa pela altura de 100 m, em relação ao solo, subindo com velocidade constante de módulo 5,0 m/s escapa dele um pequeno parafuso. Considere $g = 10\ m/s^2$ e despreze o efeito do ar. O parafuso chegará ao solo no instante *t*, em segundos, igual a:

a) 20 **b)** 15 **c)** 10 **d)** 5,0 **e)** 3,0

T. 84 (Vunesp) Um corpo *A* é abandonado de uma altura de 80 m no mesmo instante em que um corpo *B* é lançado verticalmente para baixo com velocidade inicial de 10 m/s, de uma altura de 120 m. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade como sendo $10\ m/s^2$, é correto afirmar, sobre o movimento desses dois corpos, que:

a) os dois chegam ao solo no mesmo instante.
b) o corpo *B* chega ao solo 2,0 s antes que o corpo *A*.
c) o tempo gasto para o corpo *A* chegar ao solo é 2,0 s menor que o tempo gasto pelo *B*.
d) o corpo *A* atinge o solo 4,0 s antes que o corpo *B*.
e) o corpo *B* atinge o solo 4,0 s antes que o corpo *A*.

T. 85 (UFRJ) Um corpo em queda livre percorre uma certa distância vertical em 2 s; logo, a distância percorrida em 6 s será:

a) dupla.
b) tripla.
c) seis vezes maior.
d) nove vezes maior.
e) doze vezes maior.

T. 86 Um corpo em queda vertical no vácuo possui, a partir do repouso, uma velocidade *v* após percorrer uma altura *h*. Para a velocidade ser 3*v*, a distância percorrida será de:

a) 2*h* **b)** 3*h* **c)** 4*h* **d)** 6*h* **e)** 9*h*

T. 87 (PUC-Campinas-SP) Um móvel é abandonado em queda livre percorrendo, a partir do repouso, uma distância *d* durante o primeiro segundo de movimento. Durante o terceiro segundo de movimento, esse móvel percorre uma distância:

a) $d\sqrt{3}$ **b)** 3*d* **c)** 5*d* **d)** 7*d* **e)** 9*d*

T. 88 (Mackenzie-SP) Joãozinho abandona do alto de uma torre um corpo a partir do repouso. Durante a queda livre, com *g* constante, ele observa que nos dois primeiros segundos o corpo percorre a distância *D*. A distância percorrida pelo corpo nos 4 s seguintes será:

a) 4*D* **b)** 5*D* **c)** 6*D* **d)** 8*D* **e)** 9*D*

T. 89 (Uece) Em um circo, um malabarista lança bolas, verticalmente para cima, que atingem uma altura máxima *h*. No caso de jogá-las para que elas fiquem o dobro do tempo no ar, a nova altura máxima será:

a) 2*h* **b)** 4*h* **c)** 6*h* **d)** 8*h*

T. 90 (UFPA) Em um local onde a aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$, deixa-se cair livremente uma pedra de uma altura de 125 m em relação ao solo. Dois segundos depois, uma segunda pedra é atirada verticalmente da mesma altura. Sabendo-se que essas duas pedras atingiram o solo ao mesmo tempo, a velocidade com que a segunda pedra foi atirada vale:

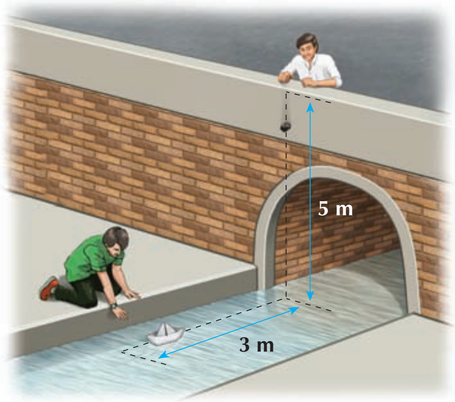
a) 12,3 m/s
b) 26,6 m/s
c) 32 m/s
d) 41,2 m/s
e) 57,5 m/s

T. 91 (UFMT) Dois projéteis iguais são atirados da mesma posição (40 m acima do solo), verticalmente, em sentidos opostos e com a mesma velocidade. Em 2 s o primeiro projétil atinge o solo. Depois de quanto tempo da chegada do primeiro o segundo atingirá o solo? (Despreze qualquer atrito e considere $g = 10\ m/s^2$.)

a) 1 s **b)** 2 s **c)** 3 s **d)** 4 s **e)** 5 s

T. 92 (Olimpíada Brasileira de Física) Dois estudantes decidiram medir a velocidade das águas de um rio usando apenas uma trena e conhecendo o valor da aceleração gravitacional. Após algumas tentativas perceberam que, abandonando simultaneamente uma pedra do alto da ponte e um barquinho de papel nas águas do rio, a pedra atingia o barquinho quando ele era colocado na água a 3 m do ponto de impacto e a pedra caía em queda livre por 5 m. De posse desses resultados, eles chegaram à conclusão correta de que a velocidade média da correnteza do rio tinha um valor, em m/s, próximo de:

a) 5
b) 4
c) 3
d) 2
e) 1



(Dado: $g = 10\ m/s^2$.)

T. 93 (UEM-PR) Um vaso cai de uma sacada a 20 m de altura. Sobre a calçada, na direção da queda do vaso, encontra-se parado um homem de 2,0 m de altura. Uma pessoa distante 34 m, que está observando tudo, grita para que o homem saia do lugar após 1,5 segundo desde o exato instante em que o vaso começa a cair. Ao ouvir o alerta, o homem leva 0,05 segundo para reagir e sair do lugar. Nessa situação, considerando a velocidade do som no ar de 340 m/s, assinale a alternativa **correta**. (Use $g = 10\ m/s^2$.)

a) O vaso colide com o homem antes mesmo de ele ouvir o alerta.
b) Ainda sobra 1,6 segundo para o vaso atingir a altura do homem quando este sai do lugar.
c) Pelo fato de a pessoa ter esperado 1,5 segundo para emitir o alerta, o homem sai no exato momento de o vaso colidir com sua cabeça, a 2,0 m de altura do solo.
d) O vaso está a aproximadamente 6,4 m do solo quando o homem sai do lugar.
e) Todas as alternativas estão incorretas.

UNIDADE B

Capítulo

6

Gráficos do MU e do MUV

Trabalhar graficamente as funções que descrevem os movimentos uniformes e uniformemente variados permite uma melhor compreensão das características desses movimentos.



As posições do atleta podem ser expressas em função de pares ordenados (com coordenadas vertical, y, e horizontal, x). Esse gráfico fornece a trajetória do movimento, o que não acontece no gráfico $s \times t$.

Os gráficos servem para visualizar o comportamento das grandezas físicas envolvidas de uma maneira fácil e rápida. Por meio deles, podemos relacionar, por exemplo, a variação do espaço ou da velocidade de um corpo em um determinado movimento com o tempo decorrido, o que nos fornece uma melhor compreensão do fenômeno em estudo.



Seção 6.1

Gráficos

Objetivos

- Compreender os conceitos básicos envolvidos nas representações gráficas de funções simples.
- Associar um significado físico ao coeficiente angular e à área dos gráficos definidos pelas funções horárias no MU e no MUV.

Termos e conceitos

- plano cartesiano
- coordenadas
- abscissa
- ordenada
- coeficiente angular

Nos fenômenos físicos há grandezas que se inter-relacionam e variam segundo determinadas funções. No caso particular de um movimento, o espaço *s* varia em função do tempo *t*. Uma forma simples para indicar essa função é a tabela horária; outra forma é procurar a expressão analítica $s = f(t)$. Outra apresentação para a função $s = f(t)$ é a construção de um gráfico, com o qual se mostra a relação entre as variáveis espaço *s* e tempo *t*.

Construções gráficas com duas variáveis são feitas no chamado **plano cartesiano**. É o plano constituído por dois eixos *x* e *y*, perpendiculares entre si, que se interceptam num ponto denominado origem (**fig. 1A**). A um ponto *P* associamos um par ordenado (x, y) de números reais, chamado **coordenadas** do ponto *P* (**fig. 1B**). A coordenada *x* é chamada **abscissa** do ponto *P* (**fig. 1C**) e a coordenada *y* é a **ordenada** de *P* (**fig. 1D**).

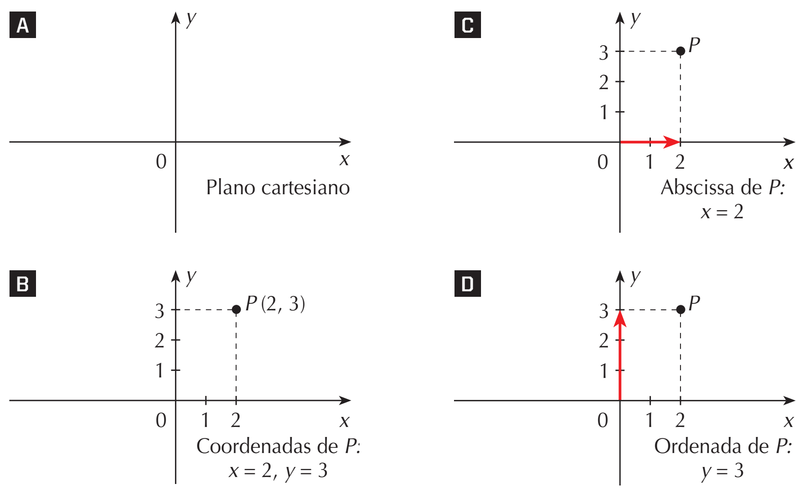


Figura 1.

Vejamos alguns exemplos de leitura de coordenadas (**fig. 2**).

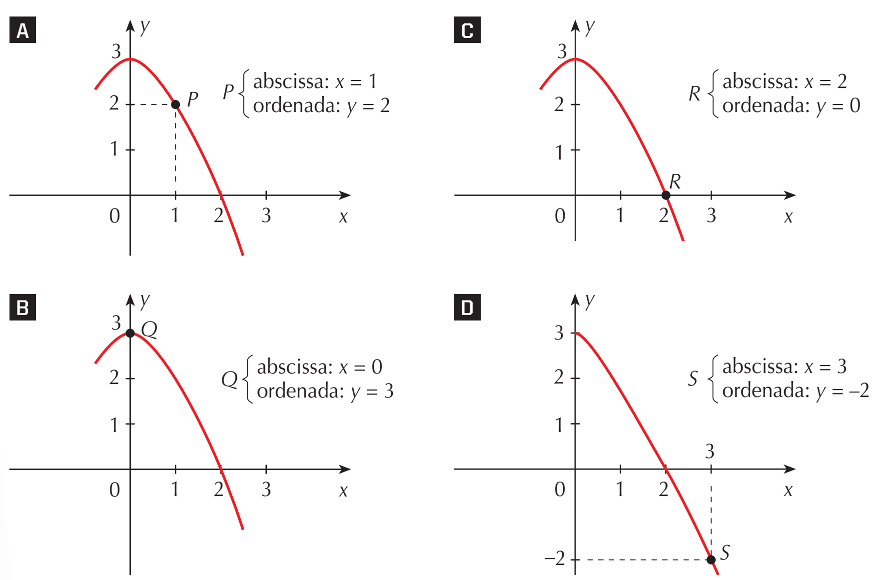
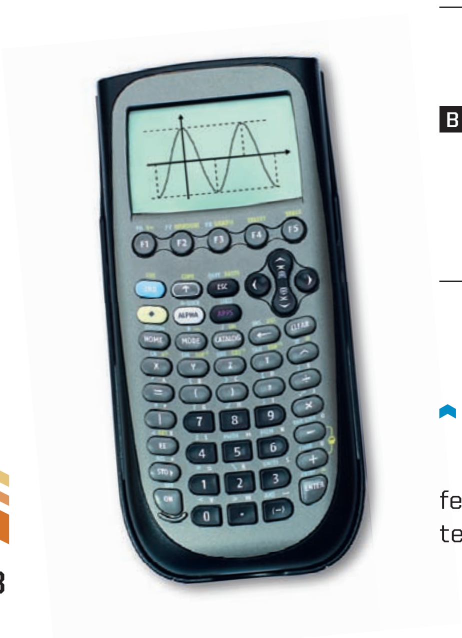


Figura 2. **Leituras de coordenadas.**

As coordenadas *x* e *y* são frequentemente substituídas pelas variáveis do fenômeno físico em estudo. Por exemplo, em Cinemática, temos: espaço *s* e tempo *t*; velocidade escalar *v* e tempo *t*; aceleração escalar α e tempo *t*.



1 Funções básicas

Recordemos os gráficos de algumas funções estudadas em Matemática e que ocorrem frequentemente em Física.

Função constante

É a função do tipo $y = k$, sendo k um número real. Exemplos: $y = 5$; $y = -3$. O gráfico de uma função constante é uma **reta paralela ao eixo *x*** que passa pelo ponto $(x = 0, y = k)$, conforme a **figura 3**. Quando um ponto material está em repouso (por exemplo, no km 100 de uma rodovia), seu espaço s é constante com o tempo (**fig. 4**). A velocidade escalar v de um movimento uniforme é uma função constante com o tempo (**fig. 5**), bem como a aceleração escalar α de um MUV (**fig. 6**).

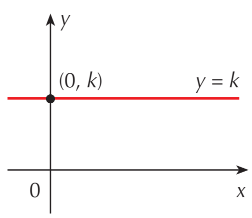


Figura 3.

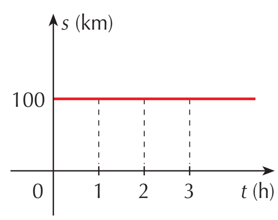


Figura 4. Um corpo em repouso: seu espaço é constante com o tempo.

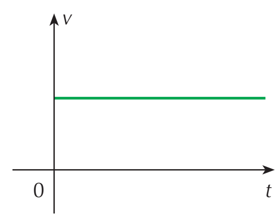


Figura 5. No MU a velocidade escalar é constante com o tempo.

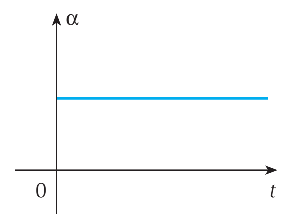


Figura 6. No MUV a aceleração escalar é constante com o tempo.

Função do 1º grau

Função do 1º grau é a função da forma $y = a + bx$, na qual a e b são números reais, sendo $b \neq 0$. O gráfico de uma função do 1º grau é uma reta que passa pelo ponto $(0, a)$, conforme a **figura 7**.

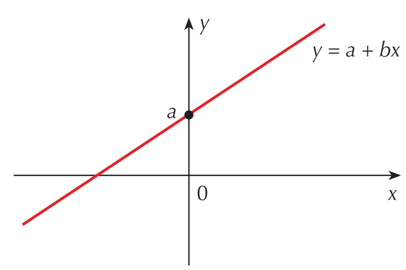


Figura 7.

Exemplos:

$y = a + bx$
$y = 4 + 2x$
$(a = 4, b = 2)$

x	0	1
y	4	6

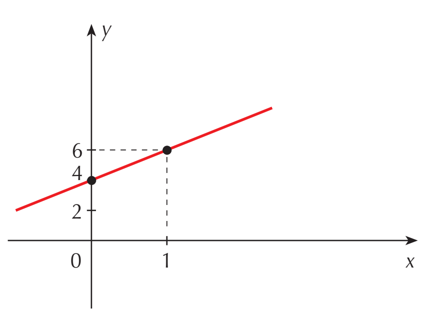


Figura 8. Gráfico da função $y = 4 + 2x$.

$y = a + bx$
$y = 8 - 4x$
$(a = 8, b = -4)$

x	0	2
y	8	0

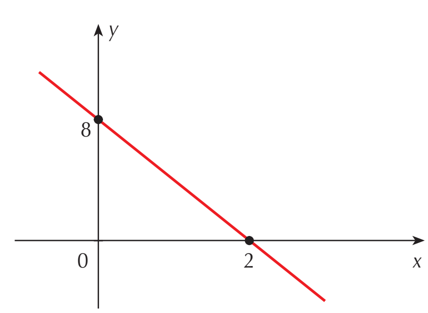


Figura 9. Gráfico da função $y = 8 - 4x$.

A função horária do movimento uniforme $s = s_0 + vt$ é do 1º grau em t (**fig. 10**) e a função $v = v_0 + \alpha t$ da velocidade escalar do MUV também é do 1º grau em t (**fig. 11**).

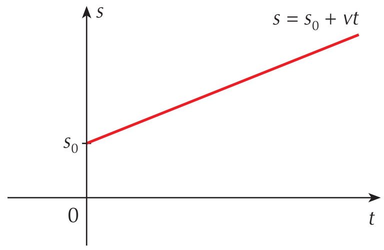


Figura 10. **Função horária $s = f(t)$ de um MU.**

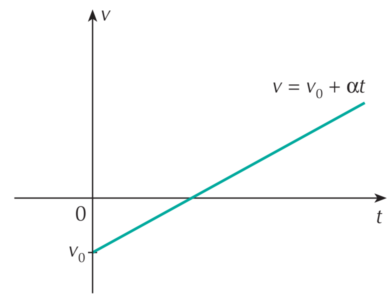


Figura 11. **Função da velocidade escalar de um MUV.**

Função linear é uma função do 1º grau no caso particular em que $a = 0$. Assim, a função linear tem a forma $y = bx$, em que b é um número real não nulo. O gráfico de uma função linear é uma reta que passa pela origem — ponto (0, 0) — do plano cartesiano (**fig. 12**).

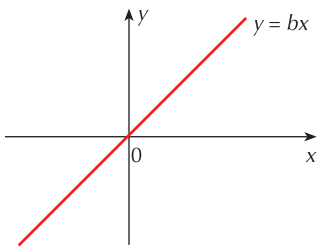


Figura 12.

Função do 2º grau

Função do 2º grau é a função da forma $y = a + bx + cx^2$, na qual a, b e c são números reais, sendo $c \neq 0$.

O gráfico de uma função do 2º grau é uma parábola (**fig. 13**). Se o coeficiente c é positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima (**fig. 13A**); se c é negativo, a concavidade é voltada para baixo (**fig. 13B**).

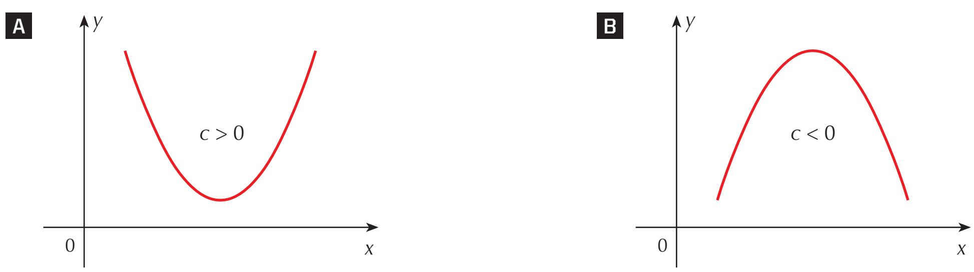


Figura 13.

Exemplos:

$y = a + bx + cx^2$
$y = 8 - 4x + x^2$
$(a = 8, b = -4, c = 1)$

x	0	1	2	3	4
y	8	5	4	5	8

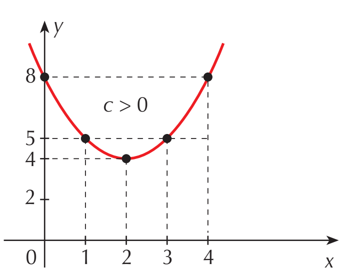


Figura 14. **Parábola de concavidade voltada para cima ($c > 0$).**

$y = a + bx + cx^2$
$y = 2 + 6x - 1{,}5x^2$
$(a = 2, b = 6, c = -1{,}5)$

x	0	1	2	3	4
y	2	6,5	8	6,5	2

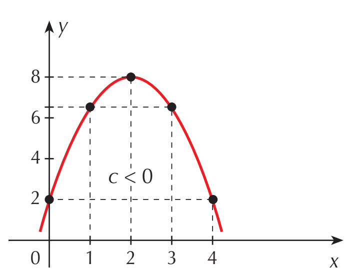


Figura 15. **Parábola de concavidade voltada para baixo ($c < 0$).**

A função horária do movimento uniformemente variado $s = s_0 + v_0t + \frac{\alpha}{2}t^2$ é do 2º grau em t.

O sinal da aceleração escalar α determina a concavidade da parábola. Se $\alpha > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima (**fig. 16**); se $\alpha < 0$, a concavidade é voltada para baixo (**fig. 17**).

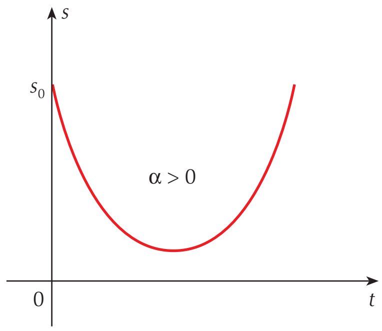


Figura 16.

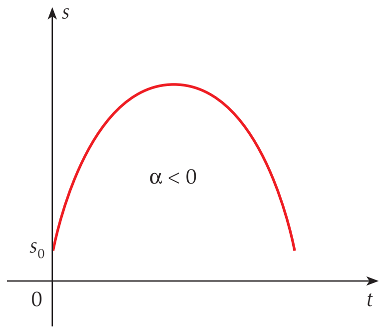


Figura 17.

2 Coeficiente angular da reta

Na função do 1º grau $y = a + bx$, o número real b é chamado **coeficiente angular** da reta representada no plano cartesiano. O coeficiente angular b está associado ao ângulo θ entre a reta e o eixo x (**fig. 18**).

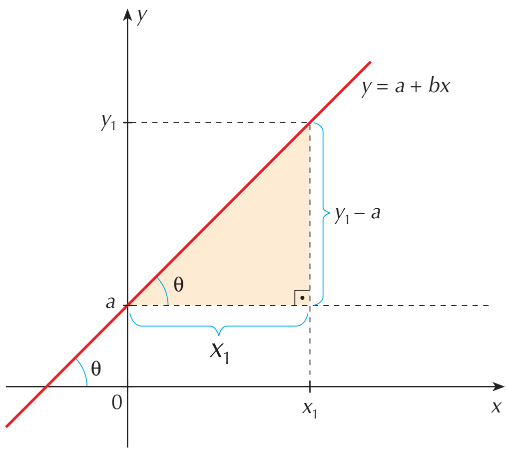


Figura 18.

Sejam x_1 e y_1 valores particulares correspondentes. Em $y = a + bx$, temos:

$$y_1 = a + bx_1 \Rightarrow y_1 - a = bx_1 \Rightarrow b = \frac{y_1 - a}{x_1} \quad ①$$

A razão $\frac{y_1 - a}{x_1}$ é o valor da tangente trigonométrica do ângulo θ (veja o **quadro a seguir** e o triângulo destacado na **figura 18**):

$$\frac{y_1 - a}{x_1} = \text{tg}\ \theta \quad ②$$

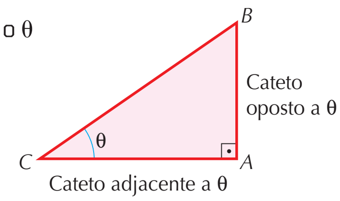
Comparando ① e ②, resulta:

$\text{tg}\ \theta = b$ (numericamente)

Coeficiente angular de uma reta é a tangente do ângulo de inclinação dessa reta com o eixo x.

Elementos de trigonometria

No triângulo retângulo *ABC* a tangente trigonométrica do ângulo θ (representada pela notação **tg θ**) é a razão:



$$\text{tg}\ \theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a }\theta}{\text{medida do cateto adjacente a }\theta}$$

Se *AB* é a medida do cateto oposto a θ e *CA* é a medida do cateto adjacente a θ, a tangente de θ é:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{AB}{CA}$$

Por exemplo, $AB = 3$; $CA = 4$:

$$\text{tg}\ \theta = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Observação:
Da trigonometria, temos as seguintes propriedades:
- $0 < \theta < 90° \Rightarrow \text{tg}\ \theta > 0$
- $90° < \theta < 180° \Rightarrow \text{tg}\ \theta < 0$
- Sendo β o suplemento de θ, temos: $\theta + \beta = 180° \Rightarrow \text{tg}\ \theta = -\text{tg}\ \beta$

Se a função $y = a + bx$ é crescente (**fig. 19**), o coeficiente angular *b* é positivo e a tg θ é positiva. Se a função $y = a + bx$ é decrescente (**fig. 20**), o coeficiente angular é negativo e a tg θ é negativa. Nesse caso, $b = \text{tg}\ \theta = -tg\ \beta$, sendo β o ângulo suplementar de θ.

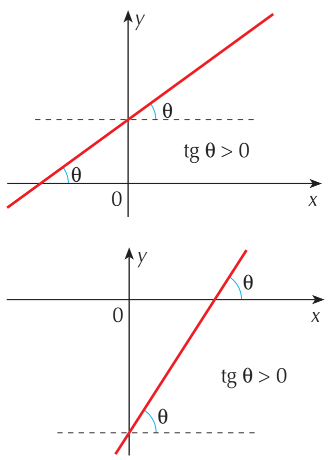


Figura 19. **Na função crescente o coeficiente angular é positivo.**

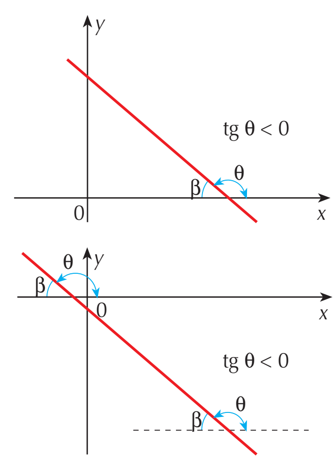
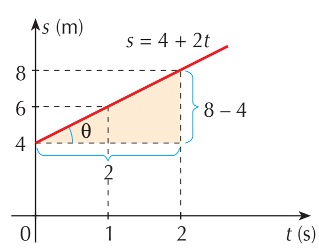


Figura 20. **Na função decrescente o coeficiente angular é negativo.**

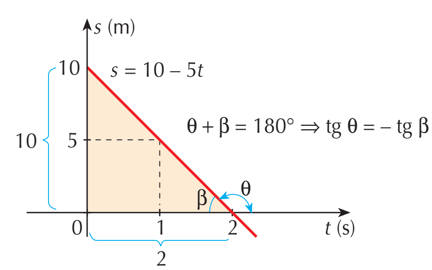
A função horária $s = f(t)$ do movimento uniforme (MU) é uma função do 1º grau em *t*, na qual o **coeficiente angular da reta é a própria velocidade escalar do movimento** (figs. **21** e **22**):

$$\begin{cases} s = s_0 + vt \\ y = a + bx \end{cases} \Rightarrow b = v$$



$$\text{tg}\ \theta = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

Figura 21.

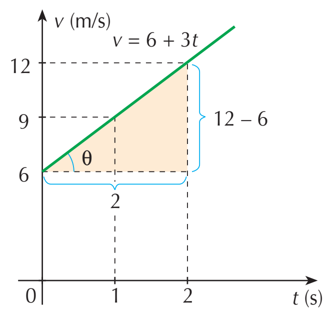


$$\text{tg}\ \theta = -\text{tg}\ \beta = -\frac{10}{2} = -5 \Rightarrow v = -5 \text{ m/s}$$

Figura 22.

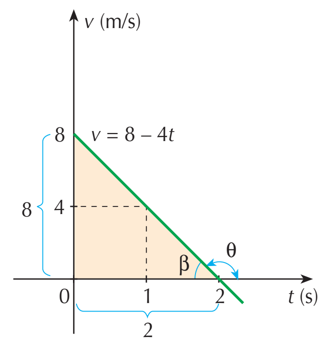
A função da velocidade $v = f(t)$ do movimento uniformemente variado (MUV) é uma função do 1º grau em t, na qual **o coeficiente angular é a própria aceleração escalar do movimento** (**figs. 23 e 24**):

$$\begin{cases} v = v_0 + \alpha t \\ y = a + bx \end{cases} \Rightarrow b = \alpha$$



$\text{tg}\ \theta = \frac{12 - 6}{2} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \alpha = 3\ \text{m/s}^2$

Figura 23.



$\text{tg}\ \theta = -\text{tg}\ \beta = -\frac{8}{2} = -4 \Rightarrow \alpha = -4\ \text{m/s}^2$

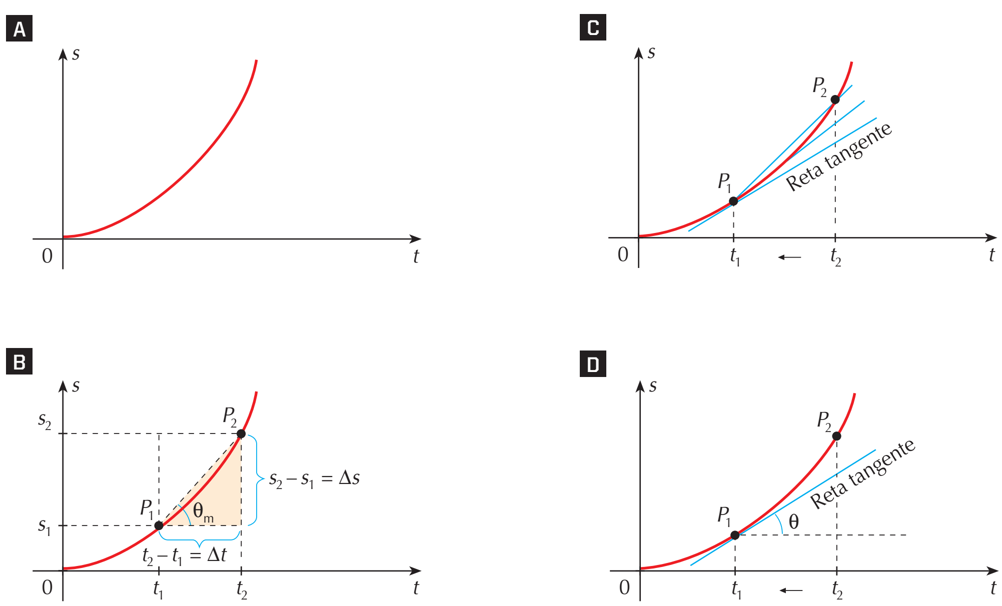
Figura 24.

Considere o gráfico da função $s = f(t)$ de um movimento não uniforme qualquer (**fig. 25A**). A t_1 e t_2 correspondem os espaços s_1 e s_2 (**fig. 25B**). A velocidade escalar média nesse intervalo de tempo é:

$$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Para determinar a velocidade escalar instantânea em t_1, devemos calcular o valor limite de $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ quando $\Delta t \rightarrow 0$ ou $t_2 \rightarrow t_1$. À medida que t_2 tende a t_1, a reta secante que passa pelos pontos P_1 e P_2 tende a uma reta tangente à curva no ponto P_1 (**fig. 25C**). Portanto, o valor numérico da **velocidade escalar instantânea** em t_1 será **igual ao da tg θ**, sendo **θ o ângulo formado pela reta tangente à curva, no ponto P_1, com o eixo *t*** (fig. 25D):

$$v = \text{tg}\ \theta \quad \text{(numericamente)}$$



$v_m = \text{tg}\ \theta_m$
(numericamente)

$v = \text{tg}\ \theta$
(numericamente)

Figura 25.

V1_P1_UN_B_CAP_06_A.indd 93 18.07.09 17:04:11

Podemos tirar conclusões análogas para as funções da velocidade escalar $v = f(t)$. Nesse caso, a tg θ nos fornece a aceleração escalar α do movimento num instante t (**fig. 26**).

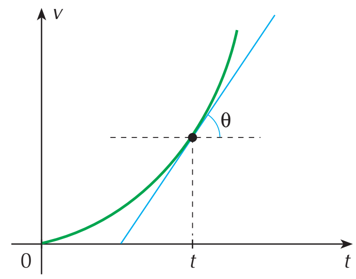


Figura 26. **No gráfico da função $v = f(t)$, α é, no instante t, numericamente igual a tg θ.**

Resumindo:

No gráfico do espaço em função do tempo, a tg θ nos fornece a velocidade escalar ($s \xrightarrow{\text{tg } \theta} v$); no gráfico da velocidade escalar em função do tempo, a tg θ nos fornece a aceleração escalar ($v \xrightarrow{\text{tg } \theta} \alpha$).

$$s \xrightarrow{\text{tg } \theta} v \xrightarrow{\text{tg } \theta} \alpha$$

3 Cálculo de áreas

No movimento uniforme, a velocidade escalar é uma função constante com o tempo (**fig. 27**). Nesse gráfico, **a área *A* é numericamente igual à variação do espaço Δs no intervalo de tempo t_1 a t_2.**

De fato, a área A do retângulo é dada por:

$A = (t_2 - t_1) \cdot v$

Sendo $t_2 - t_1 = \Delta t$ e $v = v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, vem:

$$A = \Delta t \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{A = \Delta s} \quad \text{(numericamente)}$$

Essa propriedade é válida em qualquer tipo de movimento. No gráfico da velocidade escalar em função do tempo da **figura 28**, a área A da região delimitada pela curva e pelo eixo das abscissas é numericamente igual à variação do espaço (Δs) do móvel nesse intervalo de tempo.

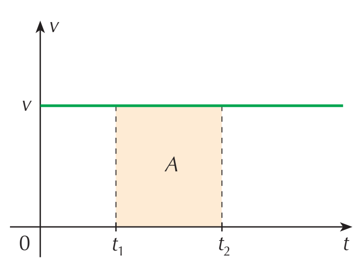


Figura 27.

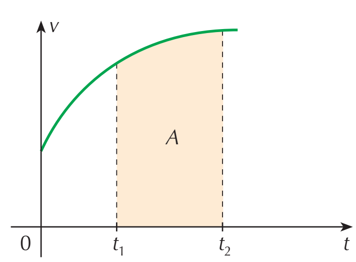


Figura 28. **A área *A* é numericamente igual à variação do espaço de t_1 a t_2, no gráfico $v = f(t)$.**

No movimento uniformemente variado (MUV), a aceleração escalar é uma função constante com o tempo (**fig. 29**). Nesse gráfico, **a área *A* é numericamente igual à variação da velocidade Δv no intervalo de tempo t_1 a t_2.**

De fato:

$$A = (t_2 - t_1) \cdot \alpha \Rightarrow A = \Delta t \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{A = \Delta v} \quad \text{(numericamente)}$$

Essa propriedade é válida em qualquer tipo de movimento. No gráfico da aceleração escalar em função do tempo da **figura 30**, a área *A* da região delimitada pela curva e pelo eixo das abscissas é numericamente igual à variação da velocidade (Δv) do móvel nesse intervalo de tempo.

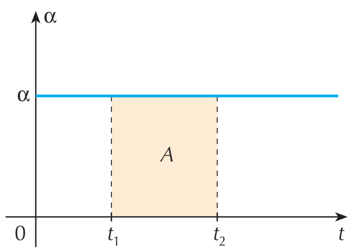


Figura 29.

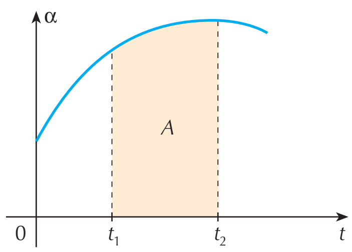


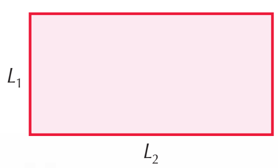
Figura 30. A área *A* é numericamente igual à variação da velocidade de t_1 a t_2, no gráfico $\alpha = f(t)$.

Resumindo:

> No gráfico da aceleração escalar em função do tempo, a área *A* é numericamente igual à variação da velocidade ($\alpha \xrightarrow{\text{área } A} \Delta v$); no gráfico da velocidade escalar em função do tempo, a área *A* é numericamente igual à variação do espaço ($v \xrightarrow{\text{área } A} \Delta s$).
>
> $$\alpha \xrightarrow{\text{área } A} \Delta v \qquad v \xrightarrow{\text{área } A} \Delta s$$

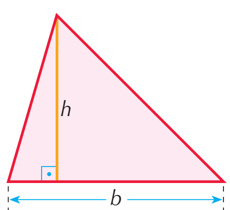
Áreas

Retângulo



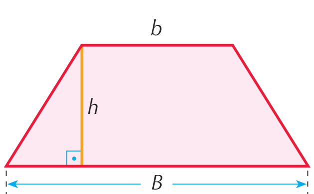
$A = L_1 \cdot L_2$

Triângulo

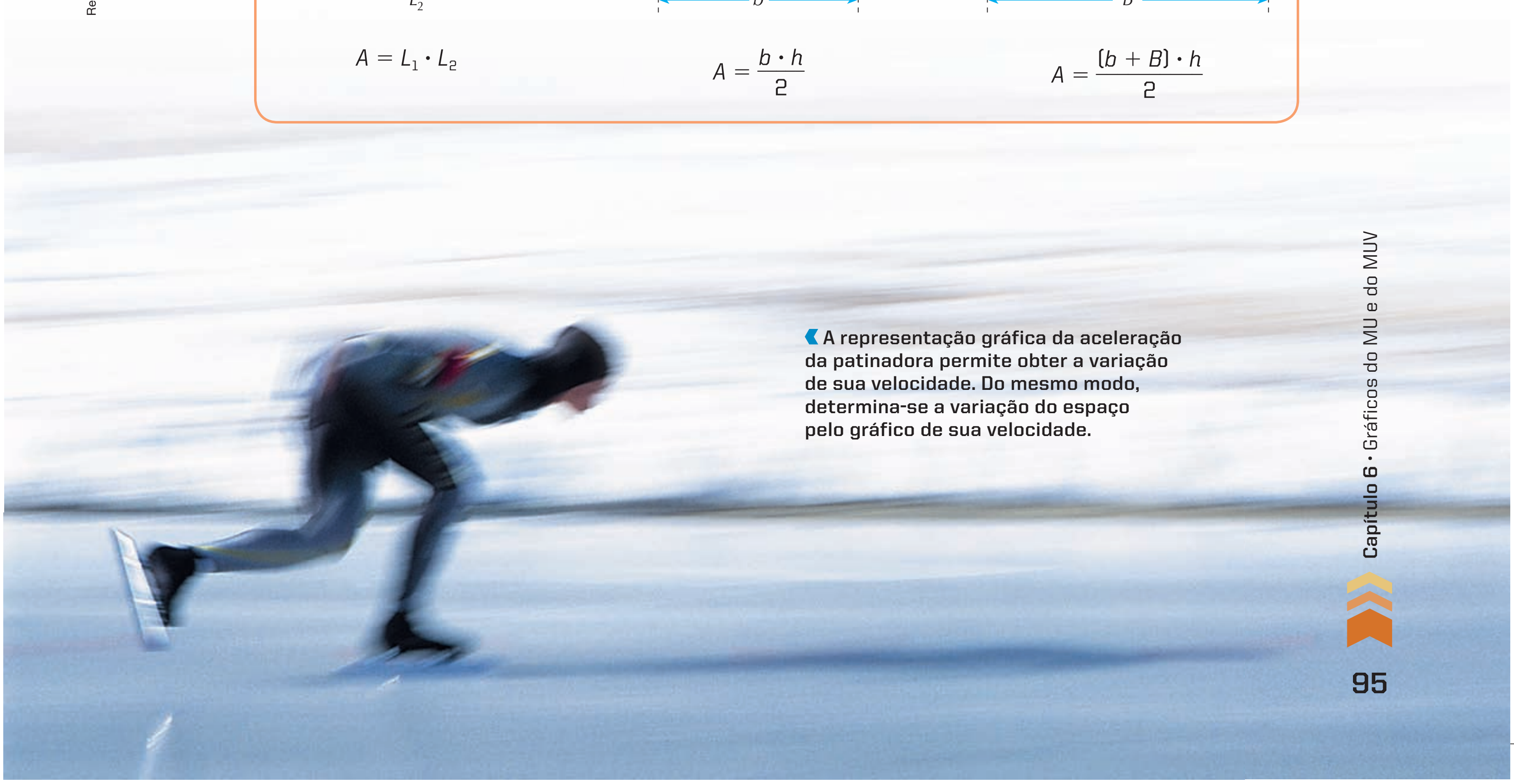


$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$

Trapézio



$A = \dfrac{(b + B) \cdot h}{2}$



A representação gráfica da aceleração da patinadora permite obter a variação de sua velocidade. Do mesmo modo, determina-se a variação do espaço pelo gráfico de sua velocidade.

Gráficos do MU

Objetivos

- Analisar as representações gráficas da função horária do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar.
- Conhecer as propriedades decorrentes das representações gráficas do MU.

Termos e conceitos

- **função crescente**
- **função decrescente**

A função horária do movimento uniforme é uma função do 1º grau em *t*.

$$s = s_0 + vt, \text{ com } v \neq 0$$

Graficamente é uma reta inclinada em relação ao eixo do tempo. A função pode ser crescente (**fig. 31A**) ou decrescente (**fig. 32A**), conforme a velocidade escalar seja positiva ou negativa. O espaço inicial s_0 corresponde à ordenada do ponto onde a reta corta o eixo *s*.

A velocidade escalar no movimento uniforme é uma função constante.

$$v = \text{constante}$$

Graficamente é uma reta paralela ao eixo *t*. Quando a reta está acima do eixo *t* (**fig. 31B**), $v > 0$, isto é, o movimento é progressivo; quando a reta está abaixo do eixo *t* (**fig. 32B**), $v < 0$, ou seja, o movimento é retrógrado.

A aceleração escalar é nula, pois a velocidade escalar não varia.

$$\alpha = 0$$

Graficamente é uma reta que coincide com o próprio eixo *t* (**figs. 31C e 32C**).



Os trens de grande velocidade (TGV) realizam, na maior parte de seu percurso, um MU, cujo gráfico $s \times t$ é uma reta inclinada em relação aos eixos.

Movimento uniforme

Progressivo

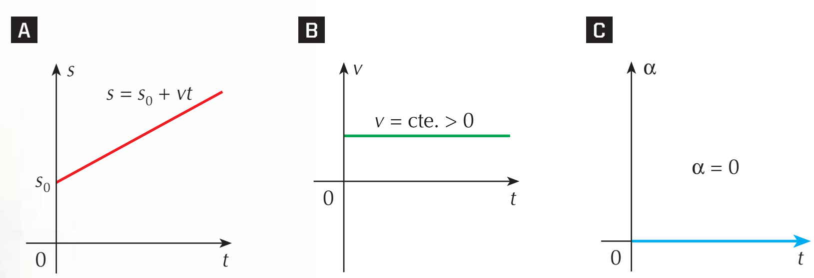


Figura 31.

Retrógrado

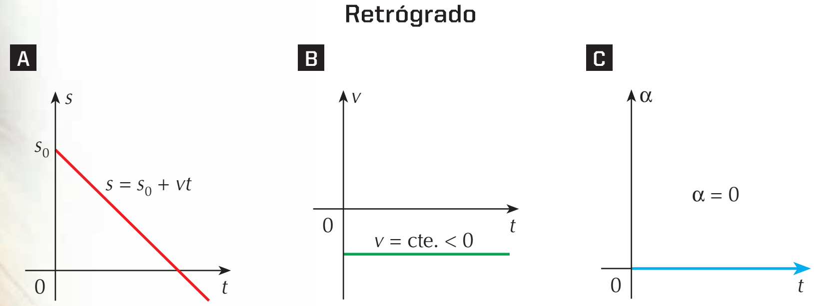


Figura 32.

Observações

① **A trajetória não é determinada pelos gráficos** — estes apenas representam as funções do movimento.

② Não confunda repouso com movimento uniforme. Um ponto material em repouso possui **espaço constante** com o tempo e **velocidade escalar nula**. Observe os gráficos relativos à situação de repouso (**fig. 33**).

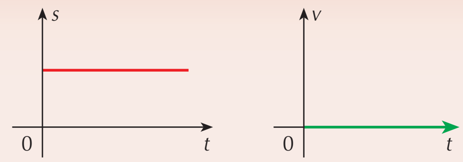


Figura 33.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 40 Um ponto material movimenta-se segundo a função $s = 12 - 4t$ (t em segundos, s em metros). Faça os gráficos do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar em função do tempo desse movimento.

Solução:

O movimento proposto é uniforme:

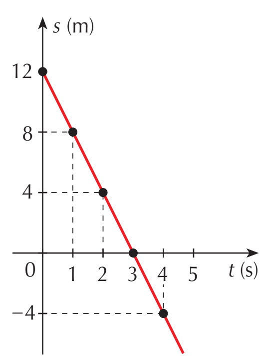
$s = s_0 + vt$

$s = 12 - 4t \qquad (s_0 = 12 \text{ m e } v = 24 \text{ m/s})$

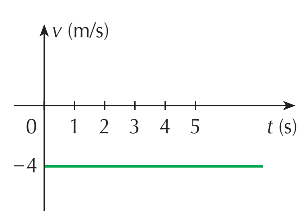
Tabelando alguns valores da função $s = 12 - 4t$, temos:

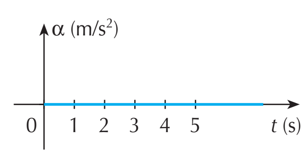
t (s)	0	1	2	3	4
s (m)	12	8	4	0	−4

Em t = 3 s temos s = 0. Nesse instante o móvel passa pela origem O dos espaços — que não é a origem (0, 0) dos eixos cartesianos. O gráfico $s = f(t)$ é o da figura ao lado. Observe que $s = f(t)$ é decrescente (a velocidade escalar é negativa).



Como o movimento é uniforme, a aceleração escalar é nula para qualquer instante.





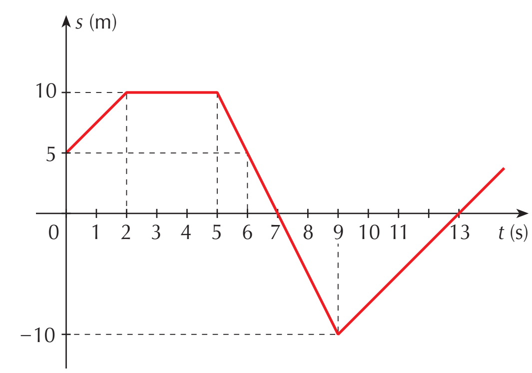
R. 41 O espaço de um ponto material varia no decurso do tempo de acordo com o gráfico a seguir. Determine:

a) o espaço inicial do movimento;

b) o que acontece com o ponto material no intervalo de tempo de 2 s a 5 s;

c) em que instantes o móvel passa pela origem dos espaços;

d) a velocidade escalar no instante 1,5 s.

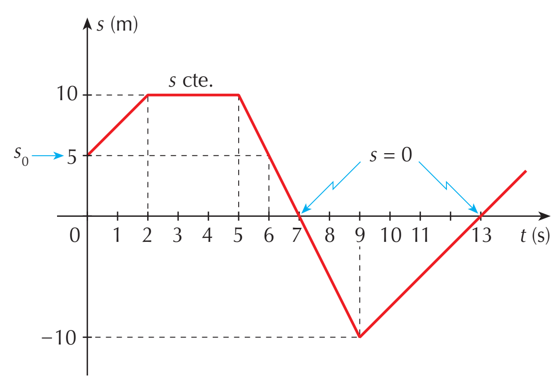


Solução:

a) Do gráfico, no instante t = 0, obtém-se o espaço inicial: $s_0 = 5$ m

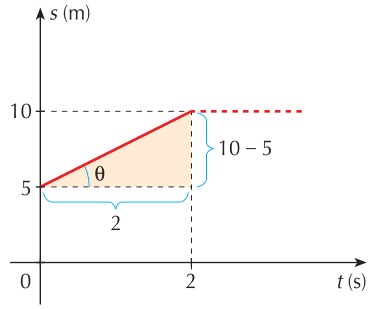
b) De 2 s a 5 s o ponto material está em repouso, pois não há variação de espaço nesse intervalo de tempo.

c) O móvel passa pela origem dos espaços quando seu espaço é nulo (s = 0). Isso ocorre nos instantes t = 7 s e t = 13 s.



V1_P1_UN_B_CAP_06_A.indd 97
18.07.09 17:04:17

d) No gráfico $s = f(t)$ a velocidade escalar é dada pela tg θ.



Em 1,5 s, assim como em todo o intervalo de 0 a 2 s, a velocidade escalar é constante, pois o movimento é uniforme.

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \theta}{\text{medida do cateto adjacente a } \theta}$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{10 - 5}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

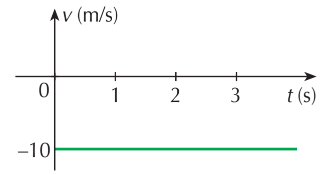
Portanto: $\boxed{v = 2{,}5 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 5 m; b) repouso; c) 7 s e 13 s; d) 2,5 m/s

R. 42 O gráfico a seguir representa a velocidade escalar de um móvel em função do tempo.

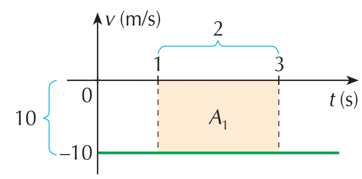
a) Caracterize o movimento proposto.

b) Determine a variação do espaço do móvel no intervalo de 1 s a 3 s.



Solução:

a) O movimento é uniforme (v constante com t) e a velocidade escalar é negativa; logo, esse movimento é retrógrado.



b) A variação do espaço em módulo é numericamente igual à área A_1 indicada.

No intervalo de 1 s a 3 s, temos: $A_1 = 10 \cdot 2 = 20$

Como $v < 0$, o movimento ocorre contra a orientação da trajetória: seus espaços decrescem com o tempo, ou seja, s_3 é menor que s_1 (Δs é negativo).

Portanto: $\boxed{\Delta s = -20 \text{ m}}$

Respostas: a) uniforme e retrógrado; b) −20 m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

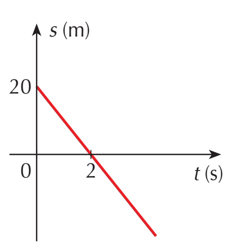
P. 109 Represente graficamente o espaço s e a velocidade escalar v em função do tempo dos seguintes movimentos:

a) $s = 10 + 5t$ (t em segundos, s em metros)

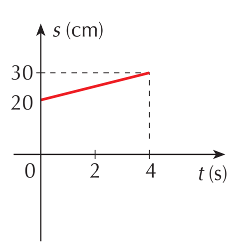
b) $s = 8 - 2t$ (t em segundos, s em metros)

P. 110 Nos gráficos seguintes, calcule a velocidade escalar do móvel em $t = 2$ s.

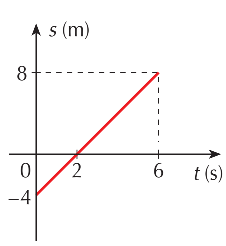
a)



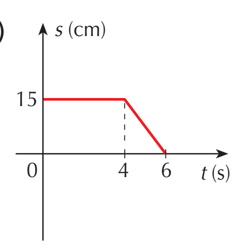
c)



b)



d)



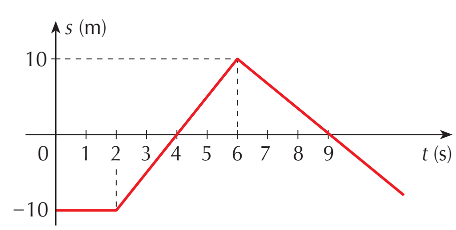
P. 111 O espaço de um ponto material varia em função do tempo de acordo com o gráfico abaixo. Determine:

a) o espaço inicial do movimento;

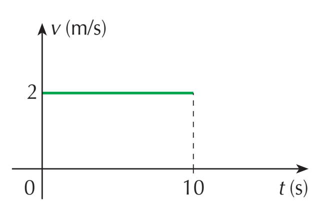
b) o que acontece no intervalo de tempo de 0 a 2 s;

c) os instantes em que o móvel passa pela origem dos espaços;

d) a velocidade escalar nos instantes 4 s e 9 s.



P. 112 No gráfico abaixo, determine a variação do espaço do móvel no intervalo de 0 a 10 s.



V1_P1_UN_B_CAP_06_A.indd 98 18.07.09 17:04:19

Seção 6.3

Gráficos do MUV

Objetivos

Analisar as representações gráficas das funções horárias do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar no MUV.

Conhecer as representações gráficas do MUV.

Termos e conceitos

- concavidade da parábola
- vértice da parábola

1 Função $s = f(t)$

No MUV, $s = f(t)$ é uma função do 2º grau em t:

$$s = s_0 + v_0t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

Graficamente, essa função é uma parábola de concavidade voltada para cima, quando a aceleração escalar é positiva ($\alpha > 0$, como na **figura 34**), ou uma parábola de concavidade voltada para baixo, quando a aceleração escalar é negativa ($\alpha < 0$, conforme a **figura 35**).

Representação gráfica da função $s = f(t)$ do MUV

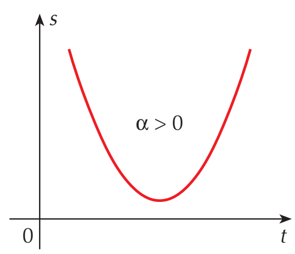


Figura 34.

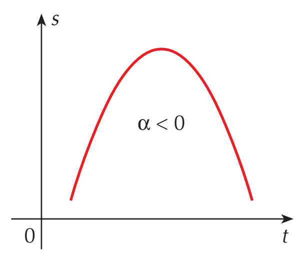


Figura 35.

Considere o caso em que a aceleração escalar é positiva (**fig. 36A**). Até o ponto Q, chamado vértice da parábola, a função $s = f(t)$ é decrescente — a velocidade escalar é negativa. A partir do vértice Q a função é crescente — a velocidade escalar é positiva. No vértice Q o móvel muda de sentido — sua velocidade escalar é nula. Comparando-se os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar (**fig. 36B**), concluímos que o movimento é retardado até o vértice Q (v e α têm sinais contrários) e acelerado após o vértice Q (pois v e α têm o mesmo sinal). A velocidade escalar v muda de sinal, mas a aceleração escalar α permanece constante e positiva.

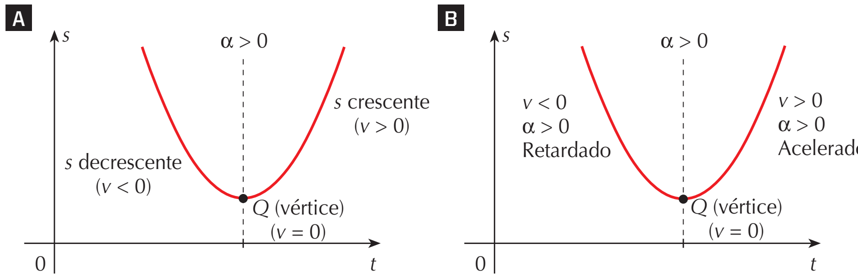
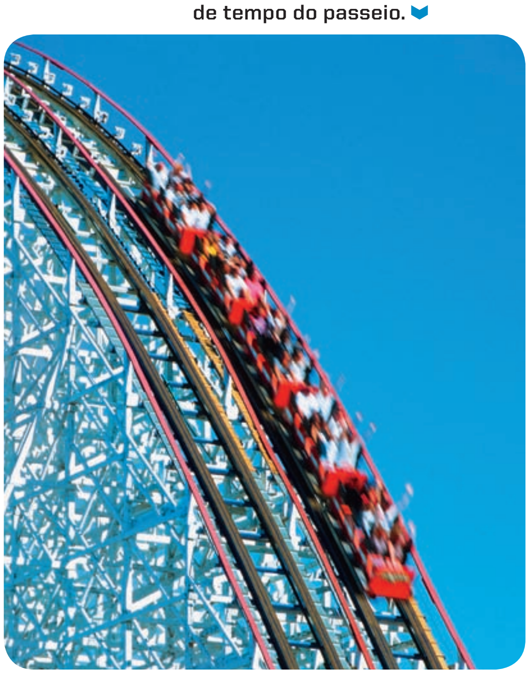


Figura 36.

Considere agora o caso em que a aceleração escalar é negativa (**fig. 37A**). Até o vértice da parábola, a função $s = f(t)$ é crescente — a velocidade escalar é positiva. Depois do vértice, a função é decrescente — a velocidade escalar é negativa. No vértice Q o móvel muda de sentido — sua velocidade escalar é nula. Comparando-se os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar (**fig. 37B**), concluímos que o movimento

Os carrinhos de uma montanha-russa podem realizar MUV acelerado ou retardado dependendo do intervalo de tempo do passeio.



é retardado até o vértice Q (v e α têm sinais contrários) e acelerado após o vértice Q (pois v e α têm o mesmo sinal). A velocidade escalar v muda de sinal, mas a aceleração escalar α permanece constante e negativa.

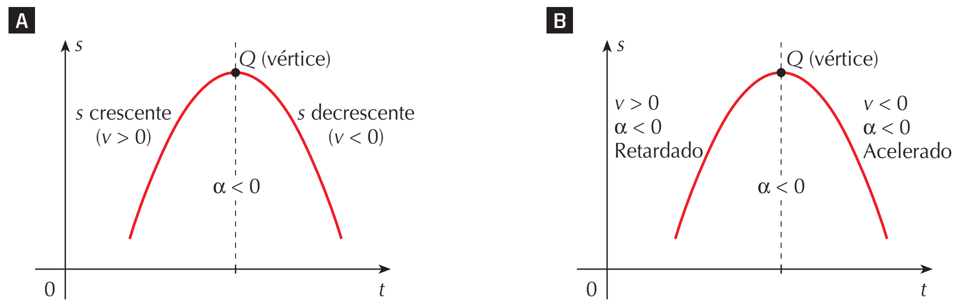


Figura 37.

2 Função $v = f(t)$

No MUV, $v = f(t)$ é uma função do 1º grau em t: $v = v_0 + \alpha t$

A representação gráfica dessa função é uma reta inclinada. No gráfico da velocidade escalar, a tg θ (sendo θ o ângulo de inclinação da reta com o eixo t) é numericamente igual à aceleração escalar α. Se $v = f(t)$ é uma função crescente, tem-se $\alpha > 0$ (**fig. 38**); se $v = f(t)$ é uma função decrescente, tem-se $\alpha < 0$ (**fig. 39**). No instante t_1 a velocidade escalar é nula – o móvel muda de sentido. No gráfico do espaço, esse instante corresponde ao vértice da parábola.

Representação gráfica da função $v = f(t)$ no MUV

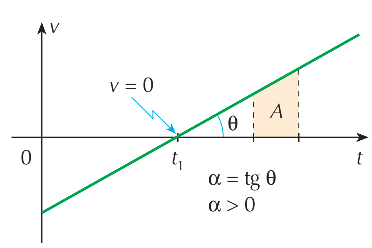


Figura 38.

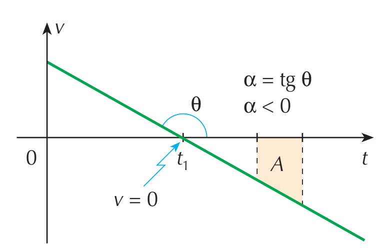


Figura 39.

A área A (**figs. 38 e 39**) é numericamente igual à variação do espaço Δs no intervalo de tempo considerado.

No gráfico da velocidade escalar podemos analisar se o movimento é acelerado ou retardado. O módulo da velocidade escalar decresce do instante inicial até o instante t_1; portanto, nesse intervalo de tempo o movimento é retardado. O módulo da velocidade escalar cresce do instante t_1 em diante e o movimento passa a ser acelerado (**fig. 40**). Essas mesmas conclusões podem ser obtidas comparando-se os sinais de v e α.

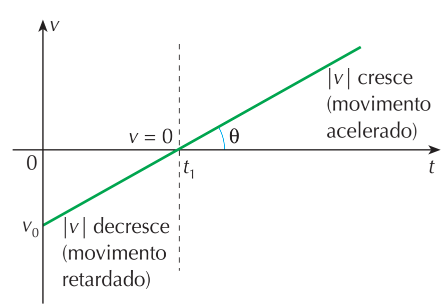


Figura 40.

O gráfico de $v = f(t)$ (**figs. 38 e 39**) é importante, pois dele podemos extrair tanto a aceleração escalar do movimento (tg θ) como a variação do espaço Δs em determinado intervalo de tempo (área A):

$$\Delta s \xleftarrow{\text{área } A} v \xrightarrow{\text{tg } \theta} \alpha$$

3 Função $\alpha = f(t)$

No MUV, a aceleração escalar é uma função constante com o tempo e seu gráfico é uma reta paralela ao eixo t, acima dele se a aceleração for positiva (**fig. 41**) ou abaixo, se a aceleração for negativa (**fig. 42**).

Representação gráfica da função $\alpha = f(t)$ no MUV

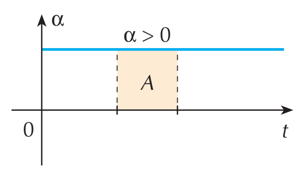


Figura 41.

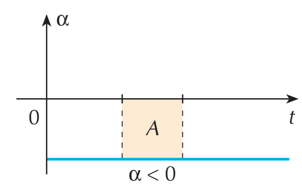


Figura 42.

A área A (**figs. 41 e 42**) é numericamente igual à variação da velocidade Δv no intervalo de tempo considerado.

4 Resumo: gráficos do MUV

Os gráficos das funções do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar do MUV são os das **figuras 43A**, **43B** e **43C**, para os casos em que $\alpha > 0$, e os das **figuras 44A**, **44B** e **44C**, para os casos em que $\alpha < 0$.

Gráficos do MUV

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$
(função do 2º grau)

$v = v_0 + \alpha t$
(função do 1º grau)

$\alpha =$ constante
(função constante)

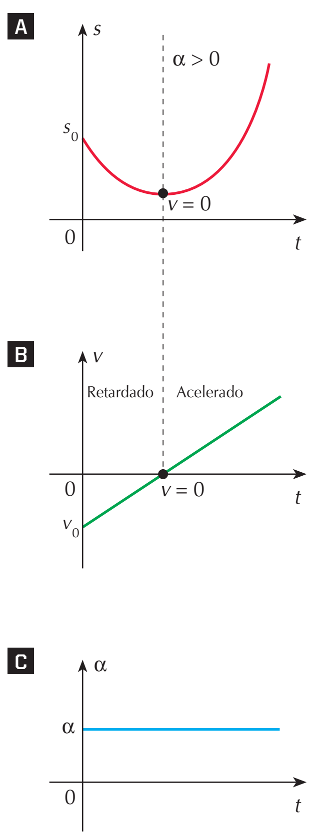


Figura 43.

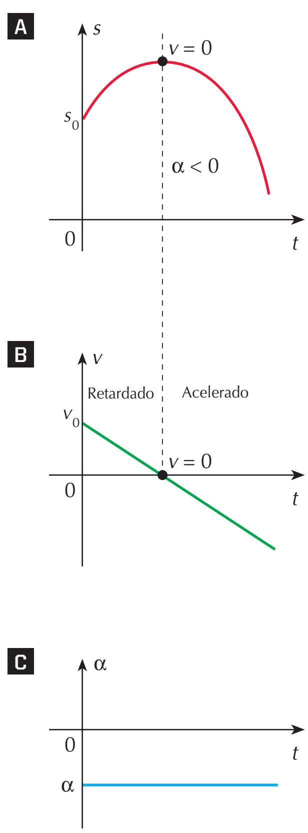


Figura 44.

Observações

① No gráfico da função horária do espaço, a abscissa do vértice da parábola corresponde ao instante em que o móvel muda de sentido. Nesse instante, a velocidade escalar é nula e o gráfico de $v(t)$ corta o eixo t.

② No gráfico do espaço, antes do vértice da parábola, o movimento é retardado e, após o vértice, é acelerado nos dois casos considerados ($\alpha > 0$ e $\alpha < 0$). Portanto, quando um móvel em MUV muda de sentido, antes da mudança ele tem movimento retardado e, logo depois, acelerado.

③ A partir do gráfico da velocidade do MUV pode-se obter a função horária do espaço do MUV. A área A na **figura 45** corresponde à área de um trapézio:

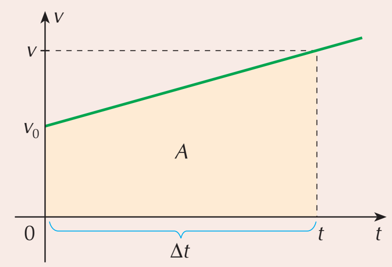


Figura 45.

$$A = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \Delta t$$

Mas: $\Delta t = t - t_0 = t - 0 = t$

Sabemos também que: $v = v_0 + \alpha t$

Substituindo Δt e v, obtemos:

$$A = \frac{(v_0 + \alpha t + v_0)}{2} \cdot t \Rightarrow A = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Considerando que a área é numericamente igual à variação do espaço $\Delta s = s - s_0$, vem:

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow \boxed{s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2}$$

④ Ainda a partir do gráfico da velocidade do MUV pode-se demonstrar que a velocidade escalar média no MUV, entre dois instantes, é igual à média aritmética das velocidades escalares nos instantes considerados. Já vimos que no gráfico da **figura 45** a área A destacada é numericamente igual à variação do espaço Δs no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$.

Assim:

$$A = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2}$$

Como a velocidade média é dada por $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, vem:

$$\boxed{v_m = \frac{v + v_0}{2}}$$

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *Outras representações gráficas*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 43 É dado o movimento de função horária $s = 12 - 8t + t^2$, na qual t está em segundos e s em metros (medidos sobre a trajetória). Tabele a função de 0 a 8 s e faça sua representação gráfica. A partir do gráfico, determine:

a) o instante em que o móvel muda de sentido;

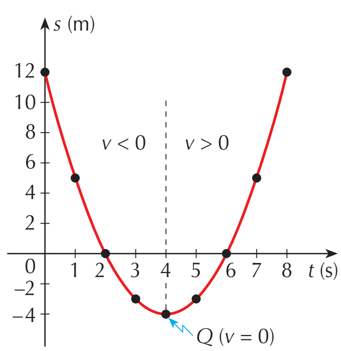
b) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

Solução:

A tabela da função de 0 a 8 s é dada a seguir:

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
s (m)	12	5	0	−3	−4	−3	0	5	12

A representação gráfica é a parábola de concavidade voltada para cima ($\alpha > 0$, $\alpha = 2$ m/s²).



a) O ponto Q é o vértice da parábola ($t = 4$ s, $s = -4$ m). Nesse instante o móvel muda de sentido.

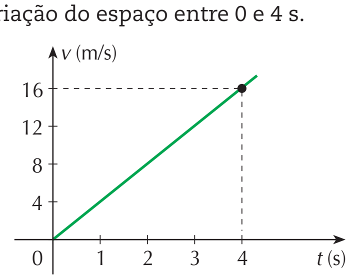
b) O móvel passa pela origem dos espaços quando seu espaço é nulo ($s = 0$). Isso ocorre nos instantes 2 s e 6 s (veja gráfico ou tabela).

Respostas: a) 4 s; b) 2 s; 6 s

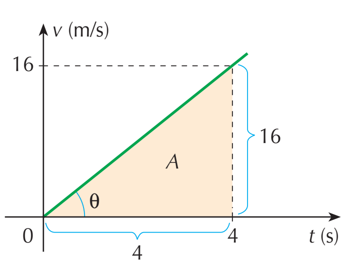
R. 44 É dado o gráfico da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. Determine:

a) a aceleração escalar do movimento;

b) a variação do espaço entre 0 e 4 s.



Solução:



a) A aceleração escalar α é numericamente igual à tg θ no triângulo destacado:

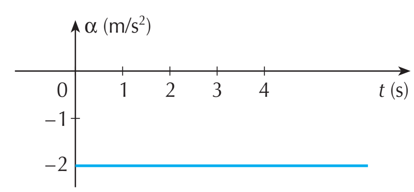
$$\text{tg}\,\theta = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow \boxed{\alpha = 4 \text{ m/s}^2}$$

b) A variação do espaço entre 0 e 4 s é numericamente igual à área A do triângulo destacado:

$$A = \frac{16 \cdot 4}{2} = 32 \Rightarrow \boxed{\Delta s = 32 \text{ m}}$$

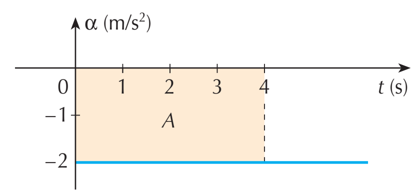
Respostas: a) 4 m/s²; b) 32 m

R. 45 É dado o gráfico da aceleração escalar α de um movimento em função do tempo t. Determine a variação de velocidade no intervalo de 0 a 4 s.



Solução:

A variação da velocidade Δv de 0 a 4 s é negativa, mas em módulo é numericamente igual à área A no gráfico de $\alpha = f(t)$:



$$A = 2 \cdot 4 = 8 \Rightarrow \boxed{\Delta v = -8 \text{ m/s}}$$

Resposta: −8 m/s

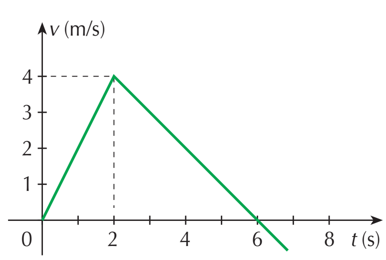
R. 46 Dado o gráfico da velocidade escalar $v = f(t)$, determine:

a) a aceleração escalar do movimento de 0 a 2 s e de 2 s a 6 s;

b) a variação do espaço de 0 a 6 s;

c) a velocidade escalar média no intervalo de 0 a 6 s;

d) o instante e a posição em que ocorre mudança de sentido, sabendo que, no instante $t_0 = 0$, o móvel se encontrava na origem dos espaços.

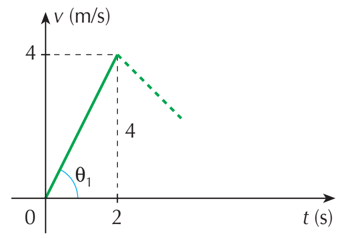


Solução:

a) No gráfico $v = f(t)$ a aceleração escalar α é dada pela tg θ.

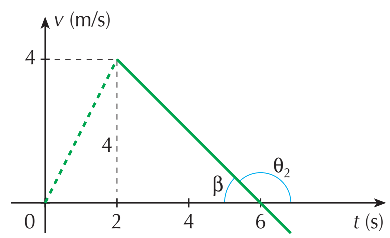
De 0 a 2 s temos:

$$\text{tg } \theta_1 = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{\alpha_1 = 2 \text{ m/s}^2}$$

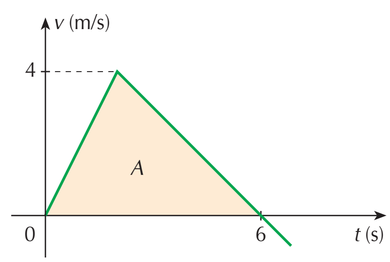


De 2 s a 6 s temos:

$$\text{tg } \theta_2 = -\text{tg } \beta = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow \boxed{\alpha_2 = -1 \text{ m/s}^2}$$



b) No gráfico $v = f(t)$ a variação do espaço Δs é numericamente igual à área A do triângulo destacado na figura:



$$A = \frac{4 \cdot 6}{2} = 12 \text{ (área do triângulo)}$$

Assim, temos: $\boxed{\Delta s = 12 \text{ m}}$

c) De 0 a 6 s, a velocidade escalar média é $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, com $\Delta s = 12$ m (item b) e $\Delta t = 6$ s. Portanto:

$$v_m = \frac{12}{6} \Rightarrow \boxed{v_m = 2 \text{ m/s}}$$

d) O móvel muda de sentido no instante em que sua velocidade escalar se anula. Portanto:

$$v = 0 \Rightarrow \boxed{t = 6 \text{ s}}$$

Do instante zero até o instante $t = 6$ s temos $\Delta s = 12$ m, conforme foi calculado no item b. Como no instante $t_0 = 0$ o móvel se encontrava na origem dos espaços ($s_0 = 0$), vem:

$$\Delta s = s - s_0 \Rightarrow \Delta s = s - 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \Delta s \Rightarrow \boxed{s = 12 \text{ m}}$$

Nessa posição, o móvel sofre a mudança de sentido.

Respostas: a) 2 m/s^2; -1 m/s^2; b) 12 m; c) 2 m/s; d) 6 s; 12 m

R. 47 Um móvel parte do repouso realizando um movimento uniformemente acelerado durante 10 s, ao fim dos quais atinge 72 km/h. Mantém essa velocidade durante 15 s e freia uniformemente com 1 m/s^2 (em módulo) até parar. Determine:

a) durante quanto tempo o móvel esteve em movimento;

b) a velocidade escalar média do movimento desde o instante inicial até o instante final.

Solução:

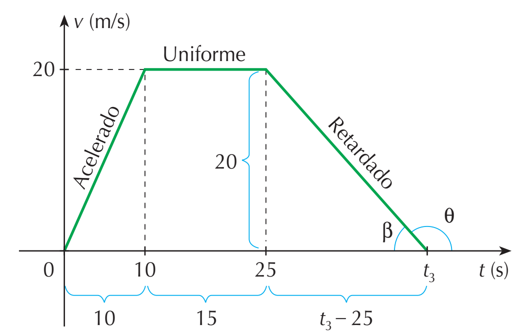
Observe no enunciado que o movimento descrito ocorre em três etapas:

① durante os primeiros 10 s, o movimento é MUV acelerado — o móvel parte do repouso até atingir a velocidade de 72 km/h (ou 20 m/s);

② nos próximos 15 s (isto é, até o instante 25 s), o movimento é uniforme;

③ de 25 s até o instante final t_3 (desconhecido), é MUV retardado.

Essas três etapas são representadas no gráfico abaixo. De 25 s a t_3 a aceleração escalar é igual a 1 m/s^2 (em módulo).



A partir desse gráfico, calculamos:

a) $|\alpha| = |\text{tg } \theta| = |-\text{tg } \beta| = \frac{20}{t_3 - 25} = 1 \Rightarrow$

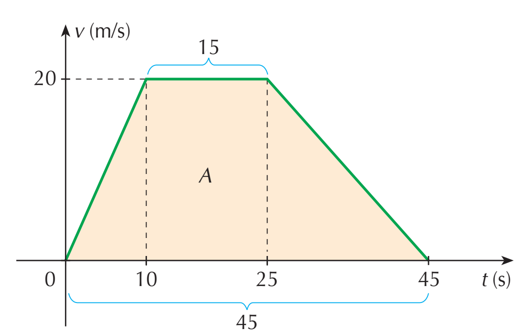
$$\Rightarrow 20 = t_3 - 25 \Rightarrow \boxed{t_3 = 45 \text{ s}}$$

Portanto, o móvel esteve em movimento durante 45 s.

b) A velocidade escalar média de 0 a $t_3 = 45$ s é dada por $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ sendo que $\Delta t = 45$ s e Δs é numericamente igual à área do trapézio destacado:

$$A = \frac{(15 + 45) \cdot 20}{2} = 600 \Rightarrow \Delta s = 600 \text{ m}$$

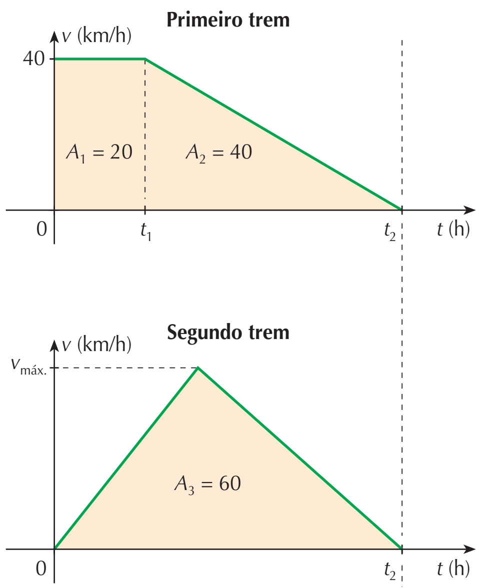
$$v_m = \frac{600}{45} \Rightarrow \boxed{v_m \simeq 13{,}3 \text{ m/s}}$$



Respostas: a) 45 s; b) $\simeq$13,3 m/s

R. 48 Duas estações P e Q, separadas pela distância de 60 km, são interligadas por uma estrada de ferro com linha dupla. Dois trens percorrem-na de P para Q. Um deles passa por P com velocidade de 40 km/h e mantém essa velocidade no percurso de 20 km e, em seguida, é freado uniformemente. No mesmo instante em que o primeiro trem passa por P, um outro trem parte de P, do repouso, com movimento uniformemente acelerado em parte do percurso e uniformemente retardado na parte restante. Ambos os trens param em Q no mesmo instante. Determine a máxima velocidade atingida pelo segundo trem.

Solução:



O primeiro trem passa por P em t = 0 (adotado) com velocidade de 40 km/h e a mantém constante no percurso de 20 km (numericamente igual à área A_1, na figura) até t_1. Após esse instante, percorre a parte restante de 40 km (área A_2) chegando a Q com velocidade nula em t_2.

Como $A_1 = 20$ e $A_1 = 40 \cdot t_1$ (área do retângulo), vem:

$$40 \cdot t_1 = 20 \Rightarrow \boxed{t_1 = 0{,}5 \text{ h}}$$

De modo análogo, temos:

$$A_2 = 40 = \frac{40 \cdot (t_2 - t_1)}{2} \text{ (área do triângulo)}$$

$$\text{Logo: } 20 \cdot (t_2 - 0{,}5) = 40 \Rightarrow \boxed{t_2 = 2{,}5 \text{ h}}$$

O segundo trem parte de P em t = 0 e atinge Q após 60 km em $t_2 = 2{,}5$ h. Percorre parte do percurso com MUV acelerado até atingir a máxima velocidade $v_{máx.}$ e com MUV retardado até atingir Q.

No gráfico de sua velocidade, temos:

$$A_3 = \frac{v_{máx.} \cdot t_2}{2} \text{ (área do triângulo)}$$

Sendo $t_2 = 2{,}5$ h e $A_3 = 60$, vem:

$$\frac{v_{máx.} \cdot 2{,}5}{2} = 60 \Rightarrow v_{máx.} = \frac{120}{2{,}5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{máx.} = 48 \text{ km/h}}$$

Resposta: 48 km/h

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 113 É dado o movimento de função horária $s = 150 - 20t + 0{,}5t_2$, em que t está em segundos e s em metros (medidos sobre a trajetória). Tabele essa função no intervalo de 0 a 40 s (de 10 em 10 segundos) e faça sua representação gráfica. A partir do gráfico, determine:

a) o instante em que o móvel muda de sentido;

b) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

P. 114 É dado o movimento cuja velocidade escalar varia em função do tempo segundo a função $v = 8 - 2t$, na qual t está em segundos e v em metros por segundo. Tabele essa função de 0 a 8 s e faça sua representação gráfica. Determine, com auxílio do gráfico:

a) a aceleração escalar;

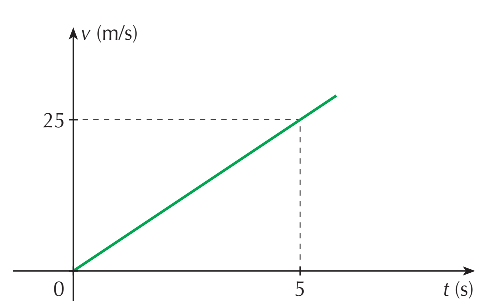
b) o instante em que o móvel muda de sentido.

P. 115 É dado o gráfico da velocidade escalar de um móvel em função do tempo. Sabe-se que no instante t = 0 o espaço do móvel é 15 m. Determine:

a) a aceleração escalar do movimento;

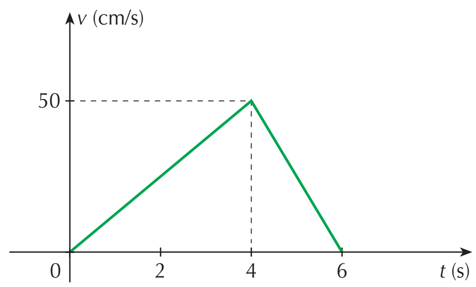
b) a variação do espaço entre 0 e 5 s;

c) o espaço do móvel no instante t = 5 s.



P. 116 Um corpo efetua um movimento retilíneo cuja velocidade v varia com o tempo segundo a função $v = 0,5 - t$, na qual t está em segundos e v em metros por segundo. Ao iniciar a contagem do tempo, o corpo está a 2 m de distância da origem do espaço, no trecho positivo. Desenhe, em escala, os gráficos cartesianos do espaço, da velocidade e da aceleração em função do tempo.

P. 117 A velocidade escalar de um corpúsculo entre os instantes de 0 a 6 s é dada pelo gráfico abaixo.



a) Determine a distância percorrida entre os dois instantes dados.

b) Construa os gráficos do espaço e da aceleração escalares, ambos em função do tempo. Admita que o corpúsculo partiu da origem.

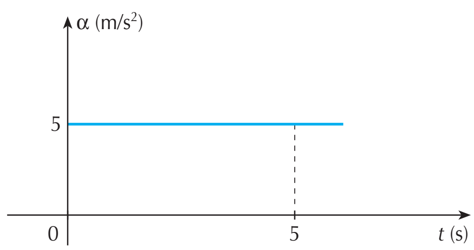
P. 118 Um trem passa por uma estação A com velocidade de 20 km/h e mantém essa velocidade num percurso de 14 km, sendo então freado uniformemente, parando na estação B, distante 16 km de A. Outro trem parte de A ($v_0 = 0$) no instante em que o primeiro passou, com movimento uniformemente acelerado durante parte do percurso e uniformemente retardado, em seguida, até parar em B, chegando junto com o primeiro trem. Determine qual foi a máxima velocidade no percurso AB. (Sugestão: faça o gráfico $v = f(t)$.)

P. 119 Um trem parte do repouso de um certo ponto A, acelerando uniformemente até a metade do percurso. Nesse ponto começa a desacelerar uniformemente, parando num ponto B situado a 500 m de A, ao fim de 20 s. Determine:

a) a velocidade máxima atingida pelo trem;

b) o módulo das acelerações nas duas metades do percurso.

P. 120 É dado o gráfico da aceleração escalar $\alpha = f(t)$ de um movimento em função do tempo t. Determine a variação da velocidade do movimento no intervalo de 0 a 5 s.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

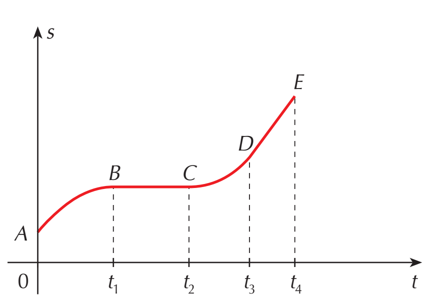
P. 121 (Ufla-MG) A figura abaixo representa o gráfico horário do movimento de uma partícula, onde AB e CD são arcos de parábola e $\overline{BC}$ e $\overline{DE}$ são segmentos de reta. Pergunta-se:

a) Em que intervalo de tempo a partícula se encontra em repouso?

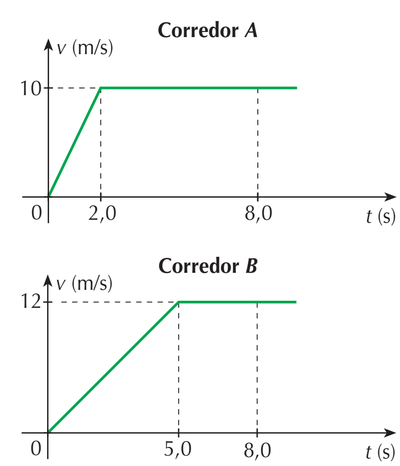
b) Em que intervalo de tempo a partícula está em movimento uniforme?

c) Em que intervalo de tempo a partícula apresenta movimento acelerado progressivo?

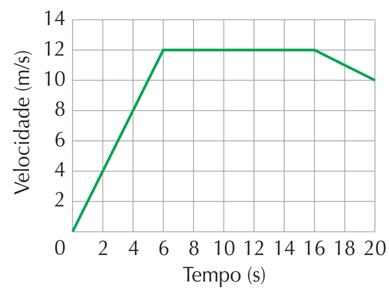
d) Em que intervalo de tempo o movimento é retardado progressivo?



P. 122 (EEM-SP) Em uma corrida olímpica, numa pista plana, horizontal e reta, dois competidores A e B levam 2,0 s e 5,0 s para atingir as velocidades máximas de 10 m/s e 12 m/s, respectivamente, as quais são mantidas até o final da corrida. Os respectivos gráficos de suas velocidades em função do tempo, mostrados a seguir, não estão desenhados em escala. Determine que corredor lidera a competição na marca de 8,0 s.



P. 123 (Unicamp-SP) O gráfico abaixo representa aproximadamente a velocidade de um atleta em função do tempo em uma competição olímpica.



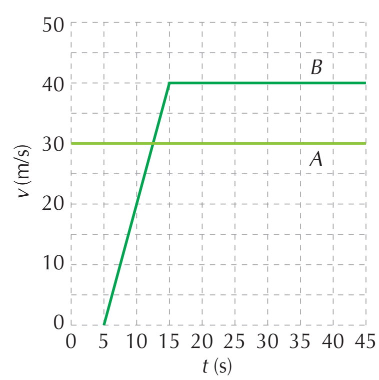
a) Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração tem o menor valor?

b) Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração é máximo?

c) Qual é a distância percorrida pelo atleta durante os 20 s?

d) Qual é a velocidade média do atleta durante a competição?

P. 124 (Vunesp) Um veículo *A* passa por um posto policial a uma velocidade constante acima do permitido no local. Pouco tempo depois, um policial em um veículo *B* parte em perseguição do veículo *A*. Os movimentos dos veículos são descritos nos gráficos da figura.

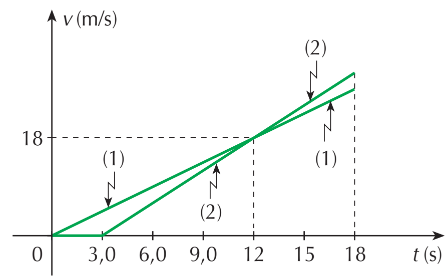


Tomando o posto policial como referência para estabelecer as posições dos veículos e utilizando as informações do gráfico, calcule:

a) a distância que separa o veículo *B* de *A* no instante $t = 15,0$ s;

b) o instante em que o veículo *B* alcança *A*.

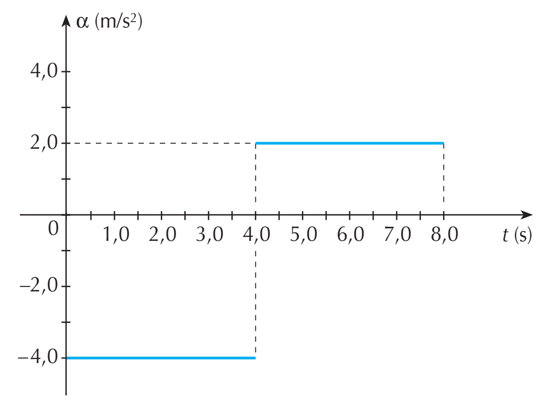
P. 125 (UFRJ) Dois móveis, (1) e (2), partem do repouso de um mesmo ponto e passam a se mover na mesma estrada. O móvel (2), no entanto, parte 3,0 s depois do móvel (1). A figura a seguir representa, em um gráfico cartesiano, como suas velocidades escalares variam em função do tempo durante 18 s, a contar da partida do móvel (1).



a) Calcule as acelerações escalares dos móveis (1) e (2) depois de iniciados os seus movimentos.

b) Verifique se, até o instante $t = 18$ s, o móvel (2) conseguiu alcançar o móvel (1). Justifique sua resposta.

P. 126 (UFPE) Uma partícula, que se move em linha reta, está sujeita à aceleração $\alpha(t)$, cuja variação com o tempo é mostrada no gráfico abaixo. Sabendo-se que no instante $t = 0$ a partícula está em repouso, na posição $s_0 = 100$ m, calcule a sua posição no instante $t = 8,0$ s, em metros.



P. 127 (Fuvest-SP) Um trem de metrô parte de uma estação com aceleração escalar constante até atingir, após 10 s, a velocidade de 90 km/h, que é mantida por 30 s, para então desacelerar uniformemente durante 10 s até parar na estação seguinte.

a) Represente graficamente a velocidade escalar em função do tempo.

b) Calcule a distância entre as duas estações.

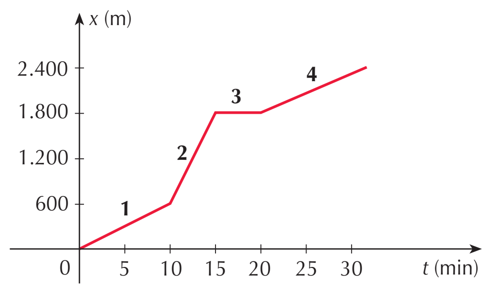
P. 128 (Uerj) A distância entre duas estações de metrô é igual a 2,52 km. Partindo do repouso na primeira estação, um trem deve chegar a segunda estação em um intervalo de tempo de três minutos. O trem acelera com uma taxa constante até atingir sua velocidade máxima no trajeto, igual a 16 m/s. Permanece com essa velocidade por um certo tempo. Em seguida, desacelera com a mesma taxa anterior até parar na segunda estação.

a) Calcule a velocidade média do trem, em m/s.

b) Esboce o gráfico velocidade × tempo e calcule o tempo gasto para alcançar a velocidade máxima, em segundos.

TESTES PROPOSTOS

T. 94 (UFMG) Uma pessoa passeia durante 30 minutos. Nesse tempo ela anda, corre e também para por alguns instantes. O gráfico representa a distância (x) percorrida por essa pessoa em função do tempo de passeio (t).

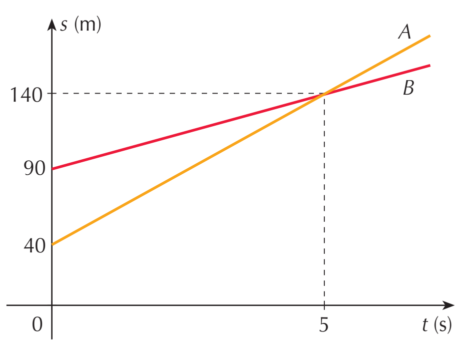


Pelo gráfico pode-se afirmar que, na sequência do passeio, a pessoa:

a) andou (1), correu (2), parou (3) e andou (4).
b) andou (1), parou (2), correu (3) e andou (4).
c) correu (1), andou (2), parou (3) e correu (4).
d) correu (1), parou (2), andou (3) e correu (4).



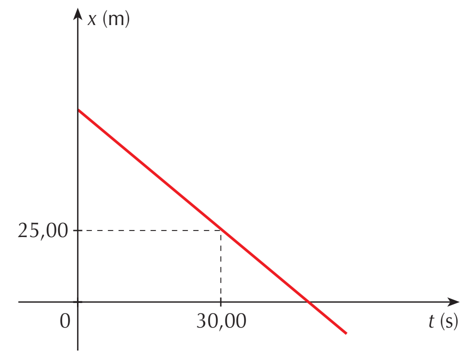
T. 95 (PUC-PR) Duas partículas A e B se movimentam sobre uma mesma trajetória retilínea segundo o gráfico.



Podemos afirmar que suas equações horárias são:

a) $s_A = 90 + 20t$ e $s_B = 40 + 10t$
b) $s_A = 20 + 90t$ e $s_B = 10 + 40t$
c) $s_A = 40 + 20t$ e $s_B = 90 + 10t$
d) $s_A = 40 + 20t$ e $s_B = 10 + 90t$
e) $s_A = 20 + 40t$ e $s_B = 90 + 10t$

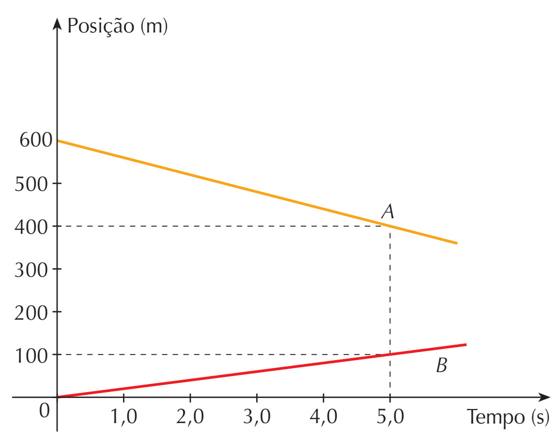
T. 96 (Mackenzie-SP) Correndo com uma bicicleta, ao longo de um trecho retilíneo de uma ciclovia, uma criança mantém a velocidade constante de módulo igual a 2,50 m/s. O diagrama horário da posição para esse movimento está ilustrado a seguir.



Segundo o referencial adotado, no instante $t = 15{,}00$ s, a posição x da criança é igual a:

a) $-37{,}50$ m
b) $-12{,}50$ m
c) 12,50 m
d) 37,50 m
e) 62,50 m

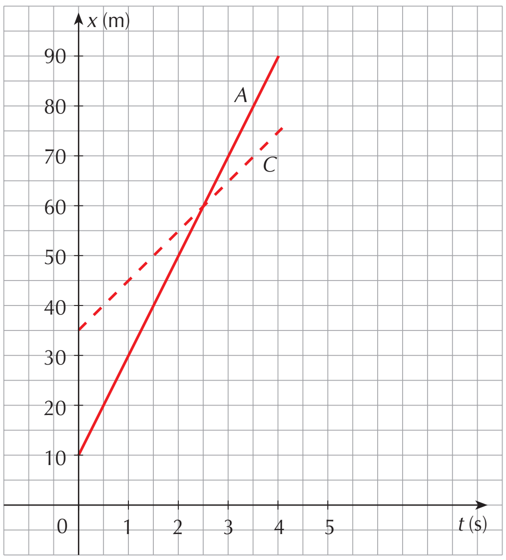
T. 97 (FMTM-MG) Na figura estão representados, num plano cartesiano, os gráficos posição $\times$ tempo do movimento de dois móveis, A e B, que percorrem a mesma reta.



Se esses móveis se mantiverem em movimento com as mesmas características, durante tempo suficiente, eles devem se cruzar no instante e na posição iguais, respectivamente, a:

a) 10 s; 200 m
b) 15 s; 300 m
c) 20 s; 400 m
d) 25 s; 400 m
e) 30 s; 450 m

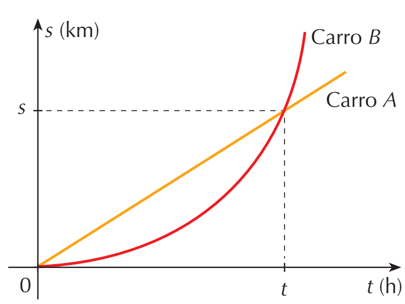
T. 98 (PUC-Campinas-SP) Um caminhão *C*, de 25 m de comprimento, e um automóvel *A*, de 5,0 m de comprimento, estão em movimento em uma estrada. As posições dos móveis, marcadas pelo para-choque dianteiro dos veículos, estão indicadas no gráfico para um trecho do movimento. Em determinado intervalo de tempo, o automóvel ultrapassa o caminhão.



Durante a ultrapassagem completa do caminhão, o automóvel percorre uma distância, em metros, igual a:

a) 5
b) 15
c) 18
d) 20
e) 60

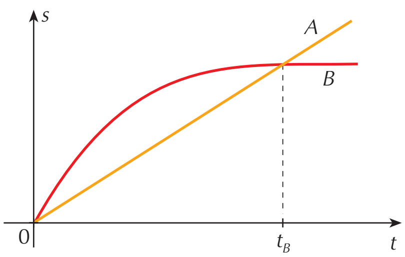
T. 99 (UFSM-RS) Dois carros *A* e *B* têm seus movimentos representados esquematicamente no gráfico $s \times t$ a seguir.



Pode-se afirmar, baseando-se na função que representa o movimento de cada carro, que:

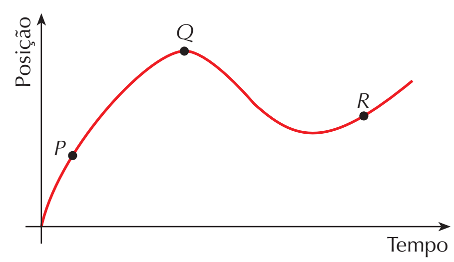
a) as velocidades iniciais ($t = 0$) dos carros *A* e *B* são zero.
b) a velocidade média do carro *B* é igual à velocidade média do carro *A* no intervalo de tempo de 0 a *t*.
c) as velocidades iniciais dos carros *A* e *B* são diferentes de zero.
d) a aceleração do carro *A* é igual à aceleração do carro *B*.
e) o carro *B* percorrerá uma distância maior até encontrar o carro *A*.

T. 100 (PUC-RJ) O gráfico abaixo mostra a posição, em função do tempo, de dois trens que viajam no mesmo sentido em trilhos paralelos. Marque a afirmativa correta.



a) Na origem do gráfico, ambos os trens estavam parados.
b) Os trens aceleraram o tempo todo.
c) No instante t_B, ambos os trens têm a mesma velocidade.
d) Ambos os trens têm a mesma aceleração em algum instante anterior a t_B.
e) Ambos os trens têm a mesma velocidade em algum instante anterior a t_B.

T. 101 (UFMG) Um carro está andando ao longo de uma estrada reta e plana. Sua posição em função do tempo está representada neste gráfico:

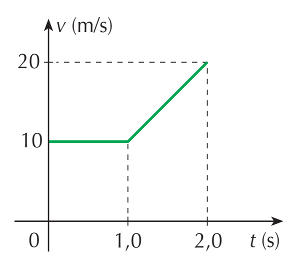


Sejam V_P, V_Q e V_R os módulos das velocidades do carro, respectivamente, nos pontos *P*, *Q* e *R*, indicados nesse gráfico.

Com base nessas informações, é **correto** afirmar que:

a) $V_Q < V_P < V_R$
b) $V_P < V_R < V_Q$
c) $V_Q < V_R < V_P$
d) $V_P < V_Q < V_R$

T. 102 (PUC-MG) Um corpo se move em trajetória retilínea durante 2,0 s conforme o gráfico ao lado.



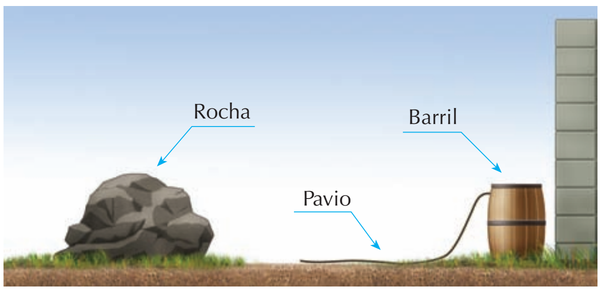
Analise as afirmativas a seguir:

I. Ao final do movimento, o corpo terá percorrido 25 m.
II. Sua velocidade final é de 40 m/s e a velocidade média no percurso foi de 25 m/s.
III. A aceleração entre $t_1 = 1{,}0$ s e $t_2 = 2{,}0$ s foi de 10 m/s^2.

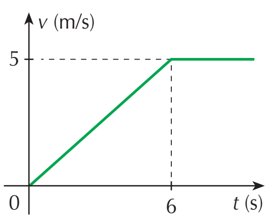
Assinale:

a) se todas as afirmativas são corretas.
b) se todas as afirmativas são falsas.
c) se apenas as afirmativas I e II são corretas.
d) se apenas as afirmativas II e III são corretas.
e) se apenas as afirmativas I e III são corretas.

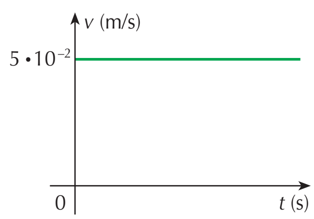
T. 103 (UFSCar-SP) Em um filme, para explodir a parede da cadeia a fim de que seus comparsas pudessem escapar, o "bandido" ateia fogo a um pavio de 0,6 m de comprimento, que tem sua outra extremidade presa a um barril contendo pólvora. Enquanto o pavio queima, o "bandido" se põe a correr em direção oposta e, no momento em que salta sobre uma rocha, o barril explode.



Dublê



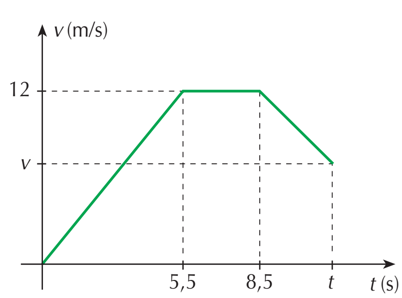
Chama do pavio



Ao planejar esta cena, o piroplasta utilizou os dados gráficos obtidos cuidadosamente da análise das velocidades do dublê (que representa o bandido) e da chama no pavio, o que permitiu determinar que a rocha deveria estar a uma distância, relativamente ao ponto em que o pavio foi aceso, em m, de:

a) 20
b) 25
c) 30
d) 40
e) 45

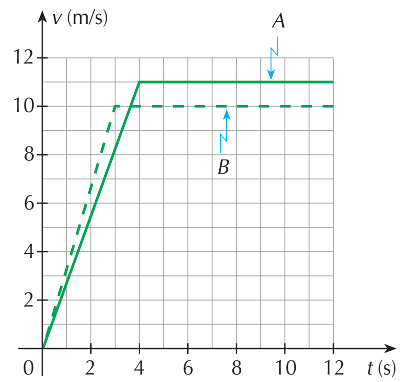
T. 104 (AFA-SP) O gráfico abaixo mostra como variou a velocidade de um atleta durante uma disputa de 100 m rasos.



Sendo de 8,0 m/s a velocidade média desse atleta, pode-se afirmar que a velocidade v no instante em que ele cruzou a linha de chegada era, em m/s:

a) 5,0
b) 3,5
c) 8,5
d) 10

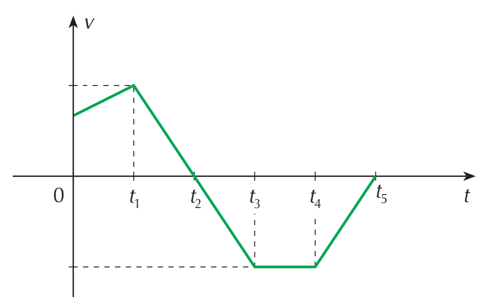
T. 105 (Fuvest-SP) Na figura a seguir estão representadas as velocidades, em função do tempo, desenvolvidas por um atleta, em dois treinos *A* e *B*, para uma corrida de 100 m rasos.



Com relação aos tempos gastos pelo atleta para percorrer os 100 m, podemos afirmar que, aproximadamente:

a) no *B* levou 0,4 s a menos que no *A*.
b) no *A* levou 0,4 s a menos que no *B*.
c) no *B* levou 1,0 s a menos que no *A*.
d) no *A* levou 1,0 s a menos que no *B*.
e) no *A* e no *B* levou o mesmo tempo.

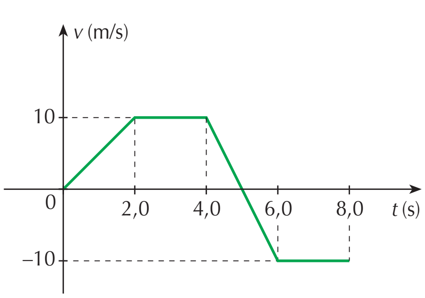
T. 106 (UFRJ) Um móvel em movimento retilíneo tem velocidade escalar v variando com o tempo t, de acordo com o gráfico.



Podemos afirmar corretamente que entre os instantes:

a) 0 e t_1 o movimento é retrógrado acelerado.
b) t_1 e t_2 o movimento é progressivo acelerado.
c) t_2 e t_3 o movimento é retrógrado acelerado.
d) t_3 e t_4 o móvel está parado.
e) t_4 e t_5 o movimento é progressivo retardado.

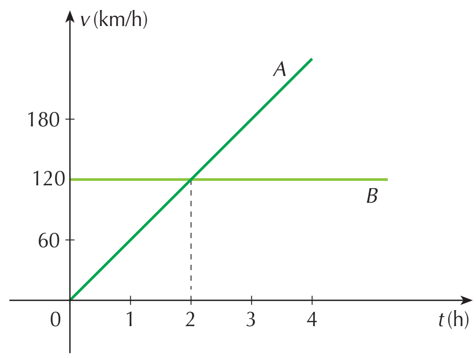
T. 107 (Ufal) Considere o gráfico $v \times t$ do movimento de um corpo que parte da origem de um referencial e se desloca em linha reta. A seguir, analise as afirmações.



01) Nos intervalos de tempo de 2,0 s a 4,0 s e de 6,0 s a 8,0 s o corpo permanece em repouso.
02) De 0 até 8,0 s só há um trecho de movimento uniformemente acelerado.
04) De 0 até 8,0 s só há um trecho de movimento uniformemente retardado.
08) O afastamento máximo da origem do referencial é maior do que 40 m.
16) O corpo passa somente uma vez pela posição 30 m.

Dê como resposta a soma dos números que precedem as afirmativas corretas.

T. 108 (Fesp) Dois carros, *A* e *B*, deslocam-se em uma mesma estrada reta, de acordo com o gráfico. Em $t = 0$ ambos se encontram no quilômetro zero.



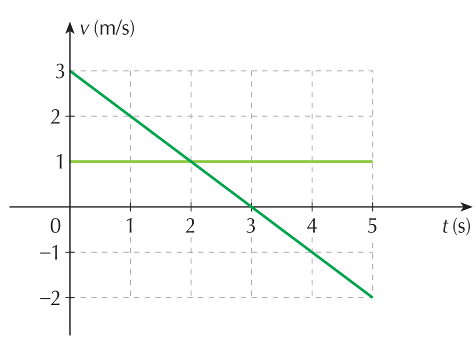
Considere as afirmações:

I. *B* desloca-se com movimento uniformemente acelerado.
II. De $t_0 = 0$ a $t = 2$ h, *A* percorreu 120 km e *B* percorreu 240 km.
III. *A* alcança *B* no instante $t = 2$ h.
IV. A velocidade de *A* cresce de 60 km/h em cada hora.

São corretas as afirmações:

a) III
b) I e III
c) II e IV
d) III e IV
e) II, III e IV

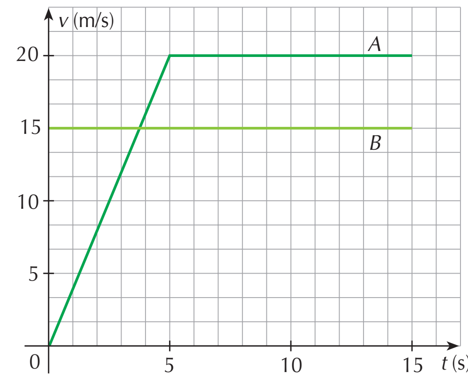
T. 109 (UFF-RJ) O gráfico mostra como variam as velocidades de dois carrinhos que se movem sobre trilhos paralelos. No instante de tempo $t = 0$ s, os dois carrinhos estavam emparelhados.



A alternativa que indica o instante em que os carrinhos voltam a ficar lado a lado é:

a) 1 s
b) 2 s
c) 3 s
d) 4 s
e) 5 s

T. 110 (Olimpíada Paulista de Física) O motorista de um carro *A*, vendo o sinal verde do semáforo, arranca com o seu carro. Nesse instante, um outro carro *B* passa por ele e ambos passam a se movimentar em trajetórias paralelas ao longo de uma extensa avenida.

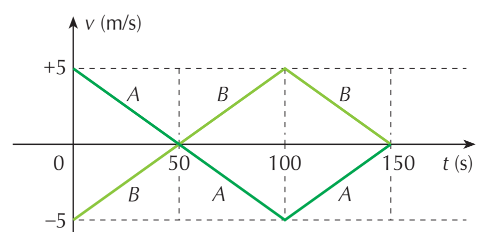


O gráfico mostra a variação da velocidade de ambos os carros desde o instante em que *A* começa a se movimentar até 15 segundos após.

Das afirmações abaixo, assinale aquela que é verdadeira.

a) O carro *A* alcança *B* depois de $t = 3{,}75$ s.
b) No intervalo 0-15 s o carro *A* não alcança *B*.
c) Quando os velocímetros dos carros marcam a mesma velocidade, *A* está cerca de 28 metros na frente de *B*.
d) No instante $t = 15$ s o carro *A* está 25 metros na frente de *B*.
e) O carro *A* ultrapassa *B* no instante $t = 5$ s.

T. 111 (Fuvest-SP) Dois trens, *A* e *B*, fazem manobra em uma estação ferroviária deslocando-se paralelamente sobre trilhos retilíneos. No instante $t = 0$ eles estão lado a lado. O gráfico representa as velocidades dos dois trens a partir do instante $t = 0$ até 150 s, quando termina a manobra.

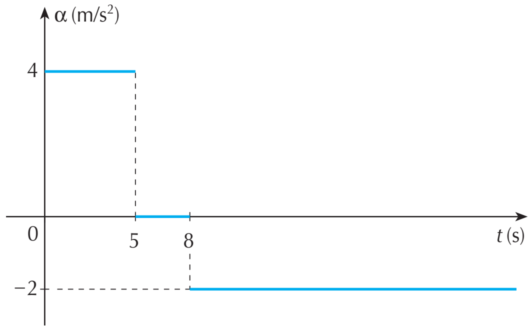


A distância entre os dois trens no final da manobra é:

a) 0 m
b) 50 m
c) 100 m
d) 250 m
e) 500 m



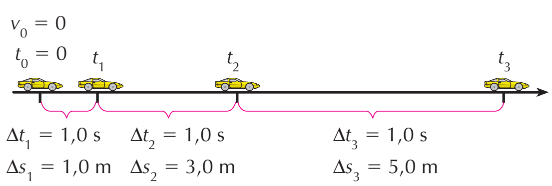
T. 112 (Mackenzie-SP) A aceleração de um móvel, que parte do repouso, varia com o tempo de acordo com o gráfico abaixo.



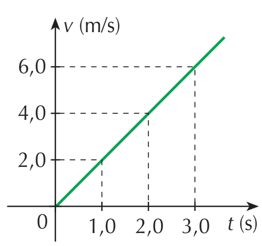
O instante, contado a partir do início do movimento, no qual o móvel para, é:

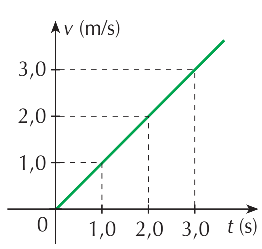
a) 5 s
b) 6 s
c) 8 s
d) 13 s
e) 18 s

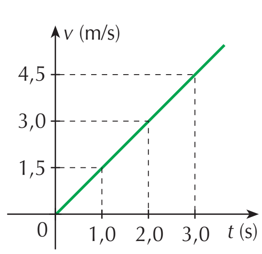
T. 113 (Mackenzie-SP) Um automóvel desloca-se a partir do repouso num trecho retilíneo de uma estrada. A aceleração do veículo é constante e algumas posições por ele assumidas, bem como os respectivos instantes, estão ilustrados na figura abaixo.

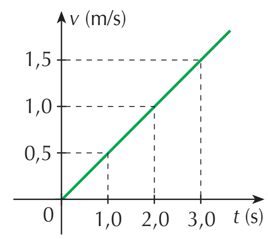


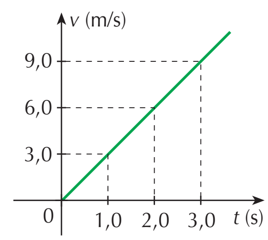
O gráfico que melhor representa a velocidade escalar do automóvel em função do tempo é:

a)


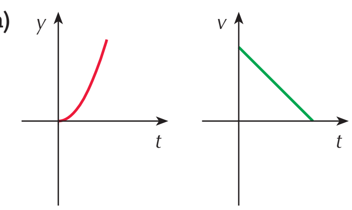
b)


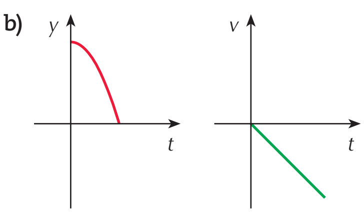
c)


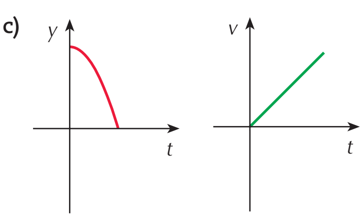
d)


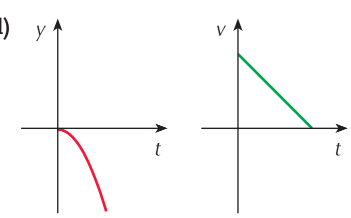
e)


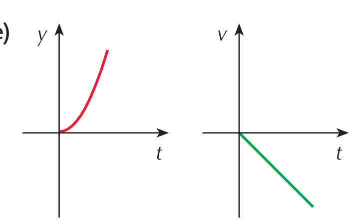
T. 114 (UFG-GO) O Visconde de Sabugosa vê uma jaca cair da árvore na cabeça da Emília e filosofa: “Este movimento poderia ser representado, qualitativamente, pelos gráficos da posição e da velocidade, em função do tempo...”

a)


b)


c)


d)


e)


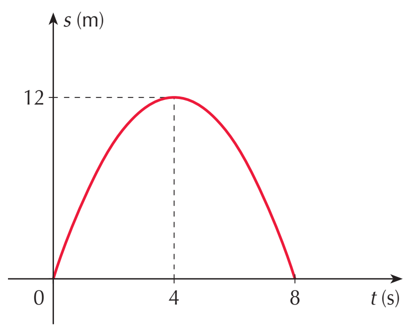
EXERCÍCIOS ESPECIAIS *de gráficos do MUV*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 49 Num certo planeta, um móvel lançado verticalmente para cima tem suas posições em relação ao solo e em função do tempo representadas pelo gráfico da figura. Determine:

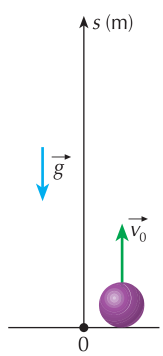
a) a velocidade inicial com que o corpo foi lançado;

b) a aceleração da gravidade na superfície desse planeta.



Solução:

a) A trajetória é orientada para cima e a origem é adotada no solo. Sendo g a aceleração da gravidade local, temos $\alpha = -g$.



Para t = 0, temos $s_0 = 0$; para t = 4 s, temos s = 12 m e $v = 0$.

Aplicando a definição de velocidade escalar média v_m e a propriedade do MUV, vem:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{12 - 0}{4 - 0} = \frac{0 + v_0}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = 6 \text{ m/s}}$$

b) De $v = v_0 + \alpha t$, vem: $0 = 6 + \alpha \cdot 4 \Rightarrow \alpha = -1{,}5 \text{ m/s}^2$

Sendo $\alpha = -g$, resulta: $\boxed{g = 1{,}5 \text{ m/s}^2}$

Respostas: a) 6 m/s; b) 1,5 m/s²

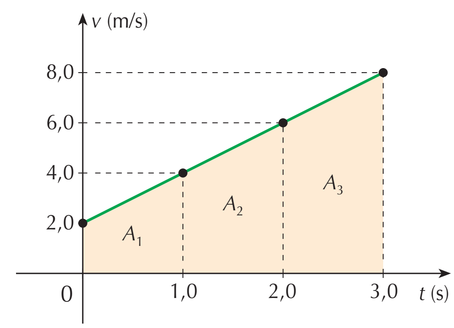
R. 50 Um ponto material realiza um movimento uniformemente variado cuja velocidade em função do tempo é dada por $v = 2{,}0 + 2{,}0t$, para t em segundos e v em m/s. Construa o gráfico $v \times t$ e calcule, a partir do gráfico, as distâncias percorridas nos intervalos 0 a 1,0 s; 1,0 s a 2,0 s e 2,0 s a 3,0 s.

Solução:

Veja na tabela abaixo alguns valores da função, no intervalo de 0 a 3,0 s:

t (s)	0	1,0	2,0	3,0
v (m/s)	2,0	4,0	6,0	8,0

Assim, construímos o gráfico abaixo. Como não houve mudança de sentido, a distância percorrida, num certo intervalo de tempo, coincide com a variação do espaço, nesse mesmo intervalo.



Cálculo das distâncias percorridas:

0 a 1,0 s:

$$A_1 = \frac{(4{,}0 + 2{,}0)}{2} \cdot 1{,}0 = 3{,}0 \Rightarrow \boxed{\Delta s_1 = 3{,}0 \text{ m}}$$

1,0 s a 2,0 s:

$$A_2 = \frac{(6{,}0 + 4{,}0)}{2} \cdot 1{,}0 = 5{,}0 \Rightarrow \boxed{\Delta s_2 = 5{,}0 \text{ m}}$$

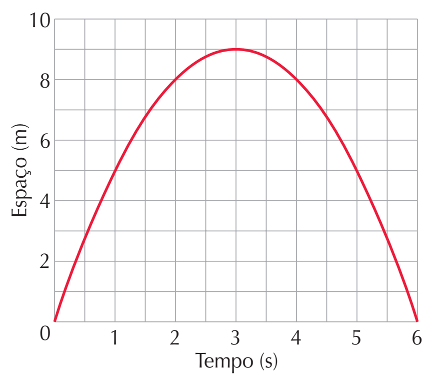
2,0 s a 3,0 s:

$$A_3 = \frac{(8{,}0 + 6{,}0)}{2} \cdot 1{,}0 = 7{,}0 \Rightarrow \boxed{\Delta s_2 = 7{,}0 \text{ m}}$$

Observação:
Os resultados nos mostram que, no movimento uniformemente variado acelerado, o aumento da distância percorrida, em intervalos de tempo iguais e sucessivos, é sempre o mesmo. Em outras palavras, **as distâncias percorridas, em intervalos de tempo iguais e sucessivos, estão em progressão aritmética**. Se o movimento for uniformemente variado e retardado, as distâncias percorridas, em intervalos de tempo iguais e sucessivos, diminuem em progressão aritmética.

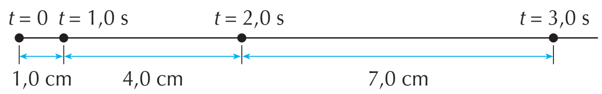
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P.129 (Fuvest-SP) A figura representa o gráfico espaço-tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima com velocidade inicial v_0 na superfície de um planeta.

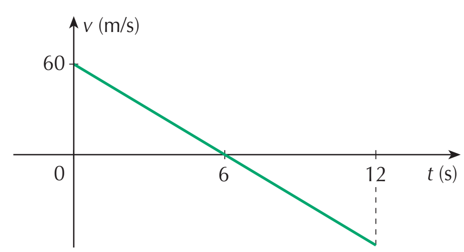


a) Qual é o valor da aceleração da gravidade na superfície do planeta?
b) Qual é o valor da velocidade inicial v_0?

P.130 Uma partícula realiza um movimento uniformemente variado. Na figura indicamos as posições sucessivas da partícula de 1 em 1 segundo, a partir do instante t = 0. Qual é a distância percorrida pela partícula no quinto segundo de seu movimento, isto é, no intervalo de tempo de 4,0 s a 5,0 s?

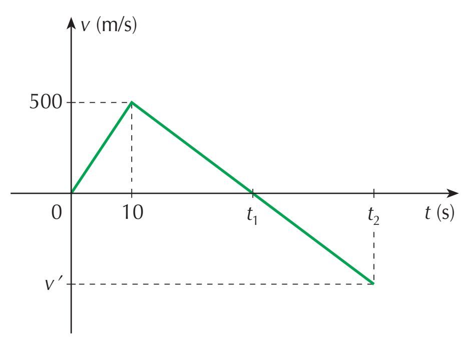


P.131 A velocidade de um corpo lançado verticalmente para cima varia com o tempo de acordo com o gráfico apresentado. Com base nele, determine:



a) o instante em que o corpo atinge a altura máxima;
b) o instante em que o corpo está de volta ao ponto de lançamento;
c) a altura máxima atingida;
d) a velocidade do móvel ao retornar ao ponto de lançamento.

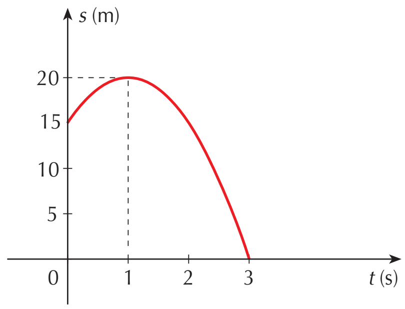
P.132 O gráfico indica como variou a velocidade de um foguete lançado verticalmente a partir do solo. No instante t = 10 s, acabou o combustível do foguete e, a partir de então, ele ficou sujeito apenas à ação da gravidade.



Desprezando a resistência do ar, adotando $g = 10\ m/s^2$ e tomando no solo a origem da trajetória, determine:
a) a aceleração do foguete durante os primeiros 10 s;
b) a altura em que se esgotou o combustível;
c) o instante t_1 em que o foguete atinge sua altura máxima;
d) a altura máxima atingida pelo foguete;
e) o instante t_2 em que o foguete retorna ao solo;
f) a velocidade v' do foguete ao atingir o solo.

TESTES PROPOSTOS

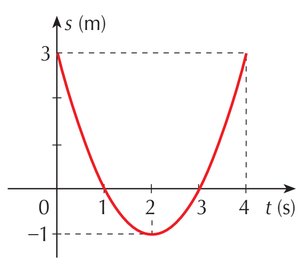
T. 115 (FEI-SP) O gráfico abaixo representa o espaço percorrido, em função do tempo, por um móvel em MRUV.



Pode-se afirmar que a posição do móvel para $t = 0{,}5$ s e a função horária da velocidade desse móvel são, respectivamente:

a) 18,750 m; $v = 10 - 10t$
b) 19,875 m; $v = 15 - 5t$
c) 17,500 m; $v = 15 - 10t$
d) 17,500 m; $v = 10 - 10t$
e) 18,000 m; $v = 10 - 5t$

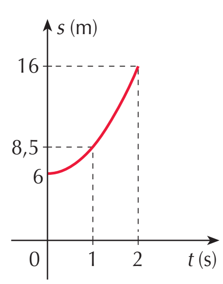
T. 116 (UFMA) O gráfico abaixo indica como varia o espaço de um móvel em função do tempo para certo MUV.



A aceleração do móvel, em m/s², é:

a) 5 **b)** 4 **c)** 2 **d)** 3 **e)** 1

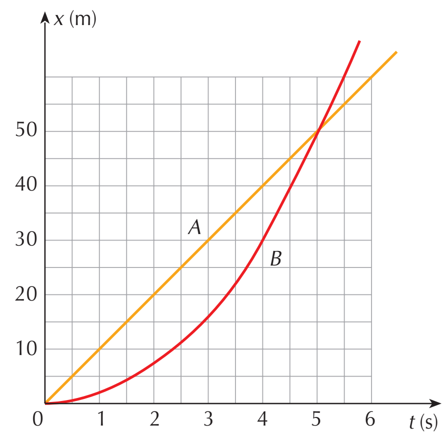
T. 117 (Unimep-SP) Para um móvel que parte do repouso, temos abaixo o gráfico de sua posição em função do tempo.



A função horária que melhor representa o movimento do móvel é:

a) $s = 16 + 6t + 2t^2$
b) $s = 6 + 16t + 5t^2$
c) $s = 16t + 6t^2$
d) $s = 6t + 3t^2$
e) $s = 6 + \dfrac{5t^2}{2}$

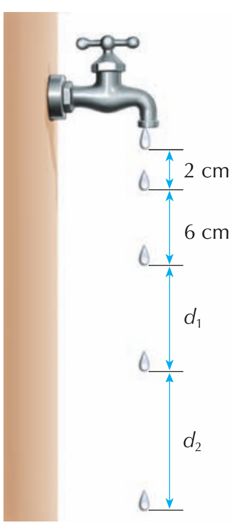
T. 118 (UFPE) No instante $t = 0$, dois automóveis, *A* e *B*, partem do repouso seguindo no mesmo sentido, ao longo de uma estrada retilínea. O diagrama a seguir representa a variação com o tempo da posição de cada um desses automóveis.



Sabendo-se que o automóvel *B* manteve uma aceleração constante durante o movimento, determine a razão $\dfrac{v_A}{v_B}$ entre as velocidades dos dois veículos no mesmo instante $t = 5$ s.

a) 3
b) 2
c) 1
d) $\dfrac{1}{2}$
e) $\dfrac{1}{3}$

T. 119 Uma torneira libera gotas em intervalos iguais de tempo. As gotas abandonam a torneira com velocidade nula. Considere desprezível a resistência do ar. A figura abaixo mostra uma representação instantânea das cinco primeiras gotas.



As distâncias d_1 e d_2 indicadas valem respectivamente:

a) 6 cm e 2 cm
b) 8 cm e 10 cm
c) 10 cm e 12 cm
d) 10 cm e 13 cm
e) 10 cm e 14 cm

Capítulo 7

Vetores

Os vetores são entes matemáticos amplamente utilizados em Física. Eles representam grandezas que só ficam definidas quando são conhecidos seu módulo, sua direção e seu sentido. Grandezas desse tipo são denominadas grandezas vetoriais.

7.1 Introdução

Algumas grandezas físicas podem ser definidas apenas por um valor numérico e uma unidade; outras precisam, além disso, de uma direção e um sentido.

7.2 Vetores

Vetor é o ente matemático caracterizado pelos elementos módulo, direção e sentido, sendo representado por um segmento de reta orientado.

7.3 Operações com vetores

A adição vetorial pode ser feita pela regra da linha poligonal ou pela regra do paralelogramo. A subtração de dois vetores corresponde à adição de um vetor com o oposto do outro.

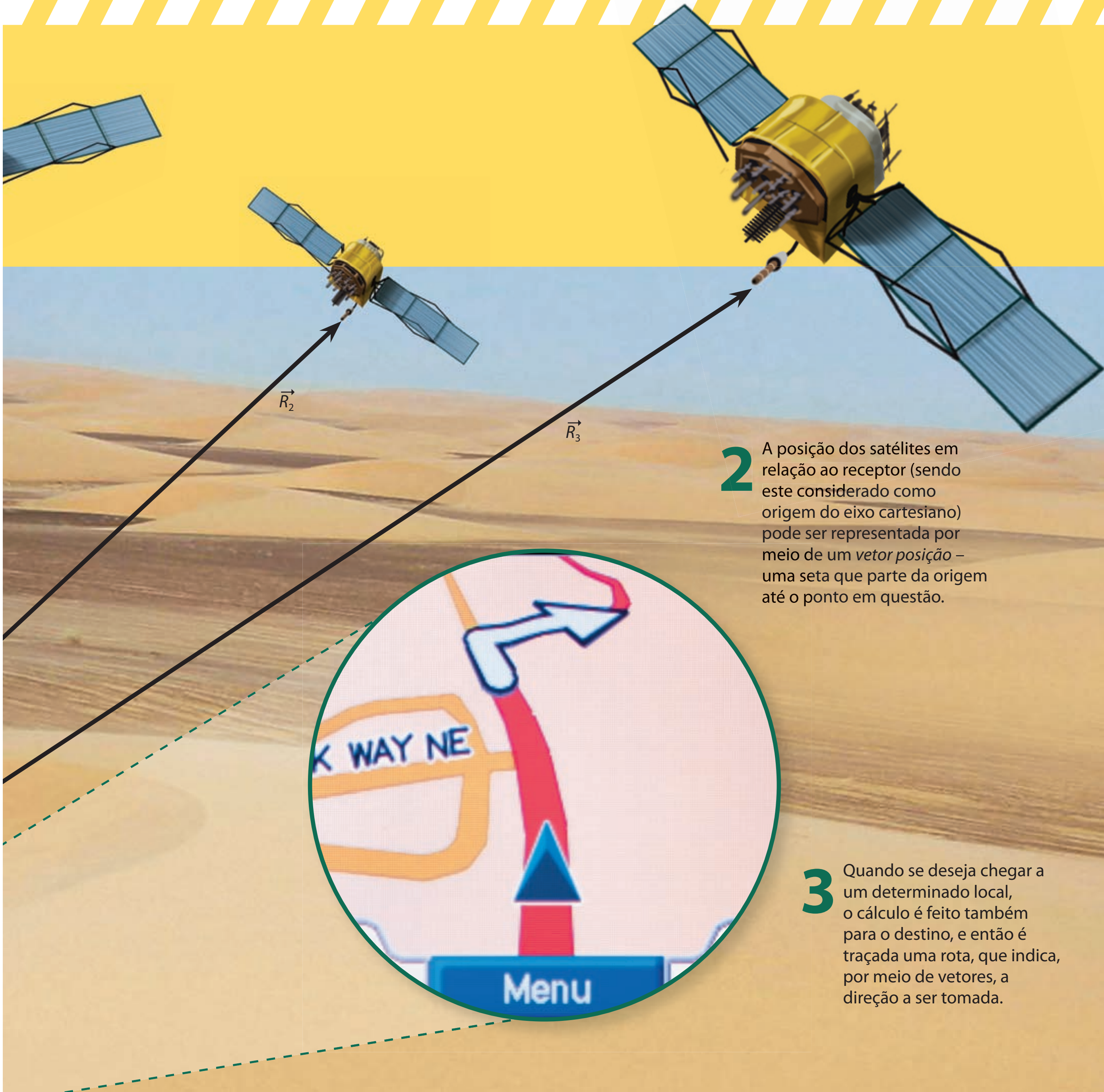
7.4 Componentes de um vetor

É frequente o uso da Trigonometria em problemas que envolvem vetores.

O Sistema de Posicionamento Global – GPS, na sigla em inglês – é um sistema de radionavegação baseado em satélites que permite ao usuário saber a sua localização em qualquer ponto do globo terrestre através de sua posição relativa a um determinado grupo desses satélites.



1 Um receptor capta sinais de rádio enviados do sistema de satélites. Sabendo o tempo que o sinal leva para ir e voltar a um satélite, pode-se calcular a que distância o receptor está da fonte emissora.

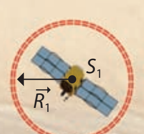


2 A posição dos satélites em relação ao receptor (sendo este considerado como origem do eixo cartesiano) pode ser representada por meio de um *vetor posição* – uma seta que parte da origem até o ponto em questão.

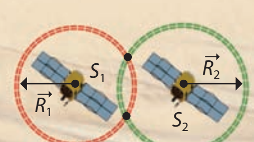
3 Quando se deseja chegar a um determinado local, o cálculo é feito também para o destino, e então é traçada uma rota, que indica, por meio de vetores, a direção a ser tomada.

Como é feita a localização

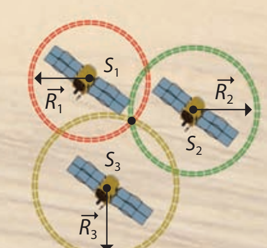
São necessários no mínimo 3 satélites para uma localização exata do receptor. Um quarto satélite faz o ajuste do tempo.



Sendo R_1 a distância do receptor ao primeiro satélite. O receptor pode estar em qualquer ponto da circunferência de centro neste satélite.



Um segundo satélite encontra uma distância R_2 do receptor: a posição fica restrita a dois pontos (as intersecções das duas circunferências).



Com o cálculo da distância R_3 do receptor ao terceiro satélite, sua posição é encontrada na intersecção das três circunferências centradas nos satélites.

Introdução

❯ Objetivos

- Diferenciar grandezas escalares de grandezas vetoriais.
- Distinguir os conceitos de direção e de sentido.

❯ Termos e conceitos

- grandezas escalares
- grandezas vetoriais

Considere um feixe de retas paralelas a uma dada reta *r* (**fig. 1**).

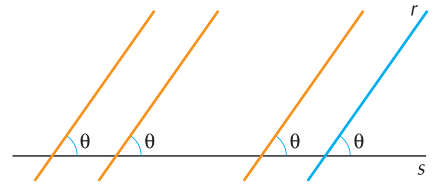


Figura 1.

O ângulo θ que as retas do feixe formam com a reta *s* determina a direção de *r* e de todas as retas paralelas a *r*. Sendo assim, **direção é o que há de comum num feixe de retas paralelas**.

Numa mesma direção podemos ter **dois sentidos** possíveis. Por exemplo, na direção horizontal, temos o sentido da esquerda para a direita e o da direita para a esquerda; na direção vertical, temos o sentido de cima para baixo e o de baixo para cima. É muito comum o uso de placas indicativas, que fornecem direções e sentidos de vários destinos, como mostra a foto ao lado.



Grandezas escalares e grandezas vetoriais

Muitas grandezas ficam perfeitamente definidas quando conhecemos seu valor numérico e a correspondente unidade. Tais grandezas são denominadas **grandezas escalares**. É o caso, por exemplo, da massa e do volume de um corpo. Quando dizemos que a massa de um corpo é igual a 20 kg e que seu volume é de 10 litros, nada mais precisamos acrescentar para definir essas grandezas.

Existem, porém, grandezas que, além do valor numérico e da unidade, necessitam de direção e sentido para que fiquem definidas. Por exemplo, a distância em linha reta de São Paulo a Belo Horizonte é de aproximadamente 510 km (**fig. 2A**). Para chegarmos a Belo Horizonte partindo de São Paulo, devemos percorrer aproximadamente 510 km na direção sudoeste-nordeste, no sentido de sudoeste para nordeste. Grandezas que necessitam, além do valor numérico e da unidade, de direção e de sentido para serem definidas são chamadas **grandezas vetoriais**, sendo representadas matematicamente por **vetores**.

O deslocamento entre dois pontos é uma grandeza vetorial. Um vetor pode ser representado como na **figura 2B**, por meio de um segmento orientado.



Figura 2A. A localização de São Paulo e Belo Horizonte no mapa.

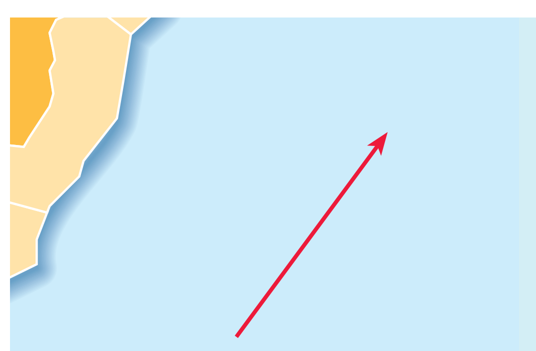


Figura 2B. A representação vetorial do deslocamento de São Paulo a Belo Horizonte.

Seção 7.2

Vetores

Objetivos

- Definir vetor.
- Identificar vetores iguais e vetores diferentes.

Termos e conceitos

- módulo
- direção
- sentido
- vetor

Os segmentos orientados da **figura 3** têm o mesmo comprimento e, por serem paralelos, têm a mesma direção. Têm ainda o mesmo sentido.

Vetor* é o ente matemático caracterizado pelo que há de comum ao conjunto dos segmentos orientados acima descrito: o mesmo comprimento, a mesma direção e o mesmo sentido. O comprimento comum dos segmentos orientados é chamado **módulo** do vetor. Assim, um vetor possui módulo, direção e sentido.

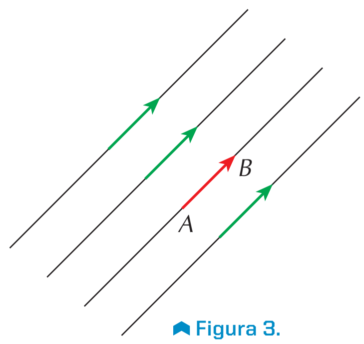


Figura 3.

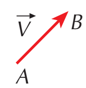


Figura 4.

Notação: vetor: $\vec{V}$; módulo do vetor: $|\vec{V}|$ ou V

Representa-se o vetor por um segmento orientado, como o segmento orientado $\overrightarrow{AB}$ da **figura 4**: A é a origem e B é a extremidade. O comprimento de A até B representa o módulo do vetor, de acordo com a escala adotada para a representação gráfica.

Dois vetores são iguais quando têm mesmo módulo, mesma direção e mesmo sentido. Portanto, nas **figuras 3 e 4**, $\overrightarrow{AB}$ representa um único vetor.

Dois vetores são diferentes quando têm ao menos um desses elementos diferente. A grandeza física vetorial representada graficamente na **figura 5** em três instantes distintos está variando porque os vetores têm direções diferentes, ainda que tenham o mesmo módulo. Assim, uma grandeza vetorial varia quando variar ao menos um dos três elementos do vetor que a representa: o módulo, o sentido ou a direção (**fig. 6**).

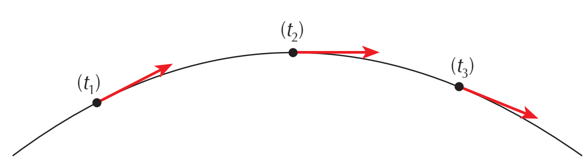


Figura 5.

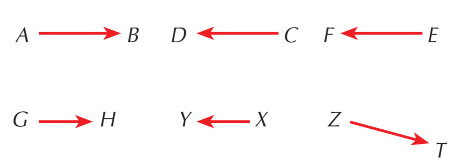


Figura 6.

$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$ (sentidos opostos)

$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{GH}$ (módulos diferentes)

$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{ZT}$ (direções diferentes)

Mas: $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{EF}| = |\overrightarrow{ZT}|$

* **Vetor** é um termo que provém do latim *vector* (condutor). Com esse significado ainda é utilizado em Biologia: "o vetor transmissor de uma doença" significa "o agente condutor da doença".

Seção 7.3

Operações com vetores

Objetivos

- Diferenciar soma algébrica de soma vetorial.
- Utilizar as formas gráficas de adição vetorial.
- Caracterizar o vetor oposto de um vetor.
- Utilizar as regras gráficas de subtração vetorial.
- Conceituar o produto de um número real por um vetor.
- Definir as componentes ou projeções dos vetores nos eixos *x* e *y*.

Termos e conceitos

- vetor soma
- vetor diferença
- diagonal
- paralelogramo
- vetor nulo
- vetor componente
- projeção do vetor

1 Adição vetorial

Considere os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ representados respectivamente pelos segmentos orientados $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{BC}$, com o ponto *B* em comum (**fig. 7**). O vetor $\vec{V}_S$, representado pelo segmento orientado $\overrightarrow{AC}$, cuja origem *A* é a origem do primeiro e a extremidade *C* é a extremidade do segundo, é denominado **vetor soma** dos vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ e se indica por:

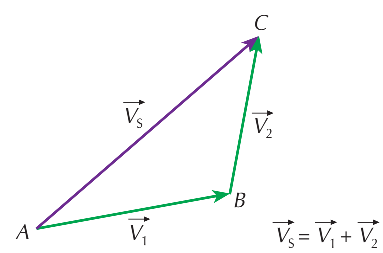


Figura 7.

$$\vec{V}_S = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

Observe que a igualdade anterior é vetorial, diferente portanto das igualdades algébricas a que você está habituado. Na **figura 7**, o módulo do vetor $\vec{V}_S$ não é igual à soma dos módulos dos vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$. Portanto: $V_S \neq V_1 + V_2$.

Essa regra gráfica de operação se aplica quando os segmentos orientados que representam os vetores que se deseja somar são consecutivos (ponto *B* em comum). Quando não o forem, os vetores devem ser deslocados por translação até que se tornem consecutivos, aplicando-se então a regra (**fig. 8**). A ordem de colocação não altera o resultado final.

Essa regra vale para dois ou mais vetores (**fig. 9**). Os vetores podem ter a mesma direção (**fig. 10**) ou direções diferentes formando uma linha poligonal (**figs. 7, 8 e 9**).

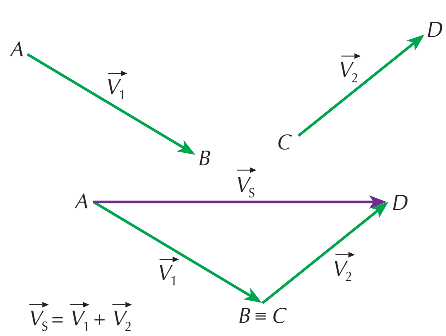


Figura 8.

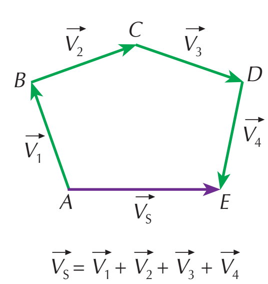


Figura 9.

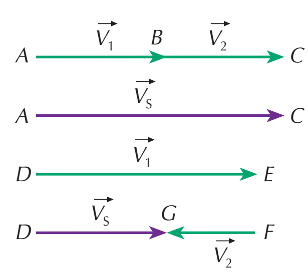


Figura 10.

Entre na rede No endereço eletrônico http://www.walter-fendt.de/ph11br/resultant_br.htm (acesso em junho/2009), você pode fazer a adição de vetores, variando o número de vetores, o módulo e o ângulo entre eles.

Note, na **figura 11B**, que o **vetor soma** $\vec{V}_S = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ é representado pela **diagonal** de um paralelogramo, cujos lados são representações dos vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$. Temos assim a chamada **regra do paralelogramo** da adição de vetores, equivalente à regra gráfica de torná-los consecutivos (**fig. 11A**).

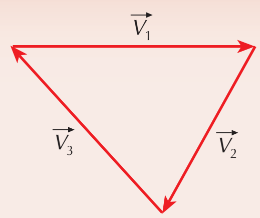


Figura 11.

Observação

Quando os segmentos orientados que representam os vetores formam uma linha poligonal fechada (a extremidade do último segmento orientado coincide com a origem do primeiro), o vetor soma é denominado vetor nulo e é indicado por $\vec{0}$.

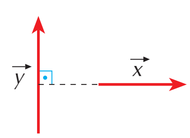
O módulo do vetor nulo é zero.



$$\vec{V}_S = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$$

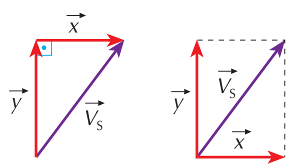
EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 51 São dados os vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ de módulos $x = 3$ e $y = 4$. Determine graficamente o vetor soma $\vec{V}_S$ e calcule o seu módulo.



Solução:

Podemos aplicar a regra dos vetores consecutivos ou a regra do paralelogramo para obter graficamente o vetor soma $\vec{V}_S$.



Para calcular o módulo do vetor soma $\vec{V}_S$ podemos usar o teorema de Pitágoras, uma vez que $\vec{x}$, $\vec{y}$ e $\vec{V}_S$ constituem os lados de um triângulo retângulo.

$$V_S^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow V_S^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow$$

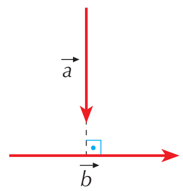
$$\Rightarrow V_S^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \boxed{V_S = 5}$$

Observe que, para o cálculo do módulo de um vetor, consideramos apenas a solução positiva da equação.

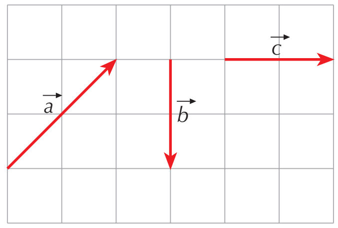
Resposta: 5

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

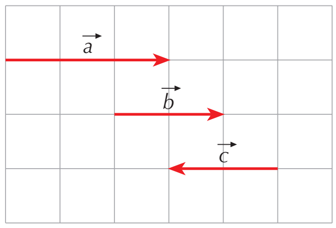
P. 133 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, cujos módulos valem, respectivamente, 6 e 8, determine graficamente o vetor soma e calcule o seu módulo.



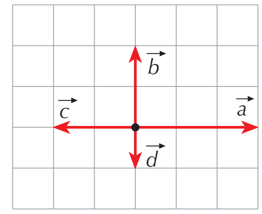
P. 134 Dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$, represente graficamente os seguintes vetores: $\vec{a} + \vec{b}$; $\vec{a} + \vec{c}$; $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



P. 135 Determine o módulo dos vetores $\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} + \vec{c}$. O lado de cada quadradinho mede uma unidade.



P. 136 Considere os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$ da figura abaixo. Determine graficamente o vetor soma $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d})$ e calcule o seu módulo. Sabe-se que o lado de cada quadradinho mede uma unidade.



2 Vetor oposto

Chama-se **vetor oposto** de um vetor $\vec{V}$ o vetor $-\vec{V}$ que possui o mesmo módulo, a mesma direção e sentido oposto ao de $\vec{V}$ (**fig. 12**).

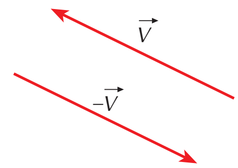
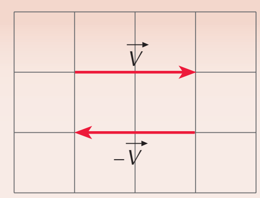


Figura 12.

Observação

O vetor soma $\vec{V}_S$ de um vetor $\vec{V}$ com seu oposto $-\vec{V}$ é o vetor nulo:

$$\vec{V}_S = \vec{V} + (-\vec{V}) = \vec{0}$$



3 Subtração vetorial

Considere os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ e a operação $\vec{V}_D = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$. O vetor $\vec{V}_D$ é a diferença entre os vetores $\vec{V}_2$ e $\vec{V}_1$, nessa ordem. Portanto, para subtrair $\vec{V}_1$ de $\vec{V}_2$, deve-se adicionar $\vec{V}_2$ ao oposto de $\vec{V}_1$ (**fig. 13**).

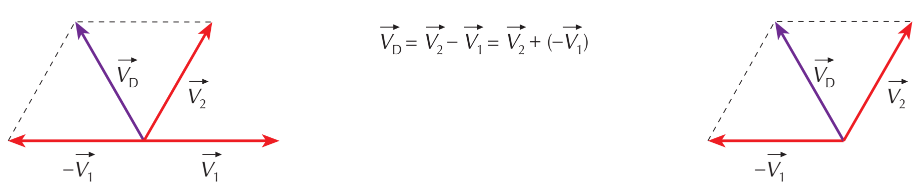


Figura 13.

O vetor diferença $\vec{V}_D = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$ pode ser obtido diretamente, ligando-se as extremidades dos segmentos orientados que representam $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$ no sentido de $\vec{V}_1$ para $\vec{V}_2$ (**fig. 14**).

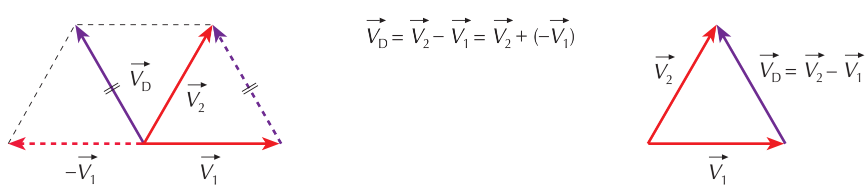
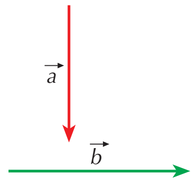


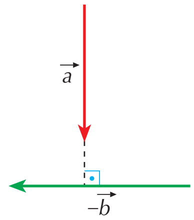
Figura 14.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

R. 52 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, cujos módulos valem, respectivamente, 6 e 8, determine graficamente o vetor diferença $\vec{V}_D = \vec{a} - \vec{b}$ e calcule o seu módulo.



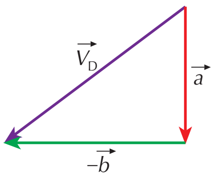
Solução:
A operação $\vec{V}_D = \vec{a} - \vec{b}$ é equivalente a $\vec{V}_D = \vec{a} + (-\vec{b})$. Então, ao vetor $\vec{a}$ devemos somar o vetor oposto de $\vec{b}$, isto é, $-\vec{b}$:

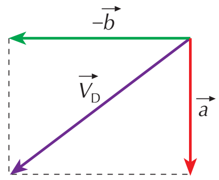


Sendo os módulos $a = 6$ e $b = 8$, podemos calcular o módulo do vetor diferença aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo formado pelos vetores $\vec{a}$, $-\vec{b}$ e $\vec{V}_D$:

$V_D^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow V_D^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow V_D^2 = 36 + 64 \Rightarrow$

$\Rightarrow V_D^2 = 100 \Rightarrow \boxed{V_D = 10}$

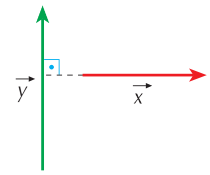




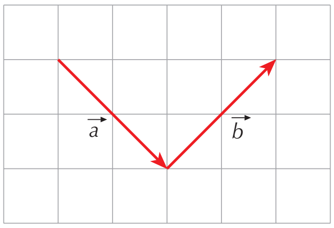
Resposta: 10

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

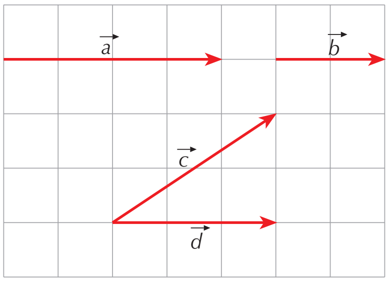
P. 137 São dados os vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$ de módulos $x = 3$ e $y = 4$. Determine graficamente o vetor diferença $\vec{V}_D = \vec{x} - \vec{y}$ e calcule o seu módulo.



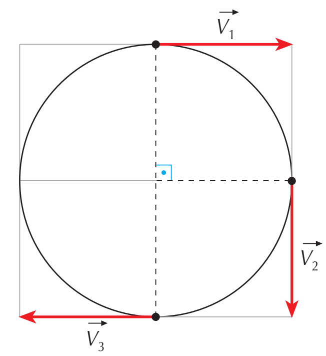
P. 138 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, determine graficamente o vetor diferença $\vec{b} - \vec{a}$.



P. 139 Determine os módulos dos vetores $\vec{a} - \vec{b}$ e $\vec{c} - \vec{d}$. Sabe-se que o lado de cada quadradinho mede uma unidade.



P. 140 Represente graficamente os vetores diferença $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$ e $\vec{V}_3 - \vec{V}_1$.



4 Produto de um número real por um vetor

Chama-se **produto de um número real *n* pelo vetor $\vec{V}$** o vetor:

$\vec{p} = n\vec{V}$ tal que:
- **módulo:** $|\vec{p}| = |n| \cdot |\vec{V}|$ (produto dos módulos)
- **direção:** a mesma de $\vec{V}$ (é paralelo a $\vec{V}$), se $n \neq 0$
- **sentido:** de $\vec{V}$ se *n* é positivo; contrário a $\vec{V}$ se *n* é negativo **(fig. 15)**

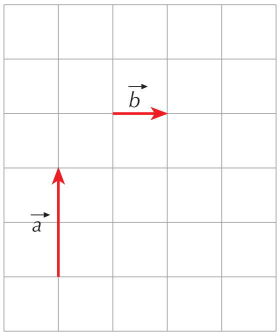
Se $n = 0$, resulta $\vec{p} = \vec{0}$ (**vetor nulo**).



Figura 15.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

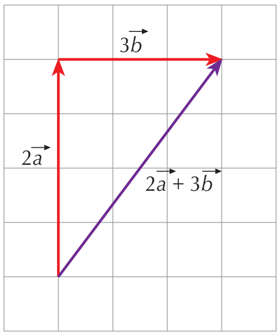
R. 53 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, represente graficamente o vetor $2\vec{a} + 3\vec{b}$ e calcule seu módulo. Sabe-se que o lado de cada quadradinho mede uma unidade.



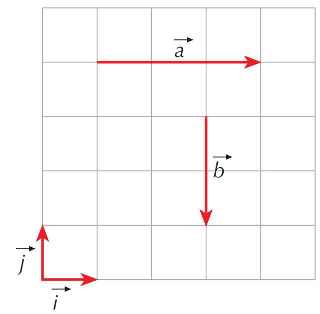
Solução:
O vetor $2\vec{a}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{a}$ e módulo duas vezes maior, isto é, seu módulo é 4. O vetor $3\vec{b}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{b}$ e módulo três vezes maior, isto é, seu módulo é 3. Na figura ao lado, representamos os vetores $2\vec{a}$, $3\vec{b}$ e $2\vec{a} + 3\vec{b}$. O módulo desse último vetor é igual a 5, de acordo com o teorema de Pitágoras:

$$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

Resposta: 5



R. 54 No gráfico estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{i}$ e $\vec{j}$. Determine as expressões de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ em função de $\vec{i}$ e $\vec{j}$.



Solução:
O vetor $\vec{a}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor $\vec{i}$ e módulo três vezes maior.

Portanto: $\boxed{\vec{a} = 3\vec{i}}$

O vetor $\vec{b}$ tem a mesma direção e sentido oposto ao vetor $\vec{j}$ e módulo duas vezes maior.

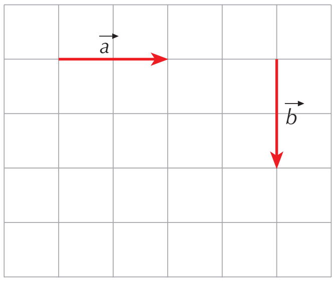
Portanto: $\boxed{\vec{b} = -2\vec{j}}$

Resposta: $\vec{a} = 3\vec{i}$; $\vec{b} = -2\vec{j}$

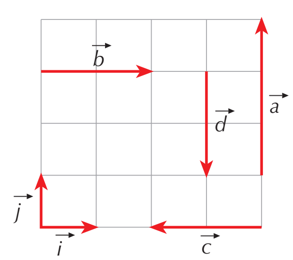
Observação:
Na escala dada, os módulos dos vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são iguais a uma unidade. Todo **vetor de módulo 1** (vetor unitário) recebe o nome de **versor**.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 141 Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, represente graficamente os vetores: $-\vec{a}$; $3\vec{b}$; $\vec{a} - \vec{b}$; $\vec{a} + 3\vec{b}$; $\vec{b} - \vec{a}$.



P. 142 No diagrama estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{i}$ e $\vec{j}$. Determine as expressões de $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{d}$, em função de $\vec{i}$ e $\vec{j}$.



Componentes de um vetor

Objetivos

- Definir as componentes ou projeções dos vetores nos eixos *x* e *y*.
- Identificar o módulo, a direção e o sentido das componentes de um vetor.

Termos e conceitos

- vetor componente
- projeção do vetor

Considere o vetor $\vec{V}$ representado pelo segmento orientado $\overrightarrow{AB}$ e o eixo *x* (**fig. 16**). Sejam *A'* e *B'* as projeções ortogonais de *A* e *B* sobre o eixo *x*.

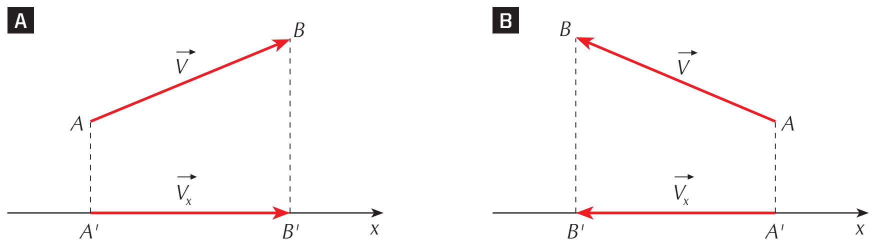


Figura 16.

O vetor $\vec{V}_x$ representado pelo segmento orientado $\overrightarrow{A'B'}$ é denominado **vetor componente do vetor $\vec{V}$ no eixo *x*.**

Chamemos de V_x a medida algébrica do segmento orientado $\overrightarrow{A'B'}$. O sinal de V_x será:

- ⊕ se o sentido de $\overrightarrow{A'B'}$ for o mesmo do eixo *x* (**fig. 16A**);
- ⊖ se o sentido de $\overrightarrow{A'B'}$ for contrário ao sentido do eixo *x* (**fig. 16B**).

V_x é denominado **componente do vetor $\vec{V}$ no eixo *x*,** ou **projeção de $\vec{V}$ em *x*.**

É frequente o uso de trigonometria (veja quadro na página seguinte) quando se utilizam vetores. Na **figura 17**, o ângulo θ é adjacente ao cateto cujo comprimento é $|V_x|$ e o módulo de $\vec{V}$ é a medida da hipotenusa; da definição do cosseno obtemos V_x.

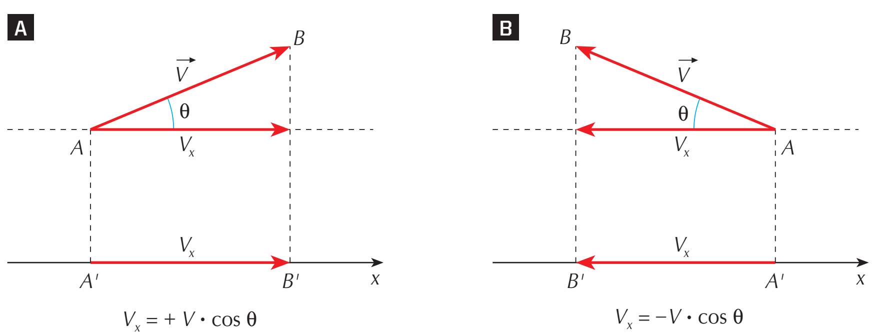


Figura 17.



A projeção da sombra da haste indica o horário no relógio de sol.

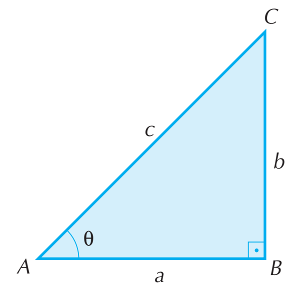
Elementos de trigonometria

$\text{sen}\ \theta = \dfrac{b}{c} \Rightarrow b = c \cdot \text{sen}\ \theta$

A medida de um cateto é igual à medida da hipotenusa multiplicada pelo seno do ângulo oposto a esse cateto.

$\cos\theta = \dfrac{a}{c} \Rightarrow a = c \cdot \cos\theta$

A medida de um cateto é igual à medida da hipotenusa multiplicada pelo cosseno do ângulo adjacente a esse cateto.



Na **figura 18** indicamos os vetores componentes $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ do vetor $\vec{V}$ nos eixos x e y de um plano cartesiano. Desse modo, escrevemos: $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$.

Observe nesse caso que as componentes serão:

$$V_x = V \cdot \cos\theta \quad \text{e} \quad V_y = V \cdot \text{sen}\ \theta$$

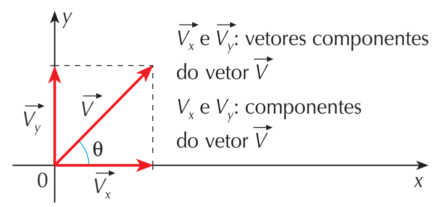
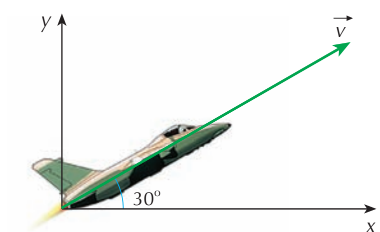


Figura 18.

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Simulador: *Vetores*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 55 Um avião sobe com velocidade de 200 m/s e com 30° de inclinação em relação à horizontal, conforme a figura. Determine as componentes da velocidade na horizontal (eixo x) e na vertical (eixo y).
São dados: sen 30° = 0,500 e cos 30° = 0,866.



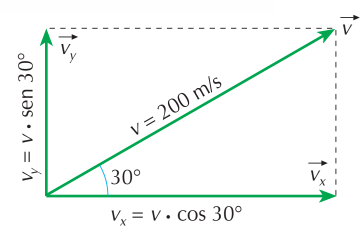
Solução:
Na figura temos os vetores componentes $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$.
Componente horizontal:

$v_x = v \cdot \cos 30° \Rightarrow v_x = 200 \cdot 0{,}866 \Rightarrow \boxed{v_x = 173{,}2\ \text{m/s}}$

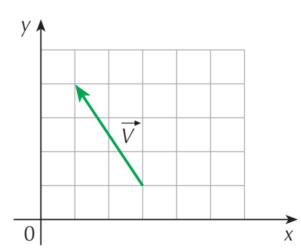
Componente vertical:

$v_y = v \cdot \text{sen}\ 30° \Rightarrow v_y = 200 \cdot 0{,}500 \Rightarrow \boxed{v_y = 100\ \text{m/s}}$

Resposta: 173,2 m/s; 100 m/s

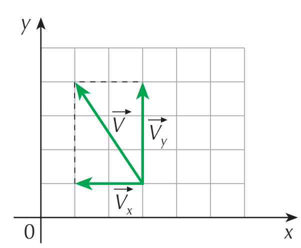


R. 56 Determine as componentes do vetor $\vec{V}$ segundo os eixos x e y.
O lado de cada quadradinho mede uma unidade.



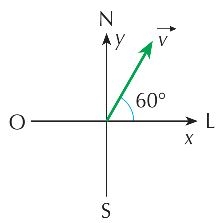
Solução:
Na figura ao lado representamos os vetores componentes $\vec{V}_x$ e $\vec{V}_y$ do vetor $\vec{V}$.
Como o sentido de $\vec{V}_x$ é contrário ao sentido do eixo x, concluímos que a componente V_x é igual a -2.
A componente V_y é igual a $+3$. Note que $\vec{V}_y$ tem o mesmo sentido que o eixo y.

Respostas: $V_x = -2$; $V_y = +3$

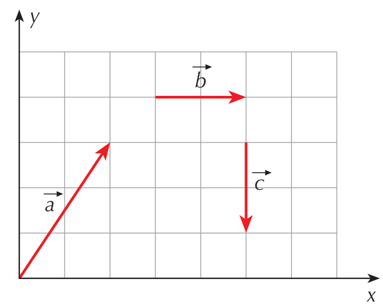


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 143 Uma lancha se desloca numa direção que faz um ângulo de 60° com a direção leste-oeste, com velocidade de 50 m/s, conforme a figura. Determine as componentes da velocidade da lancha nas direções norte-sul (eixo y) e leste-oeste (eixo x).
São dados: sen 60° = 0,866 e cos 60° = 0,500.



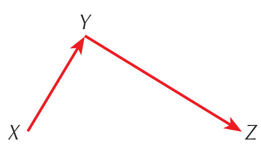
P. 144 Determine as componentes dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ e $\vec{a} + \vec{b}$, segundo os eixos x e y. Sabe-se que o lado de cada quadradinho mede uma unidade.



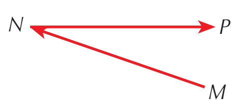
EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 145 Represente o vetor soma dos seguintes vetores:

a)



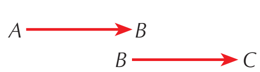
b)



c)



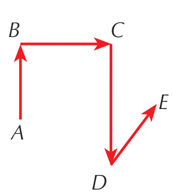
d)



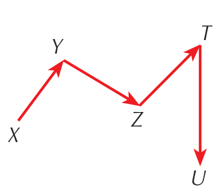
e)



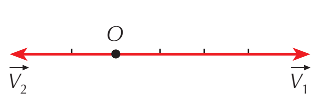
f)



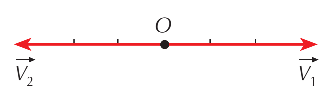
g)



h)

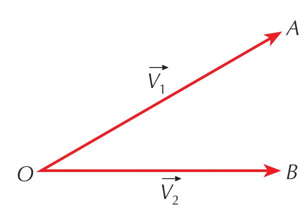


i)

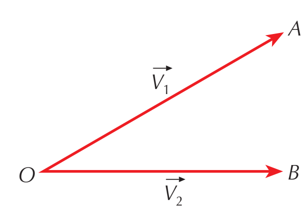


P. 146 Represente o vetor diferença em cada caso.

a) $\vec{V}_D = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$

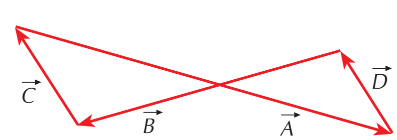


b) $\vec{V}_D = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$



P. 147 (PUC-MG) Dados dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de soma $\vec{S}$ e diferença $\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$, esboce, num só diagrama, as quatro grandezas vetoriais citadas.

P. 148 Dado o conjunto de vetores representado na figura, escreva uma relação entre eles na forma vetorial.



V1_P1_UN_C_CAP_07.indd 128 18.07.09 17:09:32

TESTES PROPOSTOS

T.120 São grandezas vetoriais:

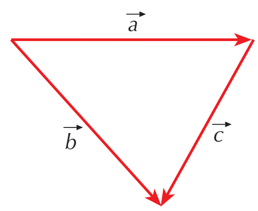
a) tempo, deslocamento e força.
b) força, velocidade e aceleração.
c) tempo, temperatura e volume.
d) temperatura, velocidade e volume.

T.121 (Unitau-SP) Uma grandeza vetorial fica perfeitamente definida quando dela se conhecem:

a) valor numérico, desvio e unidade.
b) valor numérico, desvio, unidade e direção.
c) valor numérico, desvio, unidade e sentido.
d) valor numérico, unidade, direção e sentido.
e) desvio, direção, sentido e unidade.

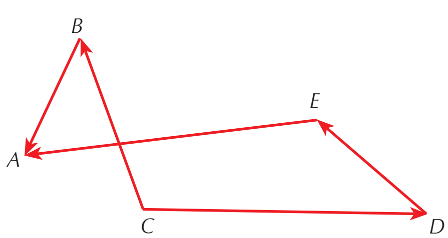
T.122 (PUC-MG) Para o diagrama vetorial abaixo, a única igualdade correta é:

a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
b) $\vec{b} - \vec{a} = \vec{c}$
c) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}$
d) $\vec{b} + \vec{c} = -\vec{a}$
e) $\vec{c} - \vec{b} = \vec{a}$

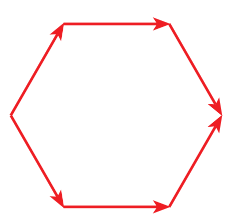


T.123 (UFC-CE) Analisando a disposição dos vetores, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ e $\overrightarrow{DE}$, conforme figura abaixo, assinale a alternativa que contém a relação vetorial correta.

a) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EA}$
b) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CD}$
c) $\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$
d) $\overrightarrow{EA} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CD}$
e) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CD}$

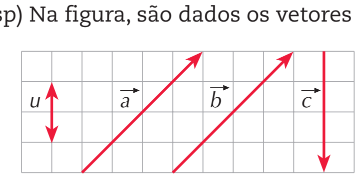


T.124 (Mackenzie-SP) Com seis vetores de módulos iguais a 8u, construiu-se o hexágono regular ao lado.
O módulo do vetor resultante desses seis vetores é:



a) 40u
b) 32u
c) 24u
d) 16u
e) zero

T.125 (Unifesp) Na figura, são dados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

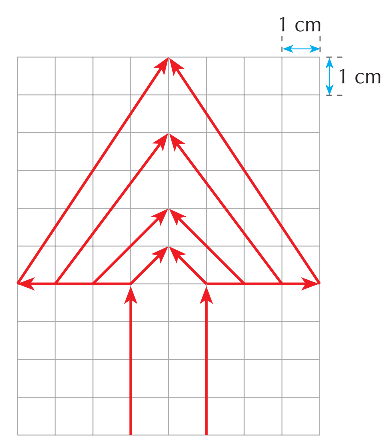


Sendo u a unidade de medida do módulo desses vetores, pode-se afirmar que o vetor $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ tem módulo:

a) $2u$, e sua orientação é vertical, para cima.
b) $2u$, e sua orientação é vertical, para baixo.
c) $4u$, e sua orientação é horizontal, para a direita.
d) $\sqrt{2}u$ e sua orientação forma 45° com a horizontal, no sentido horário.
e) $\sqrt{2}u$ e sua orientação forma 45° com a horizontal, no sentido anti-horário.

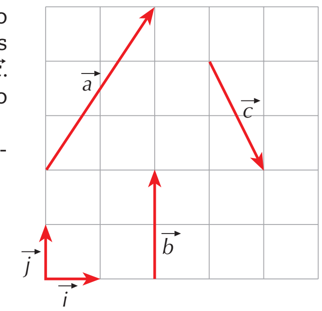
T.126 (FMTM-MG) A figura apresenta uma "árvore vetorial" cuja resultante da soma de todos os vetores representados tem módulo, em cm, igual a:

a) 8
b) 26
c) 34
d) 40
e) 52



T.127 (Fatec-SP) No gráfico estão representados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$. Os vetores $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são unitários.
Analise as expressões:

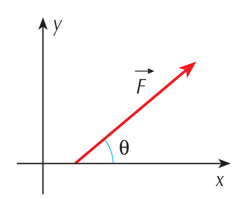
I. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$
II. $\vec{b} = 2\vec{j}$
III. $\vec{b} + \vec{c} = + 1\vec{i}$



Podemos afirmar que:

a) são corretas apenas a I e a II.
b) são corretas apenas a II e a III.
c) são corretas apenas a I e a III.
d) são todas corretas.
e) há apenas uma correta.

T.128 (UFMS) Considere o vetor $\vec{F}$, que forma um ângulo θ com o eixo x, conforme a figura ao lado.
Assinale a afimativa que apresenta a notação correta para a componente de $\vec{F}$ no eixo x.



a) $\vec{F}_x = |\vec{F}| \cdot \cos\theta$
b) $F_x = |\vec{F}| \cdot \cos\theta$
c) $|\vec{F}_x| = \vec{F} \cdot \cos\theta$
d) $F_x = \vec{F} \cdot \cos\theta$
e) $\vec{F}_x = \vec{F} \cdot \cos\theta$

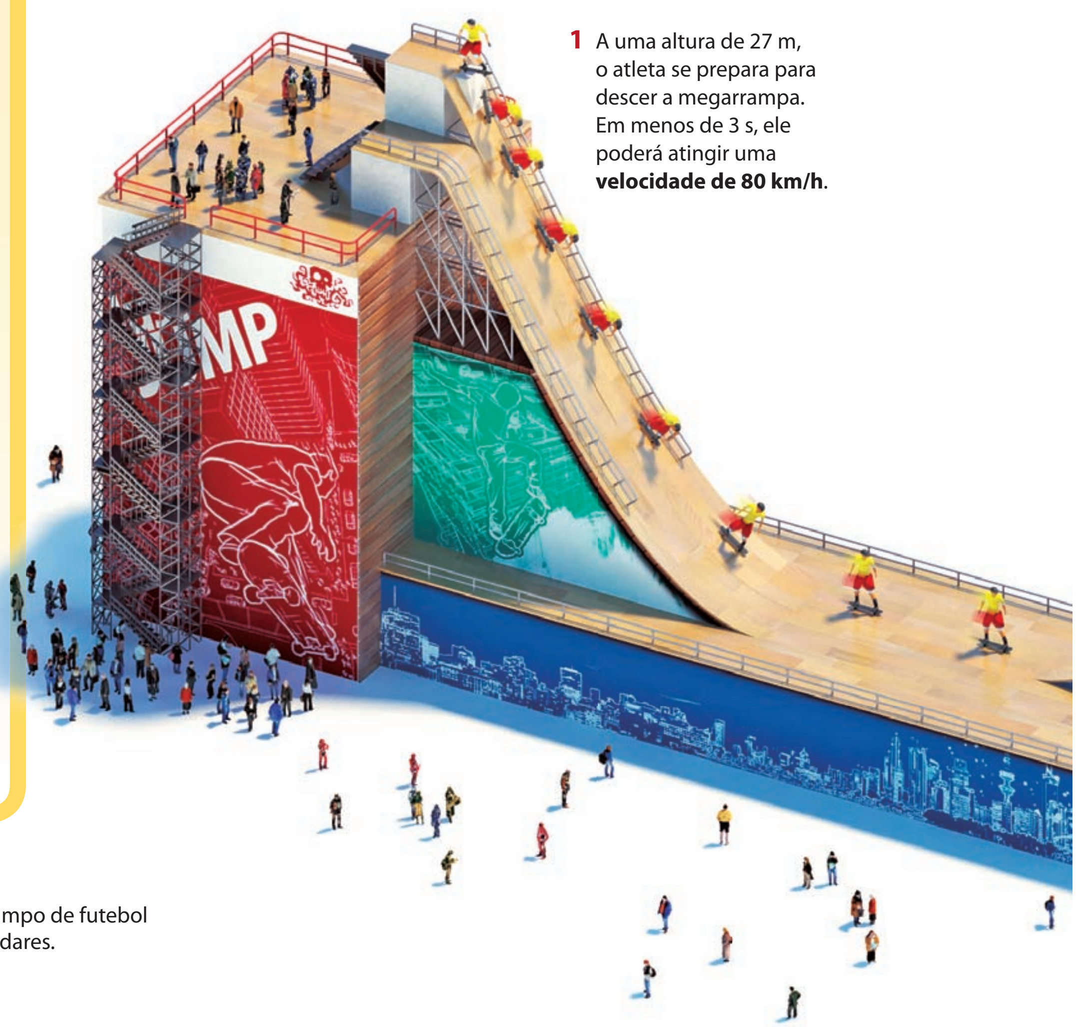
UNIDADE C

Capítulo
8
Cinemática vetorial

A velocidade e a aceleração caracterizam-se como grandezas vetoriais, tendo módulo, direção e sentido. Assim, numa trajetória curvilínea, pelo menos a direção da velocidade está em constante mudança. A aceleração relacionada com a variação da direção da velocidade é a aceleração centrípeta.

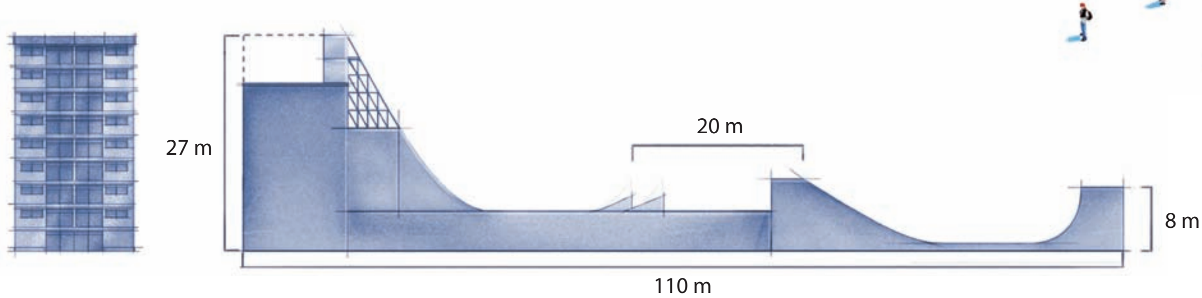
A megarrampa

Como serão, em cada instante, a velocidade e a aceleração vetoriais do desportista ao percorrer a pista? Vamos observar alguns detalhes da megarrampa e pensar um pouco sobre isso.



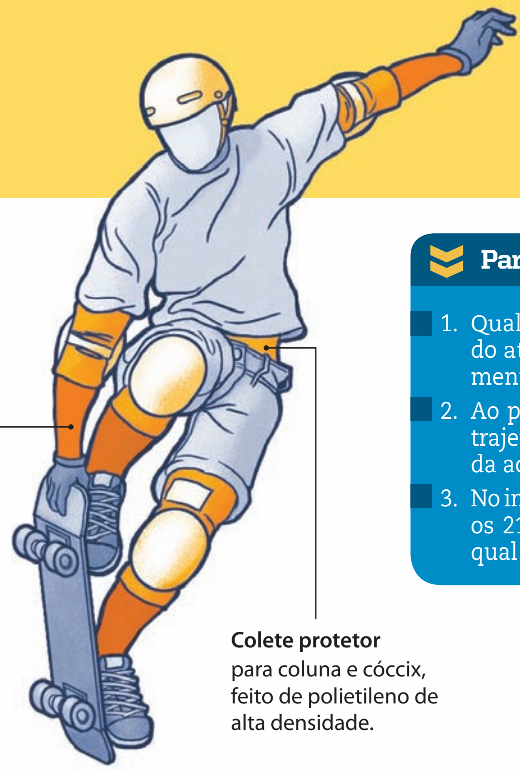
Medidas

A megarrampa é tão comprida quanto um campo de futebol e tem altura equivalente a um prédio de 9 andares.



Megaproteção

Equipamentos de segurança tradicionais, como **capacete**, **joelheira** e **cotoveleira,** são feitos hoje de material termoplástico leve e de elevada resistência a impactos. Além disso, os esqueitistas da megarrampa usam alguns equipamentos extras de proteção.



Roupa de neoprene para evitar queimaduras causadas pelo atrito com a pista, em caso de queda.

Colete protetor para coluna e cóccix, feito de polietileno de alta densidade.

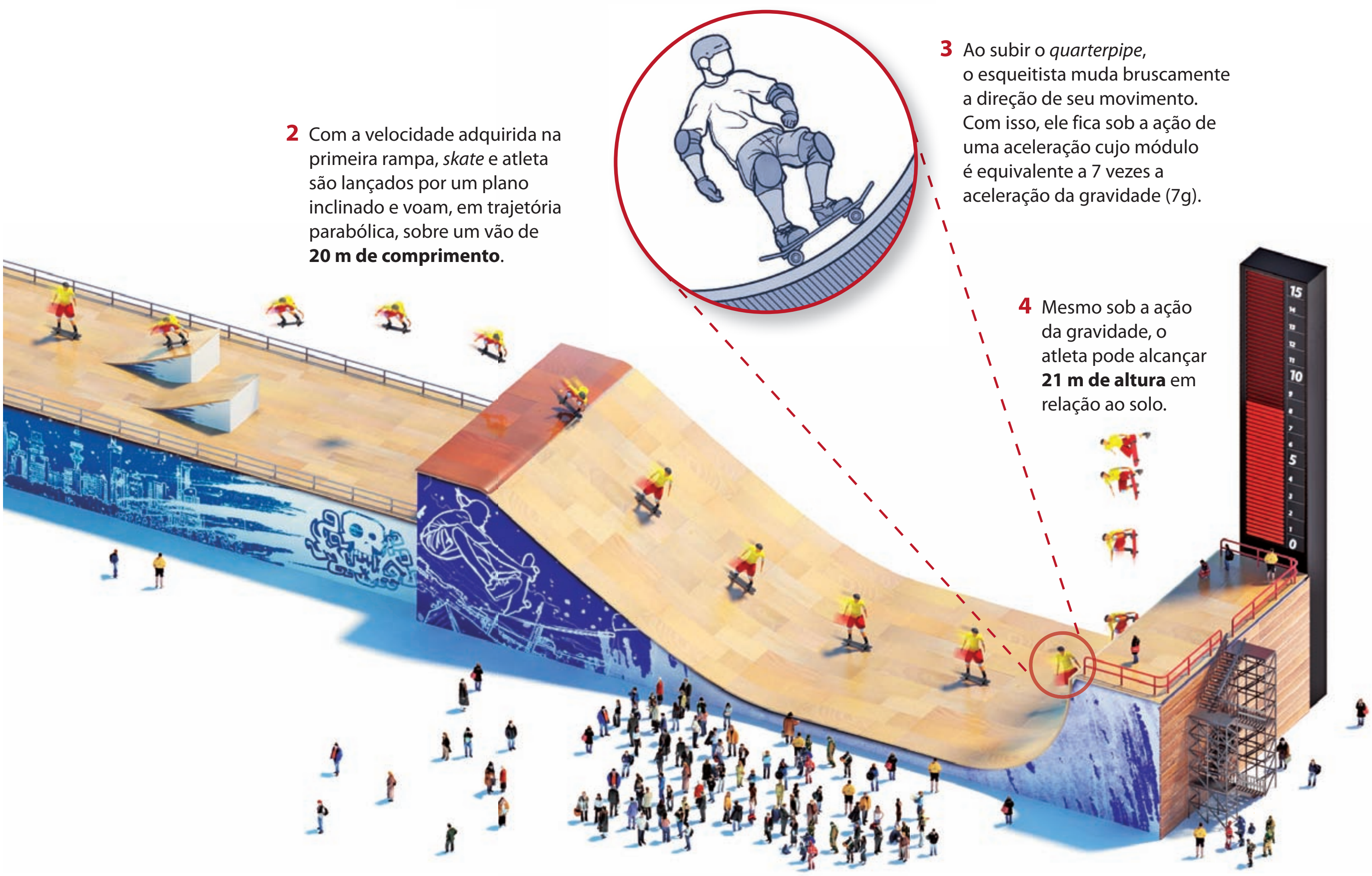
Para pensar

1. Qual é o módulo da aceleração média do atleta 3 s após o início de seu movimento?
2. Ao passar pelo ponto mais alto de sua trajetória parabólica, qual é o módulo da aceleração do esqueitista?
3. No instante em que o esqueitista alcança os 21 m de altura, em relação ao solo, qual é o módulo de sua velocidade?

2 Com a velocidade adquirida na primeira rampa, *skate* e atleta são lançados por um plano inclinado e voam, em trajetória parabólica, sobre um vão de **20 m de comprimento**.

3 Ao subir o *quarterpipe*, o esqueitista muda bruscamente a direção de seu movimento. Com isso, ele fica sob a ação de uma aceleração cujo módulo é equivalente a 7 vezes a aceleração da gravidade (7g).

4 Mesmo sob a ação da gravidade, o atleta pode alcançar **21 m de altura** em relação ao solo.



Seção 8.1

Velocidade e aceleração vetoriais

Objetivos

- Caracterizar vetor deslocamento.
- Definir a velocidade vetorial média e instantânea.
- Analisar a variação do módulo e da direção da velocidade vetorial nos diferentes movimentos.
- Definir aceleração vetorial média e instantânea.
- Conceituar aceleração centrípeta e tangencial.

Termos e conceitos

- **movimento variado**
- **aceleração tangencial**
- **aceleração centrípeta**
- **aceleração vetorial**

Nos capítulos anteriores tratamos a velocidade e a aceleração como grandezas escalares, e por essa razão elas foram chamadas de **velocidade escalar** e **aceleração escalar**.

Neste capítulo, a velocidade e a aceleração são caracterizadas como grandezas vetoriais. Estudaremos a **velocidade vetorial média** e a **instantânea**, bem como a **aceleração vetorial média** e a **instantânea**.

1 Vetor deslocamento

Um ponto material ocupa num instante t_1 a posição P_1 cujo espaço é s_1. No instante posterior t_2, o ponto material ocupa a posição P_2 de espaço s_2 (**fig. 1**). Entre essas posições, a variação do espaço é $\Delta s = s_2 - s_1$.

O vetor $\vec{d}$, representado pelo segmento orientado de origem P_1 e extremidade P_2, recebe o nome de **vetor deslocamento** do ponto material entre os instantes t_1 e t_2.

Na situação representada na **figura 1**, em que a trajetória é curvilínea, o módulo do vetor deslocamento é menor do que o módulo da variação do espaço ($|\vec{d}| < |\Delta s|$).

No caso em que a trajetória é retilínea (**fig. 2**), o módulo do vetor deslocamento é igual ao módulo da variação do espaço ($|\vec{d}| = |\Delta s|$).

Figura 1.

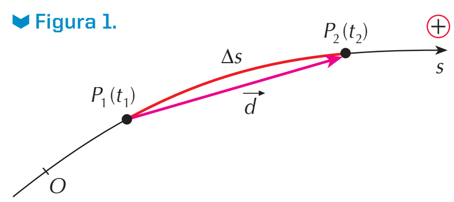
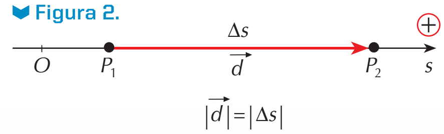


Figura 2.



2 Velocidade vetorial média

Vimos que a velocidade escalar média v_m é o quociente entre a variação do espaço Δs e o correspondente intervalo de tempo Δt:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A **velocidade vetorial média** $\vec{v}_m$ é o quociente entre o vetor deslocamento $\vec{d}$ e o correspondente intervalo de tempo Δt:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$



Numa trajetória curvilínea, o módulo da variação do espaço é sempre maior que o módulo do vetor deslocamento.

A velocidade vetorial média $\vec{v}_m$ possui a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento $\vec{d}$ (**fig. 3**).

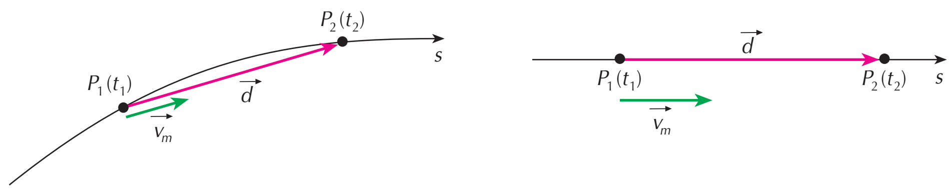


Figura 3. O vetor $\vec{v}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor deslocamento $\vec{d}$.

Seu módulo é dado por:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$$

Em trajetórias curvilíneas, temos $|\vec{d}| < |\Delta s|$ e portanto $|\vec{v}_m| < |v_m|$. Para trajetórias retilíneas, resulta $|\vec{v}_m| = |v_m|$, pois $|\vec{d}| = |\Delta s|$.

Por exemplo, na **figura 4**, uma partícula percorre uma semicircunferência de raio R, em certo intervalo de tempo Δt, partindo do ponto P_1 e chegando ao ponto P_2. Nesse intervalo de tempo, a variação do espaço é $\Delta s = \pi R$ e o vetor deslocamento $\vec{d}$ tem módulo igual a $2R$ ($|\vec{d}| = 2R$). A velocidade escalar média v_m entre as posições P_1 e P_2 é $v_m = \frac{\pi R}{\Delta t}$ e o módulo da velocidade vetorial média é $|\vec{v}_m| = \frac{2R}{\Delta t}$.

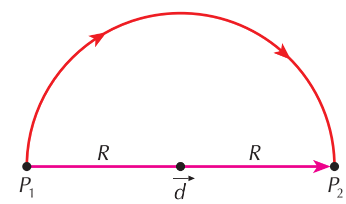


Figura 4.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 149 Um carro percorre a quarta parte de uma pista horizontal e circular, de raio 100 m, em 10 s. Determine, nesse intervalo de tempo, os módulos:

a) da variação do espaço;
b) do vetor deslocamento;
c) da velocidade escalar média;
d) da velocidade vetorial média.

P. 150 No mapa da rede metroviária de São Paulo, destacamos a linha azul. A distância que o metrô percorre entre os terminais Jabaquara e Tucuruvi é de 20,2 km e a duração da viagem é de 44 min.

a) Qual é o módulo da velocidade escalar média do metrô entre os terminais Jabaquara e Tucuruvi?
b) Represente o vetor deslocamento entre as estações Jabaquara e Tucuruvi e calcule seu módulo.
c) Qual é o módulo da velocidade vetorial média entre os citados terminais?

Sabe-se que, na escala do mapa, cada 1 cm corresponde a 2 km.



3 Velocidade vetorial instantânea

Considere uma pequena esfera descrevendo uma certa trajetória em relação a um dado referencial (**fig. 5**). Num instante t, essa esfera ocupa a posição P.

A **velocidade vetorial** $\vec{v}$ da esfera, no instante t, tem as seguintes características:

- módulo: igual ao módulo da velocidade escalar no instante t ($|\vec{v}| = |v|$);
- direção: da reta tangente à trajetória pelo ponto P;
- sentido: do movimento.



Figura 5.

Lembre-se de que um vetor varia quando qualquer um dos seus elementos varia (módulo, direção, sentido); logo, a velocidade vetorial varia quando um desses elementos varia. Desse modo, se um ponto material descreve uma curva (**fig. 6**), **sua velocidade vetorial já está variando**, pois, em cada ponto da curva, existe uma reta tangente; portanto, em cada ponto a velocidade vetorial possui uma direção. Assim, a velocidade vetorial varia num movimento curvilíneo independentemente do tipo do movimento (uniforme, uniformemente variado etc.). Em resumo:

Trajetória curva ⇔ Variação da **direção** da velocidade vetorial

Nos movimentos uniformes, a velocidade vetorial tem módulo constante, pois a velocidade escalar é constante.

Nos movimentos variados, o módulo da velocidade vetorial varia.

Movimento variado ⇔ Variação do **módulo** da velocidade vetorial

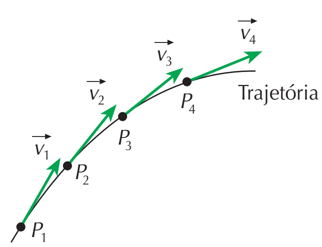


Figura 6. **Variação da direção da velocidade vetorial.**

4 Aceleração vetorial média

Quando estudamos os movimentos variados, definimos a aceleração escalar média (α_m) como sendo o quociente entre a variação da velocidade escalar ($\Delta v = v_2 - v_1$) pelo intervalo de tempo correspondente ($\Delta t = t_2 - t_1$).

De modo análogo, podemos definir a **aceleração vetorial média** $\vec{a}_m$. Seja $\vec{v}_1$ a velocidade vetorial de um ponto material num instante t_1 e $\vec{v}_2$ a velocidade vetorial no instante posterior t_2 (**fig. 7A**). A aceleração vetorial média $\vec{a}_m$ é dada por:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

A aceleração vetorial média $\vec{a}_m$ tem a mesma direção e o mesmo sentido de $\Delta\vec{v}$ (**fig. 7B**).

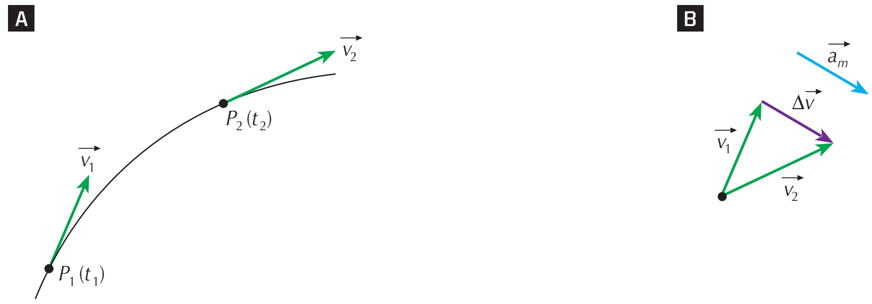


Figura 7.

Por exemplo, na **figura 8**, uma partícula passa pelo ponto P_1, no instante t_1, com velocidade $\vec{v}_1$; e, no instante t_2, atinge o ponto P_2 com velocidade $\vec{v}_2$, tal que $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$. Observe que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são tangentes à trajetória nos pontos P_1 e P_2 e têm o sentido do movimento. Para o cálculo do módulo da aceleração vetorial média no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, devemos, inicialmente, calcular o módulo de $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (**fig. 9**).

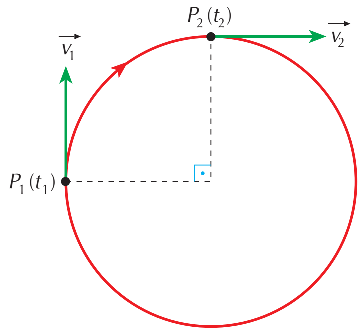


Figura 8.

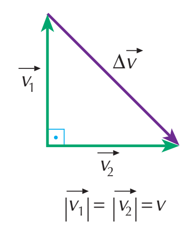


Figura 9.

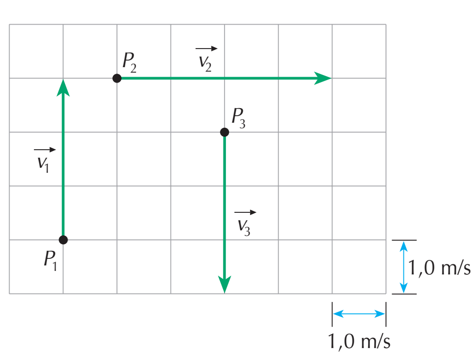
$$|\Delta\vec{v}|^2 = v^2 + v^2 \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = v \cdot \sqrt{2}$$

Portanto: $|\vec{a}_m| = \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \dfrac{v\sqrt{2}}{\Delta t}$

EXERCÍCIO PROPOSTO

P. 151 As velocidades vetoriais $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ de uma partícula nos instantes $t_1 = 0$, $t_2 = 2$ s e $t_3 = 5$ s, respectivamente, estão representadas na figura. Calcule o módulo da aceleração vetorial média nos intervalos de tempo:

a) de t_1 a t_2; **b)** de t_1 a t_3.



5 Aceleração vetorial instantânea

A **aceleração vetorial instantânea** $\vec{a}$ pode ser entendida como sendo uma aceleração vetorial média, quando o intervalo de tempo Δt é extremamente pequeno.

Sempre que houver variação da velocidade vetorial $\vec{v}$, haverá aceleração vetorial $\vec{a}$.

A velocidade vetorial $\vec{v}$ pode variar em módulo e em direção*. Por esse motivo a aceleração vetorial $\vec{a}$ é decomposta em duas acelerações componentes: **aceleração tangencial** ($\vec{a}_t$), que está relacionada com a variação do módulo de $\vec{v}$, e **aceleração centrípeta** ($\vec{a}_{cp}$), que está relacionada com a variação da direção de $\vec{v}$.

Aceleração tangencial

A aceleração tangencial $\vec{a}_t$ possui as seguintes características:

- módulo: igual ao módulo da aceleração escalar α ($|\vec{a}_t| = |\alpha|$);
- direção: tangente à trajetória;
- sentido: o mesmo de $\vec{v}$, se o movimento for acelerado, ou oposto ao de $\vec{v}$, se o movimento for retardado.

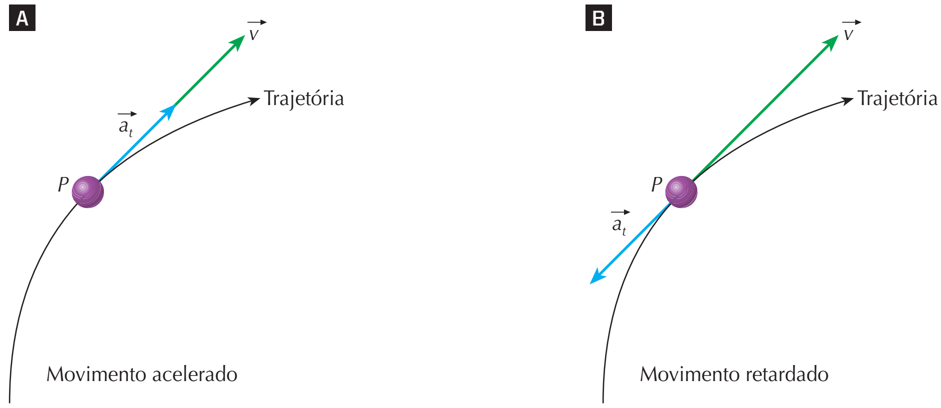


Figura 10. **A aceleração tangencial está relacionada com a variação do módulo da velocidade vetorial.**

Nos movimentos uniformes, o módulo da velocidade vetorial não varia e, portanto, a aceleração tangencial é nula. A aceleração tangencial existe somente em movimentos variados e independe do tipo de trajetória (retilínea ou curvilínea).

Aceleração centrípeta

A aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ possui as seguintes características:

- módulo: é dado pela expressão $|\vec{a}_{cp}| = \dfrac{v^2}{R}$, na qual v é a velocidade escalar do móvel e R é o raio de curvatura da trajetória;
- direção: perpendicular à velocidade vetorial em cada ponto;
- sentido: orientado para o centro de curvatura da trajetória (**fig. 11**).

Nos movimentos retilíneos, a direção da velocidade vetorial não varia e a aceleração centrípeta é nula. A aceleração centrípeta existe somente em movimentos de trajetórias curvas e independe do tipo de movimento (uniforme ou variado). A aceleração centrípeta é também denominada **aceleração normal**.

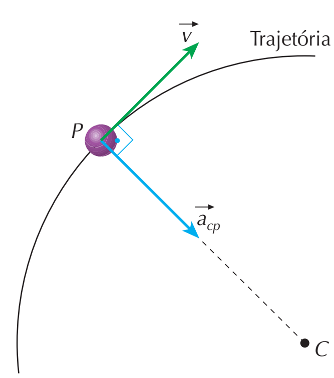


Figura 11. **A aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ está relacionada com a variação da direção de $\vec{v}$.**

* Eventualmente pode ocorrer variação de sentido do movimento, mas somente se também variar o módulo.

V1_P1_UN_C_CAP_08.indd 136 18.07.09 17:12:13

Aceleração vetorial

A soma vetorial $\vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$ define a aceleração vetorial $\vec{a}$ do movimento (**fig. 12**):

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

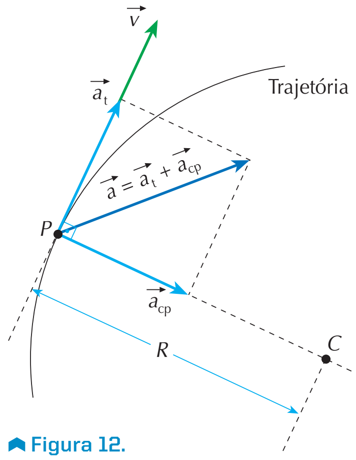


Figura 12.

Aceleração vetorial

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

Em módulo: $|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2$

$\vec{a}$ está relacionada com a variação da velocidade vetorial $\vec{v}$

Aceleração tangencial	Aceleração centrípeta
$\vec{a}_t$	$\vec{a}_{cp}$
Está relacionada com a variação do módulo de $\vec{v}$; logo, existe somente em movimentos variados (nos movimentos uniformes, $\vec{a}_t = \vec{0}$).	Está relacionada com a variação da direção de $\vec{v}$; logo, existe somente em trajetórias curvas (nos movimentos retilíneos, $\vec{a}_{cp} = \vec{0}$).
$\lvert\vec{a}_t\rvert = \lvert\alpha\rvert$	$\lvert\vec{a}_{cp}\rvert = \dfrac{v^2}{R}$



Casos particulares

Objetivo

- Analisar a velocidade vetorial e a aceleração vetorial em diferentes tipos de movimento.

Termos e conceitos

- movimento uniforme
- movimento uniformemente variado

1 MRU (movimento retilíneo e uniforme)

A velocidade vetorial é constante, isto é, tem módulo, direção e sentido constantes. Portanto, a aceleração vetorial é nula: a velocidade vetorial não varia em módulo, pois o movimento é uniforme (portanto, $\vec{a}_t = \vec{0}$), e não varia em direção, pois a trajetória é retilínea (portanto, $\vec{a}_{cp} = \vec{0}$).

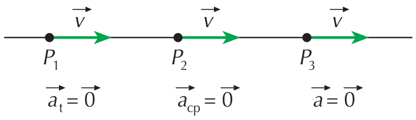


Figura 13.

2 MCU (movimento circular e uniforme)

A velocidade vetorial $\vec{v}$ tem módulo constante, pois o movimento é uniforme; logo, a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ é nula. Por outro lado, a velocidade vetorial $\vec{v}$ varia em direção, pois a trajetória é curva. Consequentemente, a aceleração centrípeta não é nula; seu módulo $\left(|\vec{a}_{cp}| = \dfrac{v^2}{R}\right)$ é constante, pois a velocidade escalar v e o raio R são constantes. A aceleração centrípeta, porém, varia em direção e sentido.

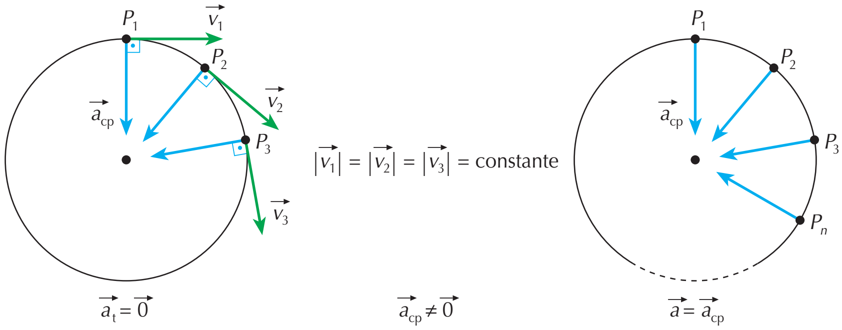


Figura 14.

O módulo da aceleração centrípeta do gira-gira é diretamente proporcional ao quadrado de sua velocidade.



3 MRUV (movimento retilíneo uniformemente variado)

A velocidade vetorial varia em módulo, pois o movimento é variado e portanto a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ não é nula. A aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ é nula, pois a trajetória é retilínea. Como no MUV a aceleração escalar α é constante, decorre que a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ tem módulo constante ($|\vec{a}_t| = |\alpha|$) e direção constante. Quanto ao sentido, $\vec{a}_t$ terá o mesmo sentido de $\vec{v}$, se o movimento for acelerado, ou oposto ao de $\vec{v}$, se retardado.

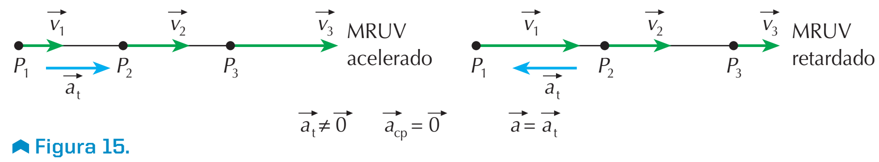


Figura 15.

4 MCUV (movimento circular uniformemente variado)

No movimento circular uniformemente variado, a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ e a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ não são nulas, pois a velocidade vetorial varia em módulo (movimento variado) e em direção (a trajetória é curva).

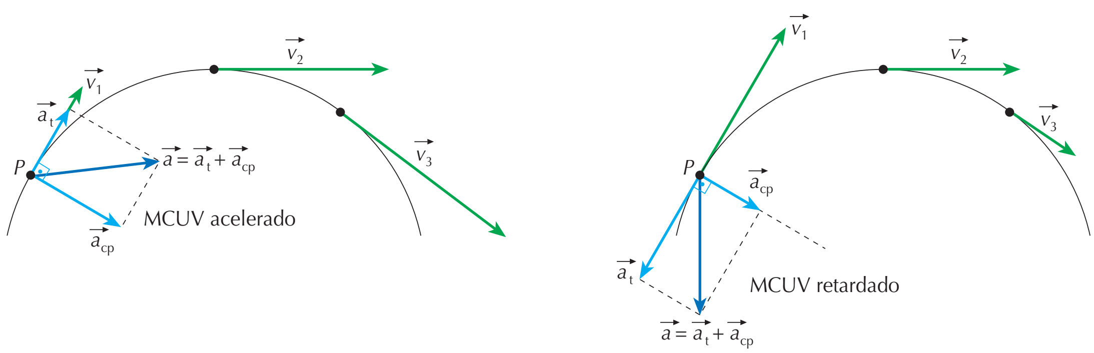
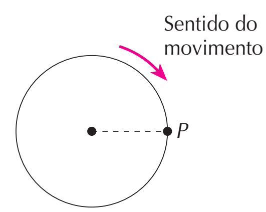


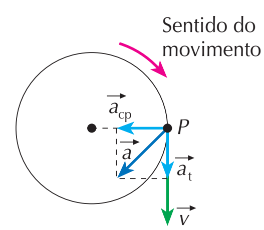
Figura 16.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 57 Uma partícula descreve um movimento circular uniformemente variado e acelerado no sentido horário. Represente a velocidade vetorial $\vec{v}$, a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$, a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ e a aceleração resultante $\vec{a}$, no instante em que a partícula passa pelo ponto P indicado.



Solução:
A velocidade vetorial $\vec{v}$ é tangente à trajetória pelo ponto P e tem o sentido do movimento. A aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$ é orientada para o centro da circunferência. A aceleração tangencial $\vec{a}_t$ tem o mesmo sentido de $\vec{v}$, pois o movimento é acelerado. A soma vetorial $\vec{a}_{cp} + \vec{a}_t$ define a aceleração resultante $\vec{a}$.



R. 58 Um ponto material percorre uma trajetória circular de raio R = 20 m com movimento uniformemente variado e aceleração escalar $\alpha = 5\ m/s^2$. Sabendo-se que no instante t = 0 sua velocidade escalar é nula, determine no instante t = 2 s os módulos da:

a) velocidade vetorial;
b) aceleração tangencial;
c) aceleração centrípeta;
d) aceleração vetorial.

Solução:

a) Sendo o movimento uniformemente variado, temos $v = v_0 + \alpha t$. Sendo $v_0 = 0$, $\alpha = 5\ \text{m/s}^2$ e $t = 2$ s, vem:

$$v = 0 + 5 \cdot 2 \Rightarrow v = 10\ \text{m/s}$$

A velocidade vetorial tem módulo igual ao módulo da velocidade escalar. Portanto:

$$\boxed{|\vec{v}| = |v| = 10\ \text{m/s}}$$

b) A aceleração tangencial tem módulo igual ao módulo da aceleração escalar:

$$\boxed{|\vec{a}_t| = |\alpha| = 5\ \text{m/s}^2}$$

c) O módulo da aceleração centrípeta é dado por $|\vec{a}_{cp}| = \dfrac{v^2}{R}$. Sendo $v = 10$ m/s e $R = 20$ m, vem:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{10^2}{20} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_{cp}| = 5\ \text{m/s}^2}$$

d) O módulo da aceleração resultante é dado por:

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{a}_t|^2 + |\vec{a}_{cp}|^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{a}| = 5\sqrt{2}\ \text{m/s}^2 \simeq 7\ \text{m/s}^2}$$

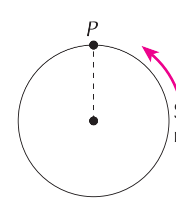
Respostas: a) 10 m/s; b) 5 m/s^2; c) 5 m/s^2; d) $\simeq$7 m/s^2

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 152 Uma partícula realiza um movimento circular no sentido anti-horário. Represente a velocidade vetorial $\vec{v}$, a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$, a aceleração tangencial $\vec{a}_t$ e a aceleração resultante $\vec{a}$, no instante em que a partícula passa pelo ponto P indicado, nos casos em que:

a) o movimento é uniforme;

b) o movimento é uniformemente variado retardado.



P. 153 Uma partícula descreve um movimento circular de raio $R = 1$ m com a aceleração escalar $\alpha = 3\ \text{m/s}^2$. Sabe-se que no instante $t = 0$ a velocidade escalar da partícula é $v_0 = 0{,}5$ m/s.
Determine no instante $t = 0{,}5$ s os módulos da:

a) velocidade vetorial;

b) aceleração centrípeta;

c) aceleração tangencial;

d) aceleração vetorial.

P. 154 Uma partícula descreve um movimento circular uniforme de raio $R = 2$ m e velocidade escalar $v = 3$ m/s. Determine os módulos da:

a) aceleração centrípeta;

b) aceleração tangencial;

c) aceleração vetorial.

P. 155 Um movimento retilíneo uniformemente variado tem aceleração escalar $\alpha = 4\ \text{m/s}^2$. Determine os módulos da:

a) aceleração tangencial;

b) aceleração centrípeta;

c) aceleração vetorial.

Seção 8.3

Composição de movimentos

Objetivos

- Identificar movimento de arrastamento e movimento relativo.
- Analisar o movimento resultante como uma composição entre o movimento relativo e o de arrastamento.
- Aplicar o princípio dos movimentos simultâneos de Galileu à composição de movimentos.

Termos e conceitos

- movimento relativo
- movimento de arrastamento
- movimento resultante
- princípio da simultaneidade

Para cruzar o rio perpendicularmente, o barqueiro conduz o barco obliquamente em relação à correnteza.



Considere uma placa de madeira em cima de uma mesa e uma formiga *P* situada na placa.



Figura 17.

Imagine a formiga movimentando-se em relação à placa, segundo a trajetória indicada na **figura 18A**. Se a formiga estivesse em repouso em relação à placa e esta se deslocasse para a direita, num movimento de translação uniforme, a trajetória da formiga seria a indicada na **figura 18B**. Na **figura 18C**, representamos uma possível trajetória da formiga, em relação a um observador na Terra, se ocorressem simultaneamente os dois movimentos citados.

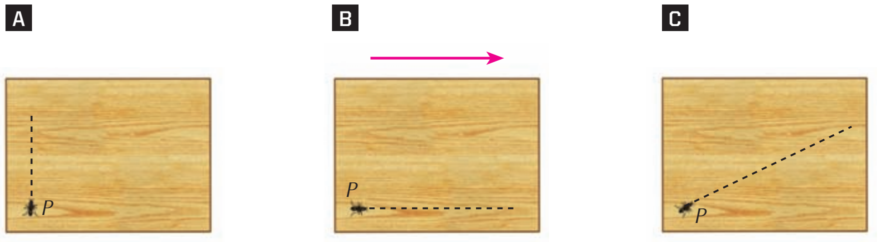


Figura 18.

Três movimentos podem ser considerados (**fig. 19**):

- o movimento da formiga *P* em relação à placa: **movimento relativo**;
- o movimento que a formiga *P* teria se estivesse em repouso em relação à placa e fosse arrastada por ela: **movimento de arrastamento** (o movimento de arrastamento é o movimento de translação da placa em relação à Terra);
- o movimento da formiga *P* em relação à Terra: **movimento resultante**.

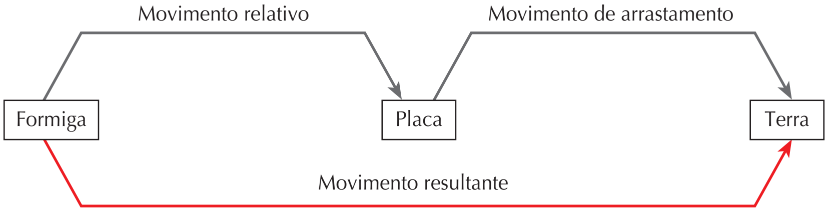


Figura 19.

A velocidade vetorial da formiga *P* em relação à placa é denominada **velocidade relativa** ($\vec{v}_{rel.}$).

A velocidade vetorial que a formiga *P* teria, se estivesse em repouso em relação à placa e fosse arrastada por ela, é denominada **velocidade de arrastamento** ($\vec{v}_{arr.}$). A velocidade de arrastamento é a velocidade de translação da placa em relação à Terra.

A velocidade vetorial de *P* em relação à Terra é denominada **velocidade resultante** ($\vec{v}_{res.}$).

Essas velocidades (**fig. 20**) relacionam-se pela igualdade vetorial:

$$\vec{v}_{res.} = \vec{v}_{rel.} + \vec{v}_{arr.}$$

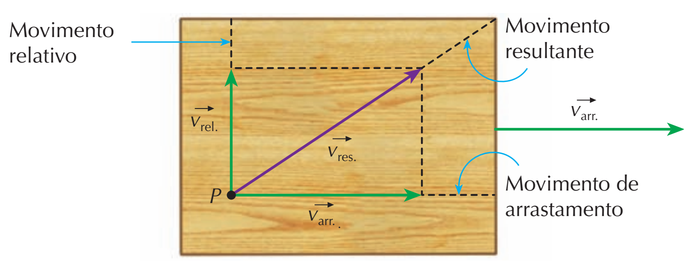


Figura 20.

Em vez de uma formiga, poderíamos ter um barco movimentando-se em relação às águas de um rio, as quais se movimentam em relação à Terra. Nesse caso, o movimento relativo é o do barco em relação às águas. O movimento das águas em relação à Terra, isto é, em relação à margem, é o movimento de arrastamento, e o movimento do barco em relação à Terra (margem) é o movimento resultante (**fig. 21**):

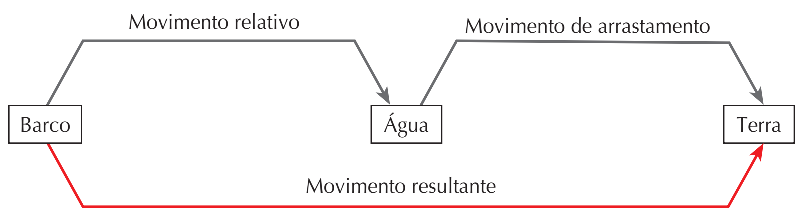


Figura 21.

Outros exemplos:

- O movimento de um avião em relação ao ar é o movimento relativo. O movimento do ar em relação à Terra, que arrasta o avião, é o movimento de arrastamento, e o movimento do avião em relação à Terra é o movimento resultante (**fig. 22**).

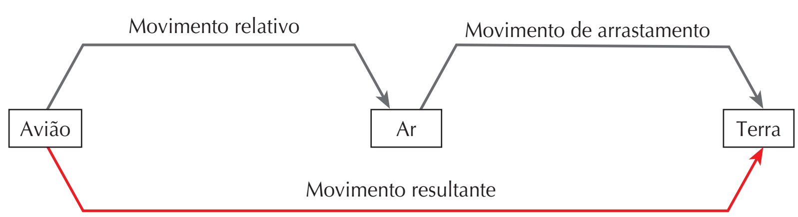


Figura 22.

- O movimento da chuva em relação a um carro é o movimento relativo. O movimento do carro em relação à Terra é o movimento de arrastamento e o movimento da chuva em relação à Terra é o movimento resultante (**fig. 23**).

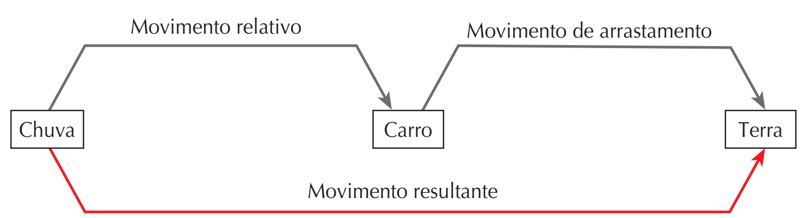


Figura 23.

Princípio da independência dos movimentos simultâneos (Galileu)

O estudo do movimento resultante a partir dos movimentos relativo e de arrastamento é denominado **composição de movimentos.**

Estudando os problemas relativos a um movimento composto, isto é, resultante da composição de dois ou mais movimentos, Galileu propôs o **princípio da simultaneidade** ou **princípio da independência dos movimentos simultâneos**.

> Se um corpo apresenta um movimento composto, cada um dos movimentos componentes se realiza como se os demais não existissem e no mesmo intervalo de tempo.

Assim, por exemplo, considere um barco que se movimenta mantendo seu eixo numa direção perpendicular à margem de um rio. Partindo de *A*, o barco não atinge a margem oposta em *B*, e sim em *C*, devido à correnteza (**fig. 24**). No movimento relativo, o barco percorre a trajetória *AB* com velocidade $\vec{v}_{rel.}$. No movimento resultante, o barco percorre a trajetória *AC* com velocidade $\vec{v}_{res.}$ e, devido à correnteza, o barco é arrastado de *B* a *C* com velocidade $\vec{v}_{arr.}$. Os dois movimentos ocorrem ao mesmo tempo, mas um não interfere na realização do outro.

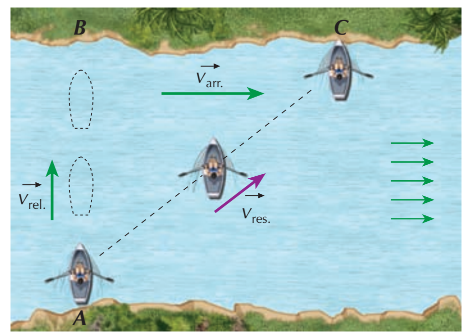


Figura 24.

De acordo com Galileu, o intervalo de tempo gasto no movimento relativo é igual ao intervalo de tempo gasto no movimento resultante, que é igual ao intervalo de tempo gasto no movimento de arrastamento.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 59 Um barco está com o motor funcionando em regime constante; sua velocidade em relação à água tem módulo igual a 5 m/s. A correnteza do rio movimenta-se em relação às margens com 2 m/s, constante. Determine o módulo da velocidade do barco em relação às margens em quatro situações distintas:

a) o barco navega paralelo à correnteza e no seu próprio sentido (rio abaixo);

b) o barco navega paralelo à correnteza e em sentido contrário (rio acima);

c) o barco movimenta-se mantendo seu eixo numa direção perpendicular à margem;

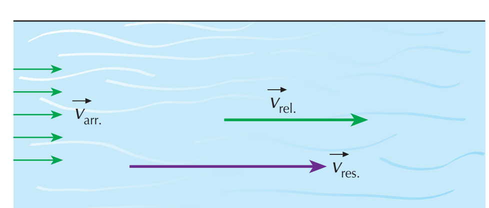
d) o barco movimenta-se indo de um ponto a outro situado exatamente em frente, na margem oposta.

Solução:

O movimento do barco em relação à água é o movimento relativo ($|\vec{v}_{rel.}| = 5$ m/s). O movimento das águas em relação às margens é o movimento de arrastamento ($|\vec{v}_{arr.}| = 2$ m/s). O movimento do barco em relação às margens é o movimento resultante ($\vec{v}_{res.}$):

$\vec{v}_{res.}$	=	$\vec{v}_{rel.}$	+	$\vec{v}_{arr.}$
Barco, margens		Barco, água		Água, margens

a) Rio abaixo:

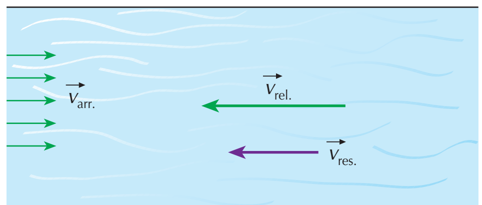


A velocidade resultante $\vec{v}_{res.}$ tem módulo igual à soma dos módulos de $\vec{v}_{rel.}$ e $\vec{v}_{arr.}$, pois esses vetores têm a mesma direção e sentido:

$$|\vec{v}_{res.}| = |\vec{v}_{rel.}| + |\vec{v}_{arr.}| = 5 + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{|\vec{v}_{res.}| = 7 \text{ m/s}}$$

b) Rio acima:

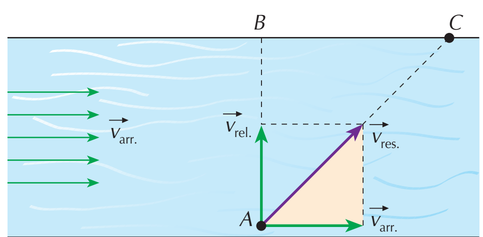


A velocidade resultante $\vec{v}_{res.}$ tem módulo igual à diferença dos módulos de $\vec{v}_{rel.}$ e $\vec{v}_{arr.}$, pois esses vetores têm a mesma direção, mas sentidos contrários:

$|\vec{v}_{res.}| = |\vec{v}_{rel.}| - |\vec{v}_{arr.}| = 5 - 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{|\vec{v}_{res.}| = 3 \text{ m/s}}$

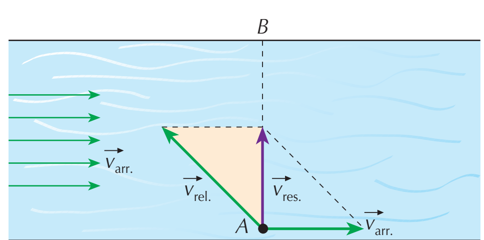
c) O barco atinge a outra margem num ponto rio abaixo, em relação ao ponto de partida. A velocidade resultante $\vec{v}_{res.}$ tem seu módulo obtido pelo teorema de Pitágoras:



$|\vec{v}_{res.}|^2 = |\vec{v}_{rel.}|^2 + |\vec{v}_{arr.}|^2$ (triângulo destacado) $\Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec{v}_{res.}| = \sqrt{5^2 + 2^2} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_{res.}| \simeq 5{,}4 \text{ m/s}}$

d) Para se atingir o ponto exatamente em frente ao ponto de partida deve-se dispor o barco obliquamente em relação à correnteza, de modo que a velocidade resultante tenha direção perpendicular à margem.



O teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo destacado fornece:

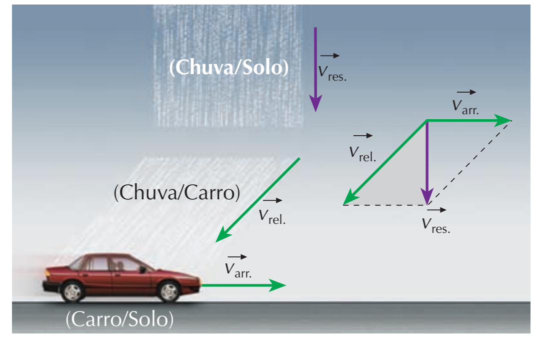
$|\vec{v}_{rel.}|^2 = |\vec{v}_{res.}|^2 + |\vec{v}_{arr.}|^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec{v}_{res.}| = \sqrt{5^2 - 2^2} \Rightarrow \boxed{|\vec{v}_{res.}| \simeq 4{,}6 \text{ m/s}}$

Respostas: a) 7 m/s; b) 3 m/s; c) $\simeq$ 5,4 m/s; d) $\simeq$ 4,6 m/s

R. 60 Num dia sem vento, a chuva cai verticalmente em relação ao solo com velocidade de 10 m/s. Um carro se desloca horizontalmente com 20 m/s em relação ao solo. Determine o módulo da velocidade da chuva em relação ao carro.

Solução:



O movimento da chuva em relação ao carro é o movimento relativo, cujo módulo da velocidade ($\vec{v}_{rel.}$) queremos determinar. O movimento do carro em relação ao solo é o movimento de arrastamento ($|\vec{v}_{arr.}| = 20$ m/s). O movimento resultante é o da chuva em relação ao solo ($|\vec{v}_{res.}| = 10$ m/s). A aplicação do teorema de Pitágoras ao triângulo destacado permite obter $|\vec{v}_{rel.}|$:

$|\vec{v}_{rel.}|^2 = |\vec{v}_{res.}|^2 + |\vec{v}_{arr.}|^2$

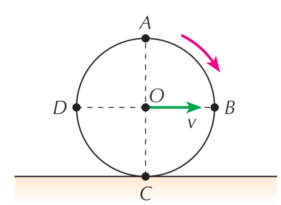
$|\vec{v}_{rel.}| = \sqrt{10^2 + 20^2}$

$|\vec{v}_{rel.}| = 10\sqrt{5}$ m/s

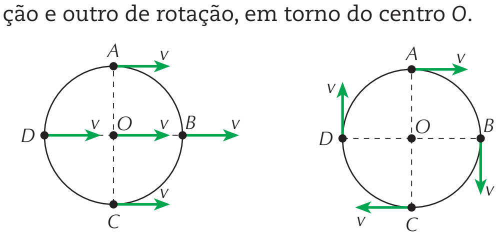
$\boxed{|\vec{v}_{rel.}| \simeq 22{,}4 \text{ m/s}}$

Resposta: $\simeq$ 22,4 m/s

R. 61 Um disco rola sem escorregar sobre o solo suposto horizontal, mantendo-se sempre vertical. A velocidade do centro O em relação à Terra tem módulo v. Determine os módulos das velocidades dos pontos A, B, C e D, em relação à Terra, no instante mostrado na figura.

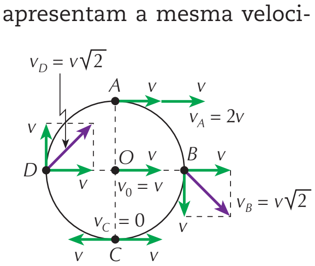


Solução:
O movimento do disco pode ser interpretado como a composição de dois movimentos: um de translação e outro de rotação, em torno do centro O.



Translação — Rotação

Observe que, no movimento de translação, todos os pontos do disco apresentam a mesma velocidade v do centro O. No movimento de rotação, todos os pontos periféricos giram em torno do centro O com a mesma velocidade em módulo.



Movimento resultante

É importante notar que, no movimento resultante, o ponto de contato C deve possuir velocidade nula em relação à Terra, pois o disco rola sem escorregar. Sendo assim, o módulo da velocidade dos pontos periféricos, na rotação, também deve ser igual a v, pois de outro modo a velocidade resultante no ponto de contato não seria nula. Portanto, as velocidades dos pontos A, B, C e D, em relação à Terra, possuem módulos:

$$v_A = 2v \qquad v_B = v\sqrt{2} \qquad v_C = 0 \qquad v_D = v\sqrt{2}$$

R. 62 Um ponto material realiza um movimento no plano, tal que suas coordenadas são dadas pelas equações $x = 2 + 6t$ e $y = 5 + 8t$, com x e y medidos em metros e t em segundos. Determine:

a) a velocidade do ponto material;

b) a equação da trajetória descrita pelo ponto.

Solução:

a) O movimento resultante descrito pelo ponto material pode ser considerado a composição de dois movimentos uniformes realizados segundo dois eixos ortogonais x e y. As equações horárias desses movimentos são, respectivamente:

$$x = 2 + 6t \quad \text{e} \quad y = 5 + 8t$$

Como são movimentos uniformes ($s = s_0 + vt$), as velocidades escalares nas duas direções valem: $v_x = 6$ m/s e $v_y = 8$ m/s

A velocidade resultante $\vec{v}$ é a soma das velocidades vetoriais $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$, cujos módulos são iguais aos módulos das velocidades escalares. Então:

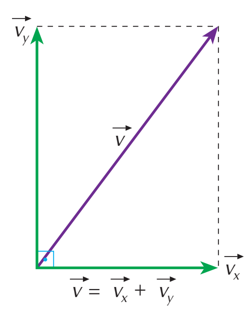
$v^2 = v_x^2 + v_y^2$

(teorema de Pitágoras)

$v^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64$

$v^2 = 100$

$\boxed{v = 10 \text{ m/s}}$



b) A equação da trajetória relaciona as coordenadas x e y, sendo obtida pela eliminação do tempo t das duas equações anteriores. De $x = 2 + 6t$, obtemos:

$$6t = x - 2 \Rightarrow t = \frac{x-2}{6}$$

Substituindo t por $\frac{x-2}{6}$ em $y = 5 + 8t$, vem:

$$y = 5 + 8\left(\frac{x-2}{6}\right) \Rightarrow$$

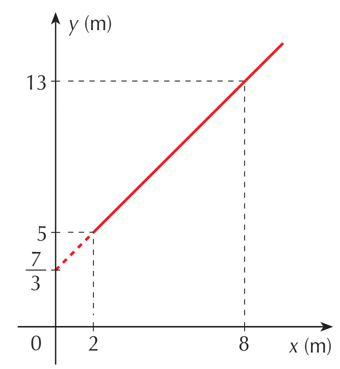
$$\Rightarrow y = 5 + 4\left(\frac{x-2}{3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 5 + \frac{4}{3}x - \frac{8}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{4}{3}x + \frac{7}{3}}$$

(equação da trajetória)

Graficamente, essa equação é representada por uma reta, que traduz no plano exatamente a trajetória descrita pelo ponto. Na figura, destacamos o instante inicial $t = 0$ ($x = 2$ m, $y = 5$ m) e o instante $t = 1$ s ($x = 8$ m, $y = 13$ m).



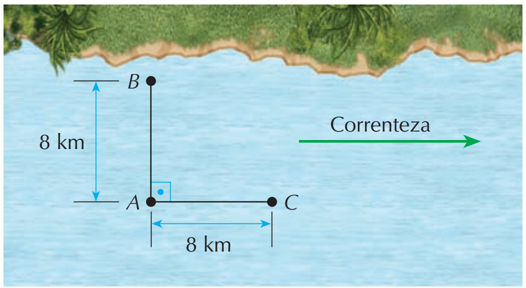
Respostas: a) 10 m/s; b) $y = \frac{4}{3}x + \frac{7}{3}$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 156 Um barco alcança a velocidade de 18 km/h em relação às margens do rio, quando se desloca no sentido da correnteza, e de 12 km/h, quando se desloca em sentido contrário ao da correnteza. Determine a velocidade do barco em relação às águas e a velocidade das águas em relação às margens.

P. 157 Um pescador rema perpendicularmente às margens de um rio com velocidade de 3 km/h em relação às águas. As águas do rio possuem velocidade de 4 km/h em relação às margens. Determine a velocidade do pescador em relação às margens.

P. 158 A figura representa um rio, no qual as águas fluem com a velocidade de 3 km/h. No rio estão fixadas três balizas, A, B e C. As balizas A e C estão alinhadas na direção da correnteza.



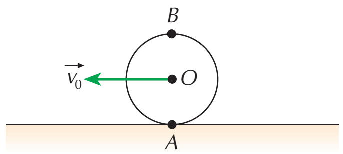
Dois nadadores, capazes de desenvolver a velocidade constante de 5 km/h, iniciam, respectiva e simultaneamente, os percursos de A a B e de A a C, percorrendo-os em linha reta em ida e volta. Calcular a diferença entre os intervalos de tempo necessários para os nadadores completarem os respectivos percursos, dando a resposta em horas.

P. 159 (FCC-BA) A janela de um trem tem dimensões de 80 cm na horizontal e 60 cm na vertical. O trem está em movimento retilíneo uniforme horizontal, com velocidade de valor v. Um passageiro, dentro do trem, vê as gotas de chuva caírem inclinadas na direção da diagonal da janela. Supondo que as gotas, em relação ao solo, estejam caindo com velocidade v_g, na vertical, determine essa velocidade v_g em função da velocidade v.

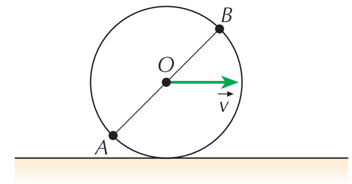
P. 160 (Fuvest-SP) Um disco roda sobre uma superfície plana, sem deslizar. A velocidade do centro O é $\vec{v}_0$. Em relação ao plano:

a) Qual é a velocidade $\vec{v}_A$ do ponto A?

b) Qual é a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto B?



P. 161 (FEI-SP) A roda da figura rola sem escorregar, paralelamente a um plano vertical fixo.



O centro O da roda tem velocidade constante $v = 5$ m/s. Qual é o módulo da velocidade do ponto B no instante em que o diâmetro AB é paralelo ao plano de rolamento?

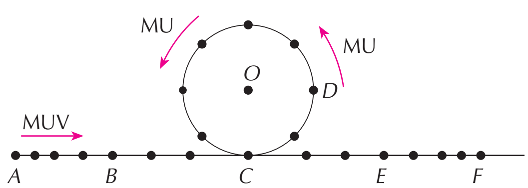
P. 162 Um ponto material realiza um movimento em um plano tal que suas coordenadas são dadas pelas equações $x = 1 + 3t$ e $y = 1 + 4t$, com x e y em metros e t em segundos. Determine:

a) a velocidade do ponto material;

b) a equação da trajetória.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 163 As diversas posições de uma partícula estão representadas na figura. A partícula percorre, primeiro, a trajetória retilínea AC; a seguir, a circunferência de centro O; e, finalmente, a trajetória retilínea CF. Os intervalos de tempo entre duas posições consecutivas são iguais. Os sentidos e os tipos de movimento também estão indicados na figura.



Represente a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula nos instantes em que ela passa pelos pontos B, D e E.

P. 164 (FEI-SP) Uma roda-gigante de raio 36,0 m parte do repouso. A periferia da roda acelera a uma taxa constante de 3,0 m/s^2. Após 4,0 s, qual o módulo da aceleração vetorial de um ponto situado na periferia da roda?

P. 165 As águas de um rio têm velocidade de 3 km/h. Um barco com velocidade de 4 km/h em relação às águas deve atravessar esse rio, que tem 800 m de largura, partindo numa direção perpendicular à margem. Determine:

a) o tempo de travessia;

b) a distância entre o ponto de chegada do barco e o ponto situado em frente ao de partida;

c) a distância efetivamente percorrida pelo barco na travessia;

d) qual será a velocidade resultante do barco, se ele partir numa direção adequada para atingir o ponto situado exatamente em frente ao ponto de partida, na margem oposta.

P. 166 (UFBA) Um pássaro parte em voo retilíneo e horizontal do seu ninho para uma árvore distante 75 m e volta, sem interromper o voo, sobre a mesma trajetória. Sabendo-se que sopra um vento de 5 m/s na direção e sentido da árvore para o ninho e que o pássaro mantém, em relação à massa de ar, uma velocidade constante de 10 m/s, determine, em segundos, o tempo gasto na trajetória de ida e volta.

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *Como utilizar um guia de ruas*

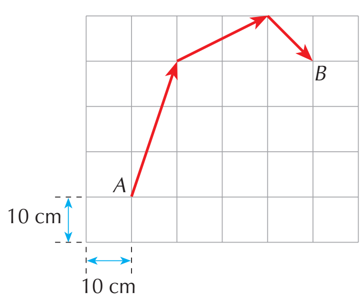
TESTES PROPOSTOS

T. 129 (UFPB) Um cidadão está à procura de uma festa. Ele parte de uma praça, com a informação de que o endereço procurado estaria situado a 2 km ao norte. Após chegar ao referido local, ele recebe nova informação de que deveria se deslocar 4 km para o leste. Não encontrando ainda o endereço, o cidadão pede informação a outra pessoa, que diz estar a festa acontecendo a 5 km ao sul daquele ponto. Seguindo essa dica, ele finalmente chega ao evento. Na situação descrita, o módulo do vetor deslocamento do cidadão, da praça até o destino final, é:

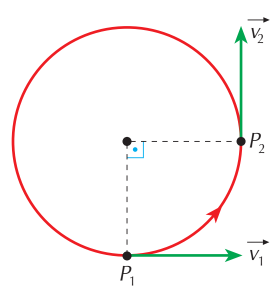
a) 11 km
b) 7 km
c) 5 km
d) 4 km
e) 3 km

T. 130 (Mackenzie-SP) A figura em escala mostra os vetores deslocamento de uma formiga, que, saindo do ponto *A*, chegou ao ponto *B*, após 3 minutos e 20 s. O módulo do vetor velocidade média do movimento da formiga, nesse trajeto, foi de:

a) 0,15 cm/s
b) 0,20 cm/s
c) 0,25 cm/s
d) 0,30 cm/s
e) 0,40 cm/s



T. 131 Uma partícula realiza um movimento circular uniforme, no sentido anti-horário, com velocidade escalar 8 m/s. Ao passar do ponto P_1 ao ponto P_2, decorre um intervalo de tempo de 4 s. É correto afirmar que o módulo da aceleração vetorial média entre as posições P_1 e P_2 é igual a:



a) $2\sqrt{2}$ m/s²
b) 2 m/s²
c) 1 m/s²
d) $\sqrt{2}$ m/s²
e) zero

T. 132 (PUC-RS) As informações a seguir referem-se a um movimento retilíneo realizado por um objeto qualquer:

I. A velocidade vetorial pode mudar de sentido.
II. A velocidade vetorial tem sempre módulo constante.
III. A velocidade vetorial tem direção constante.

A alternativa que representa corretamente o movimento retilíneo é:

a) I, II e III
b) somente III
c) somente II
d) II e III
e) somente I e III

T. 133 (UFPA) Uma partícula percorre, com movimento uniforme, uma trajetória não retilínea. Em cada instante teremos que:

a) os vetores velocidade e aceleração são paralelos entre si.
b) a velocidade vetorial é nula.
c) os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si.
d) os vetores velocidade e aceleração têm direções independentes.
e) o valor do ângulo entre o vetor velocidade e o vetor aceleração muda de ponto a ponto.

T. 134 (FEI-SP) Uma partícula descreve uma circunferência com movimento uniforme. Pode-se concluir que:

a) sua velocidade vetorial é constante.
b) sua aceleração tangencial é não nula.
c) sua aceleração centrípeta tem módulo constante.
d) sua aceleração vetorial resultante é nula.
e) suas acelerações tangencial e resultante são iguais, em módulo.

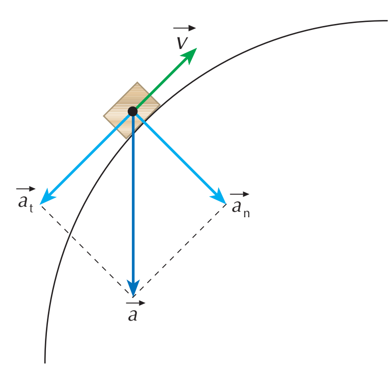
T. 135 (UEPB) De acordo com os conceitos estudados em Cinemática, complete adequadamente a coluna da direita com os itens da esquerda:

(1) Movimento retilíneo e uniforme	( ) Velocidade vetorial de direção constante e módulo variável
(2) Movimento retilíneo e uniformemente variado	( ) Velocidade vetorial constante
(3) Movimento circular e uniforme	( ) Velocidade vetorial variável em direção e módulo
(4) Movimento circular e uniformemente variado	( ) Velocidade vetorial de módulo constante e direção variável

Assinale a alternativa que corresponde à sequência correta da numeração:

a) 1, 2, 3, 4
b) 2, 1, 4, 3
c) 3, 4, 1, 2
d) 1, 3, 4, 2
e) 3, 4, 2, 1

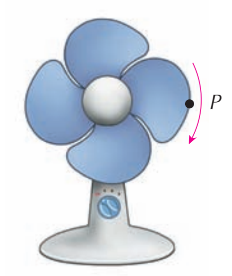
T. 136 (Fatec-SP) Na figura, representa-se um bloco em movimento sobre uma trajetória curva, bem como o vetor velocidade $\vec{v}$, o vetor aceleração $\vec{a}$ e seus componentes intrínsecos, aceleração tangencial $\vec{a}_t$ e aceleração normal $\vec{a}_n$.

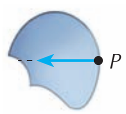


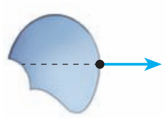
Analisando-se a figura, conclui-se que:

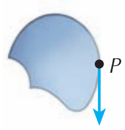
a) o módulo da velocidade está aumentando.
b) o módulo da velocidade está diminuindo.
c) o movimento é uniforme.
d) o movimento é necessariamente circular.
e) o movimento é retilíneo.

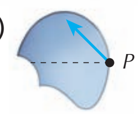
T.137 (UFMG) Um ventilador acaba de ser desligado e está parando vagarosamente, girando no sentido horário.
A direção e o sentido da aceleração da pá do ventilador no ponto *P* é:

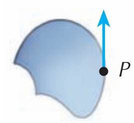


a)


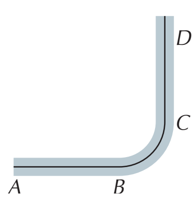
b)


c)


d)


e)


T.138 (UEL-PR) Uma pista é constituída por três trechos: dois retilíneos, *AB* e *CD*, e um circular, *BC*, conforme o esquema.



Se um automóvel percorre toda a pista com velocidade escalar constante, o módulo da sua aceleração será:

a) nulo em todos os trechos.
b) constante, não nulo, em todos os trechos.
c) constante, não nulo, nos trechos *AB* e *CD*.
d) constante, não nulo apenas no trecho *BC*.
e) variável apenas no trecho *BC*.

O enunciado a seguir refere-se às questões **T.139** e **T.140**.
(PUC-SP) Um móvel parte do repouso e percorre uma trajetória circular de raio 100 m, assumindo movimento uniformemente acelerado de aceleração escalar 1 m/s^2.

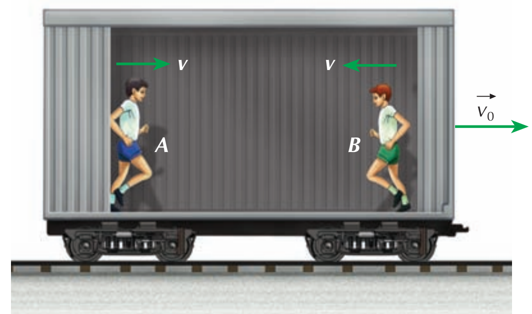
T.139 As componentes tangencial e centrípeta da aceleração valem, respectivamente, após 10 s:

a) 1 m/s^2 e 10 m/s^2
b) 10 m/s^2 e 1 m/s^2
c) 10 m/s^2 e 10 m/s^2
d) 10 m/s^2 e 100 m/s^2
e) 1 m/s^2 e 1 m/s^2

T.140 O ângulo formado entre a aceleração total e o raio da trajetória no instante t = 10 s vale:

a) 180°
b) 90°
c) 60°
d) 45°
e) 30°

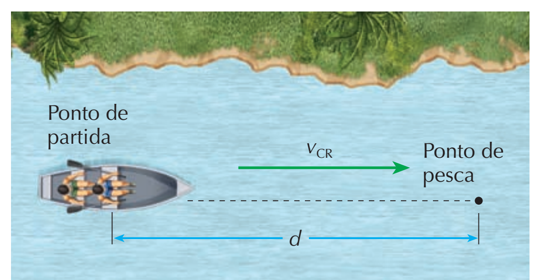
T.141 (Fuvest-SP) Num vagão ferroviário, que se move com velocidade v_0 = 3 m/s em relação aos trilhos, estão dois meninos, *A* e *B*, que correm um em direção ao outro, cada um com velocidade v = 3 m/s em relação ao vagão.



As velocidades dos meninos *A* e *B* em relação aos trilhos serão respectivamente:

a) 6 m/s e 0 m/s
b) 3 m/s e 3 m/s
c) 0 m/s e 9 m/s
d) 9 m/s e 0 m/s
e) 0 m/s e 6 m/s

T.142 (UFSC) Descendo um rio em sua canoa, sem remar, dois pescadores levam 300 segundos para atingir o seu ponto de pesca, na mesma margem do rio e em trajetória retilínea. Partindo da mesma posição e remando, sendo a velocidade da canoa, em relação ao rio, igual a 2,0 m/s, eles atingem o seu ponto de pesca em 100 segundos. Após a pescaria, remando contra a correnteza do rio, eles gastam 600 segundos para retornar ao ponto de partida.

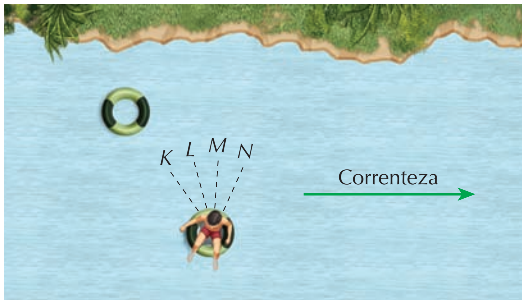


Considerando que a velocidade da correnteza v_{CR} é constante, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01) Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação à margem, foi igual a 4,00 m/s.
02) Não é possível calcular a velocidade com que os pescadores retornaram ao ponto de partida, porque a velocidade da correnteza não é conhecida.
04) Quando os pescadores remaram rio acima, a velocidade da canoa, em relação ao rio, foi de 1,50 m/s.
08) A velocidade da correnteza do rio é 1,00 m/s.
16) O ponto de pesca fica a 300 metros do ponto de partida.
32) Não é possível determinar a distância do ponto de partida até o ponto de pesca.
64) Como a velocidade da canoa foi de 2,0 m/s, quando os pescadores remaram rio abaixo, então, a distância do ponto de partida ao ponto de pesca é 200 m.

Dê, como resposta, a soma dos números que precedem as proposições corretas.

T. 143 (UFMG) Um menino flutua em uma boia que está se movimentando, levada pela correnteza de um rio. Uma outra boia, que flutua no mesmo rio a uma certa distância do menino, também está descendo com a correnteza.
A posição das duas boias e o sentido da correnteza estão indicados nesta figura:

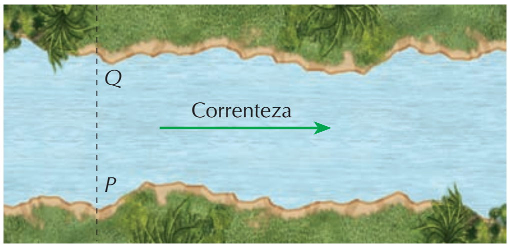


Considere que a velocidade da correnteza é a mesma em todos os pontos do rio.
Nesse caso, para alcançar a segunda boia, o menino deve nadar na direção indicada pela linha:
a) *K* b) *L* c) *M* d) *N*

T. 144 (UFMG) Um barco tenta atravessar um rio com 1,0 km de largura. A correnteza do rio é paralela às margens e tem velocidade de 4,0 km/h. A velocidade do barco, em relação à água, é de 3,0 km/h, perpendicularmente às margens.
Nessas condições, pode-se afirmar que o barco:
a) atravessará o rio em 12 minutos.
b) atravessará o rio em 15 minutos.
c) atravessará o rio em 20 minutos.
d) nunca atravessará o rio.

T. 145 (PUC-RS) A correnteza de um rio tem velocidade constante de 3,0 m/s em relação às margens. Um barco, que se movimenta com velocidade constante de 5,0 m/s em relação à água, atravessa o rio, indo em linha reta, de um ponto *A* a outro ponto *B*, situado imediatamente à frente, na margem oposta. Sabendo-se que a direção $\overline{AB}$ é perpendicular à velocidade da correnteza, pode-se afirmar que a velocidade do barco em relação às margens é de:
a) 2,0 m/s c) 5,0 m/s e) 8,0 m/s
b) 4,0 m/s d) 5,8 m/s

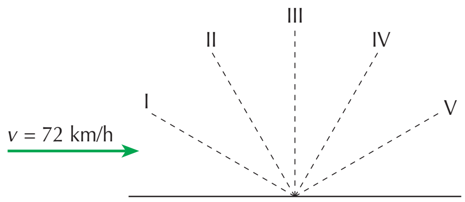
T. 146 (PUC-Campinas-SP) Um barco sai de um ponto *P* para atravessar um rio de 4,0 km de largura. A velocidade da correnteza, em relação às margens do rio, é de 6,0 km/h. A travessia é feita segundo a menor distância *PQ*, como mostra o esquema representado a seguir, e dura 30 minutos.



A velocidade do barco em relação à correnteza, em km/h, é de:
a) 4,0 d) 10
b) 6,0 e) 12
c) 8,0

T. 147 (Univale-MG) Um ultraleve mantém a velocidade de 120 km/h em relação ao ar, estando o nariz apontando para Leste. Sopra vento do Norte para o Sul com velocidade de 90 km/h. Nessas condições, podemos afirmar que a velocidade do ultraleve em relação à Terra é:
a) 150 km/h, na direção Sudeste.
b) 30 km/h, na direção Leste.
c) 210 km/h, na direção Sudoeste.
d) 50 km/h, na direção Nordeste.
e) 210 km/h, na direção Sudeste.

T. 148 (Fesp-SP) Um motorista viaja em um carro, por uma estrada em linha reta, sob uma chuva que cai verticalmente a uma velocidade constante de 10 m/s (em relação ao solo).



Se o carro se move da esquerda para a direita com velocidade constante igual a 72 km/h, para o motorista as gotas de chuva parecem estar caindo na direção I, II, III, IV ou V, conforme o esquema?
a) I d) IV
b) II e) V
c) III

T. 149 (Fatec-SP) Sob a chuva que cai verticalmente, uma pessoa caminha horizontalmente com velocidade 1,0 m/s, inclinando o guarda-chuva a 30° (em relação à vertical) para resguardar-se o melhor possível. A velocidade da chuva em relação ao solo (dado: tg 60° = 1,7):
a) é 1,7 m/s.
b) é 2,0 m/s.
c) é 0,87 m/s.
d) depende do vento.
e) depende da altura da nuvem de origem.

T. 150 (FCMSCSP-SP) Uma pedra se engasta no pneu de um automóvel que está com velocidade uniforme de 90 km/h. Supondo que o pneu não patina nem escorrega, e que o sentido de movimento do automóvel é o positivo, os valores algébricos mínimo e máximo da velocidade da pedra em relação ao solo e em km/h são:
a) −180 e 180 d) 0 e 90
b) −90 e 90 e) 0 e 180
c) −90 e 180

V1_P1_UN_C_CAP_08.indd 149 18.07.09 17:12:30

UNIDADE C

Capítulo

9

Lançamento horizontal e lançamento oblíquo no vácuo

Na análise dos lançamentos horizontais ou oblíquos, deve-se levar em conta o princípio da independência dos movimentos simultâneos, ou seja, em um movimento composto, cada componente do movimento pode ser estudado independentemente e com simultaneidade de tempo.

9.1 Lançamento horizontal no vácuo

O lançamento horizontal pode ser considerado o resultado da composição de dois movimentos simultâneos: queda livre (MUV) e movimento horizontal (MU).

9.2 Lançamento oblíquo no vácuo

O lançamento oblíquo pode ser considerado o resultado da composição de dois movimentos retilíneos, um uniforme (horizontal) e o outro uniformemente variado (vertical).



No movimento realizado pelas fagulhas da solda, a trajetória descrita é parabólica. Os movimentos de corpos que descrevem trajetórias semelhantes podem ser considerados composições de dois movimentos simultâneos.



Lançamento horizontal no vácuo

Objetivos

- Analisar os movimentos dos corpos lançados horizontalmente, decompondo-os em um movimento vertical e em um movimento horizontal.
- Estabelecer a forma da trajetória, e velocidade e aceleração vetoriais dos corpos lançados horizontalmente.

Termos e conceitos

- queda livre
- direção tangente
- módulo da velocidade
- direção da velocidade



Em uma cachoeira, a água é lançada horizontalmente, descrevendo em sua queda uma trajetória parabólica.

Quando um corpo é lançado horizontalmente no vácuo, nas proximidades da superfície terrestre, ele descreve, **em relação à Terra, uma trajetória parabólica** (fig. 1).

Esse movimento pode ser considerado, de acordo com o princípio da simultaneidade, o resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: **queda livre** e **movimento horizontal**.

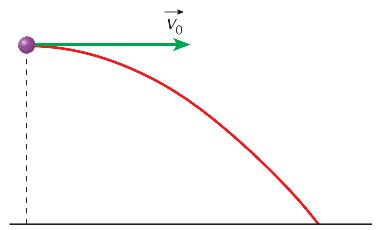


Figura 1. A trajetória de um corpo lançado horizontalmente no vácuo é um arco de parábola.

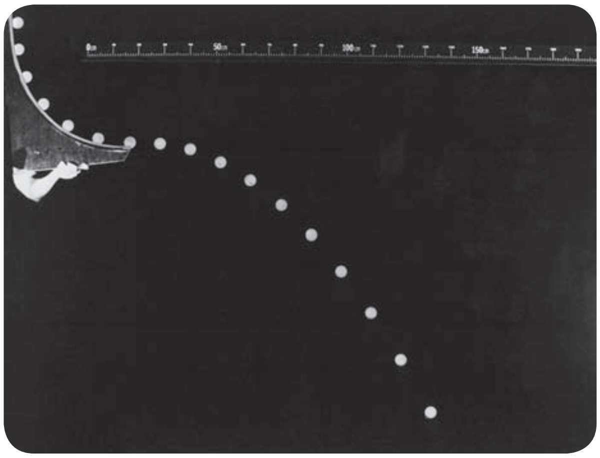


Foto estroboscópica que mostra a trajetória parabólica descrita por um corpo lançado horizontalmente.

1 Queda livre

É um movimento vertical, sob a ação exclusiva da gravidade. Trata-se de um movimento uniformemente variado, pois sua aceleração se mantém constante (aceleração da gravidade).

2 Movimento horizontal

É um movimento uniforme, pois não existe nenhuma aceleração na direção horizontal; o corpo o realiza por inércia, mantendo a velocidade $\vec{v}_0$ com que foi lançado.

Em cada ponto da trajetória, a velocidade resultante $\vec{v}$ do corpo, cuja direção é tangente à trajetória, é dada pela soma vetorial da velocidade horizontal $\vec{v}_0$, que permanece constante, e da velocidade vertical $\vec{v}_y$, cujo módulo varia, pois a aceleração da gravidade tem direção vertical (**fig. 2**):

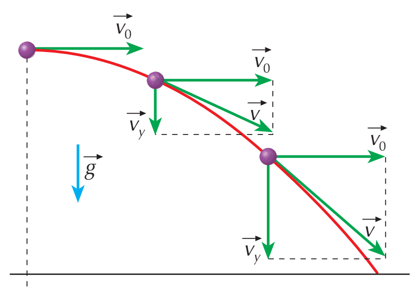
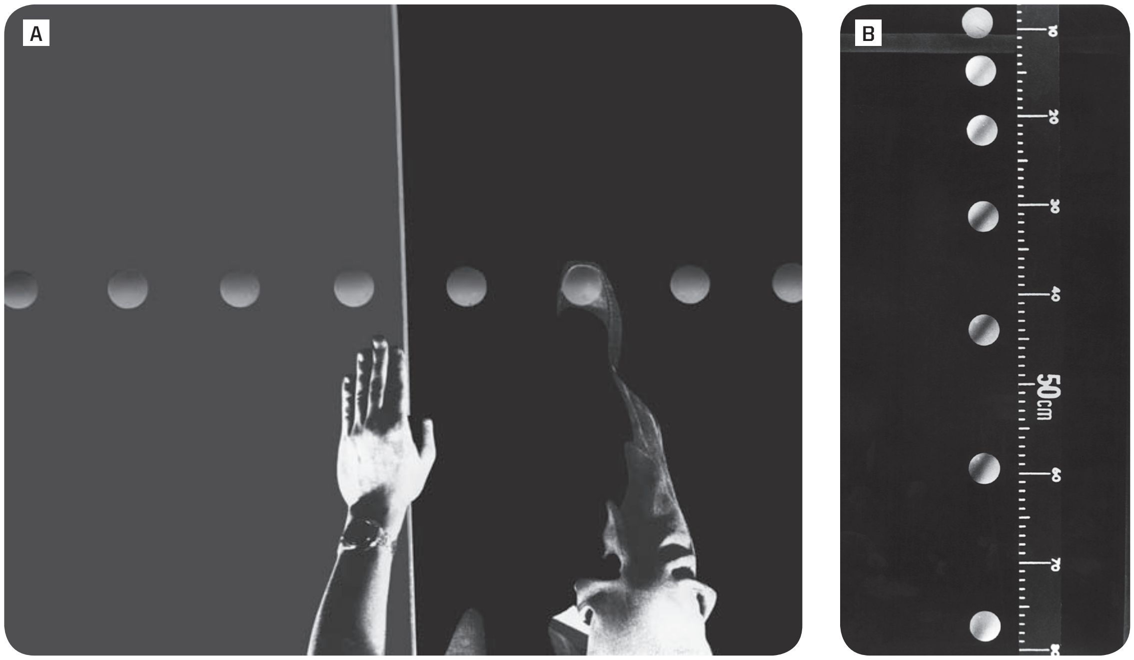


Figura 2.

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_y$$

Assim, no lançamento horizontal, à medida que o corpo se movimenta, o módulo de sua velocidade $\vec{v}$ cresce em virtude do aumento do módulo da velocidade vertical $\vec{v}_y$.



Fotos estroboscópicas do movimento de uma esfera que abandona uma mesa a certa altura do solo, tiradas de duas posições diferentes. Em (A), tirada de cima, percebe-se o movimento uniforme na direção horizontal: a mão do operador indica o ponto em que o corpo abandona a mesa. Em (B), tirada de frente, destaca-se o movimento da esfera na direção vertical (queda livre), após abandonar a mesa.

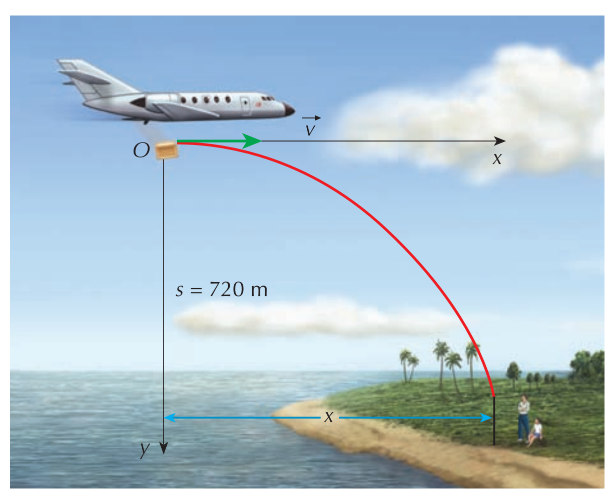
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 63 Após uma enchente, um grupo de pessoas ficou ilhado numa região. Um avião de salvamento, voando horizontalmente a uma altura de 720 m e mantendo uma velocidade de 50 m/s, aproxima-se do local para que um pacote com medicamentos e alimentos seja lançado para as pessoas isoladas. A que distância, na direção horizontal, o pacote deve ser abandonado para que caia junto às pessoas? Despreze a resistência do ar e adote $g = 10$ m/s^2.

Solução:

O pacote cai e, ao mesmo tempo, avança horizontalmente. Esse avanço horizontal se dá por inércia, acompanhando o movimento do avião. Assim, o pacote deve ser abandonado numa posição tal que, no intervalo de tempo que leva para cair, ele percorra a distância horizontal necessária para chegar junto às pessoas. Calculamos o tempo de queda como se o pacote caísse livremente na direção vertical.

$$s = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow 720 = \frac{10}{2}t^2 \Rightarrow t^2 = 144 \Rightarrow \boxed{t = 12 \text{ s}}$$



Durante esses 12 s, o pacote avança com movimento uniforme na direção horizontal e com velocidade constante $v = 50$ m/s. Assim:

$$x = vt \Rightarrow x = 50 \cdot 12 \Rightarrow \boxed{x = 600 \text{ m}}$$

Resposta: O pacote deve ser abandonado quando o avião estiver a 600 m do grupo, medidos na direção horizontal.

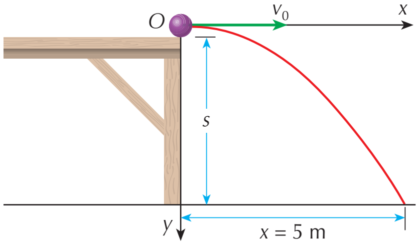
R. 64 Uma esfera rola com velocidade constante de 10 m/s sobre uma mesa horizontal. Ao abandonar a mesa, ela fica sujeita exclusivamente à ação da gravidade ($g = 10$ m/s^2), atingindo o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa. Determine:

a) o tempo de queda;

b) a altura da mesa em relação ao solo;

c) o módulo da velocidade da esfera ao chegar ao solo.

Solução:



a) Ao abandonar a mesa, a esfera apresenta, na direção horizontal, movimento uniforme com velocidade

$v_0 = 10$ m/s. Assim: $x = v_0 t \Rightarrow 5 = 10t \Rightarrow \boxed{t = 0{,}5 \text{ s}}$

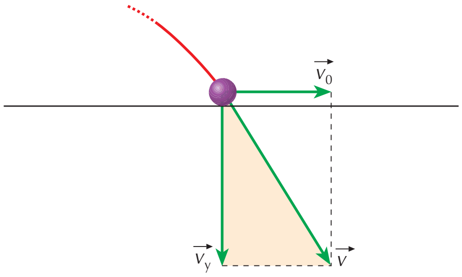
Esse tempo é também o tempo de queda, cujo movimento é simultâneo.

b) Simultaneamente ao movimento horizontal, a esfera cai de uma altura *s* em queda livre:

$$s = \frac{g}{2}t^2 \Rightarrow s = \frac{10}{2} \cdot (0{,}5)^2 \Rightarrow \boxed{t = 1{,}25 \text{ m}}$$

c) Ao chegar ao solo, a velocidade vetorial da esfera pode ser considerada resultante da composição da velocidade horizontal que se mantém constante e da velocidade vertical ($\vec{v}_y$), cujo módulo é dado por: $v_y = v_{0_y} + gt$, sendo: $v_{0y} = 0$; $g = 10$ m/s^2; $t = 0{,}5$ s

Assim, temos: $v_y = 0 + 10 \cdot 0{,}5 \Rightarrow v_y = 5$ m/s



Aplicando o teorema de Pitágoras ao triângulo destacado na figura, obtemos o módulo da velocidade vetorial da esfera ao chegar ao solo:

$$v^2 = v_0^2 + v_y^2 \Rightarrow v^2 = (10)^2 + (5)^2 = 100 + 25 \Rightarrow v^2 = 125 \Rightarrow \boxed{v \simeq 11{,}2 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 0,5 s; b) 1,25 m; c) $\simeq$11,2 m/s

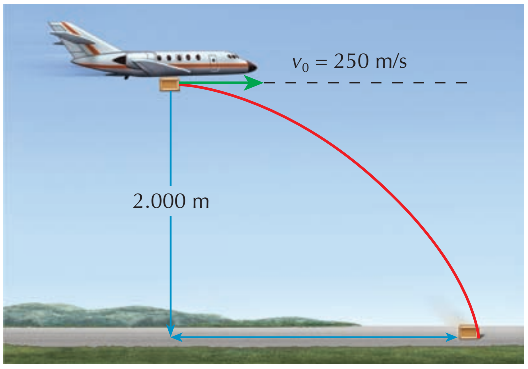
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 167 Um avião voa horizontalmente a 2.000 m de altura com velocidade de 250 m/s no instante em que abandona um pacote. Adote $g = 10$ m/s^2 e despreze a ação do ar. Determine:

a) o tempo de queda do pacote;

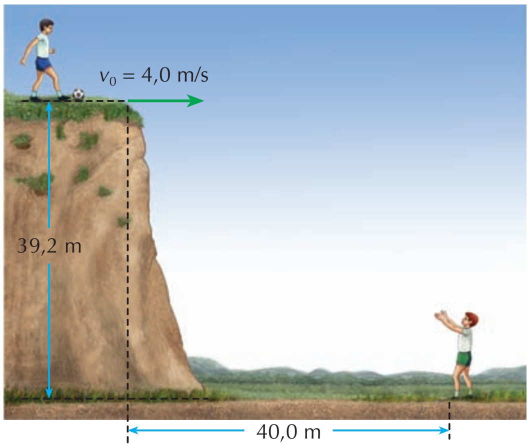
b) a distância que o pacote percorre na direção horizontal desde o lançamento até o instante em que atinge o solo;

c) o módulo da velocidade do pacote ao atingir o solo.

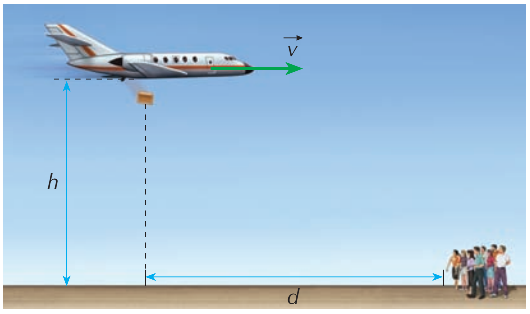


Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Atividade experimental: *Determinação da velocidade no lançamento horizontal*

P. 168 Da beira de um barranco situado a 39,2 m em relação ao nível inferior do solo, um garoto chuta uma bola, imprimindo-lhe uma velocidade horizontal de 4,0 m/s, como mostra a figura a seguir. Na parte inferior do barranco, a 40,0 m da vertical do primeiro garoto, um outro garoto vai tentar pegar a bola. Determine a que distância, à frente ou atrás do segundo garoto, a bola chutada cairá.
(Adote $g = 10$ m/s^2 e despreze a resistência do ar).

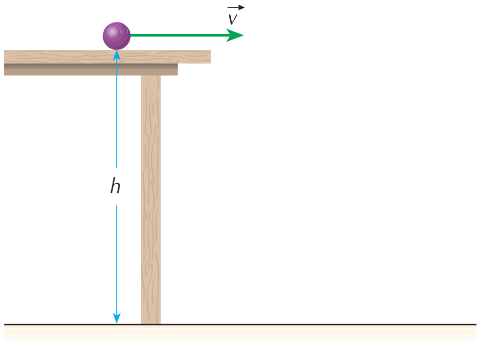


P. 169 Um avião de socorro voa horizontalmente a uma altura $h = 720$ m, a fim de lançar um pacote de mantimentos para uma população flagelada. Quando o avião se encontra à distância $d = 1.200$ m da população, na direção horizontal (veja a figura), o piloto abandona o pacote. (Adote $g = 10$ m/s^2.)



a) Qual é a trajetória do pacote vista pelo piloto, considerando que o avião mantenha invariável o seu movimento?
b) Qual é a trajetória do pacote vista por uma pessoa da população?
c) Quanto tempo o pacote leva até chegar aos flagelados?
d) Qual é o módulo da velocidade $\vec{v}$ do avião?
e) Qual é o módulo da velocidade do pacote quando ele chega ao solo?

P. 170 Uma bolinha rola com velocidade de módulo constante $v = 5$ m/s sobre uma mesa horizontal de altura $h = 1,25$ m e, com essa velocidade, abandona a borda da mesa. (Adote $g = 10$ m/s^2.)



a) Desenhe a trajetória descrita pela bolinha, em relação ao solo, após abandonar a mesa.
b) Em quanto tempo a bolinha chega ao chão?
c) O intervalo de tempo calculado no item anterior seria maior, menor ou igual, se a bolinha fosse apenas abandonada a partir da borda da mesa? Por quê?
d) Localize o ponto em que a bolinha toca o chão, calculando seu deslocamento na direção horizontal a partir do instante em que abandona a borda da mesa.
e) Calcule o módulo da velocidade com que a bolinha chega ao chão.

Lançamento oblíquo no vácuo

Objetivos

- Analisar os movimentos dos corpos lançados obliquamente, decompondo-os em um movimento vertical e em um movimento horizontal.
- Estabelecer a altura máxima e o alcance nos lançamentos oblíquos.
- Representar velocidade e aceleração vetoriais em cada ponto da trajetória descrita pelo corpo.
- Calcular o módulo da velocidade vetorial em cada instante.

Termos e conceitos

- **trajetória parabólica**
- **altura máxima**
- **velocidade inicial vertical**
- **alcance**

Considere um corpo sendo lançado com velocidade $\vec{v}_0$ numa direção que forma com a horizontal um ângulo θ (ângulo de tiro). Desprezada a resistência do ar, a aceleração do corpo é a aceleração da gravidade. **A trajetória descrita, em relação à Terra, é uma parábola** (fig. 3).

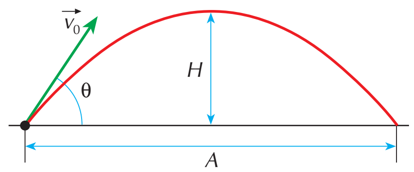


Figura 3. Lançamento oblíquo no vácuo.

A distância horizontal que o corpo percorre desde o lançamento até o instante em que retorna ao nível horizontal do lançamento é denominada **alcance** (*A*). O máximo deslocamento do móvel na direção vertical chama-se **altura máxima** (*H*) do lançamento.

O movimento descrito pelo corpo pode ser considerado o resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: um movimento vertical uniformemente variado, cuja aceleração é a da gravidade, e um movimento horizontal uniforme, pois na horizontal não há aceleração.

Vamos analisar separadamente cada um desses movimentos componentes.

1 Movimento vertical (MUV)

Consideremos o eixo *y* com origem no ponto de lançamento e orientado para cima. A aceleração escalar do movimento vertical será: $\alpha = -g$.

Se projetarmos a velocidade de lançamento $\vec{v}_0$ na direção do eixo *y*, obteremos a **velocidade inicial vertical** $\vec{v}_{0_y}$, cujo módulo (**fig. 4**) é dado por:

$$v_{0_y} = v_0 \cdot \text{sen}\ \theta$$

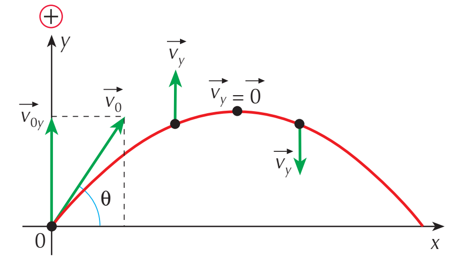
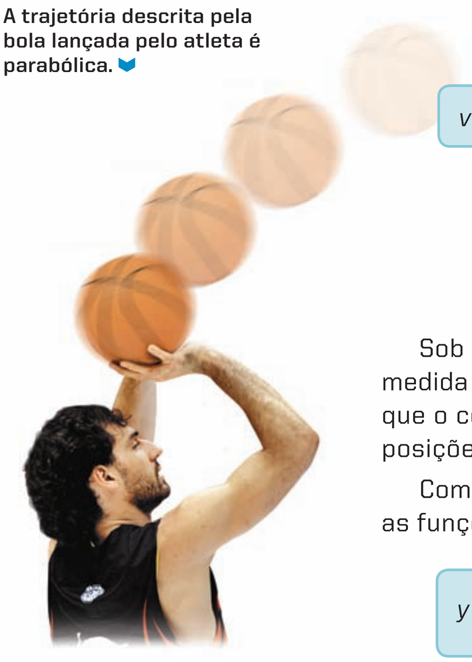


Figura 4. O módulo da velocidade vertical $\vec{v}_y$ varia como no lançamento vertical para cima.



A trajetória descrita pela bola lançada pelo atleta é parabólica.

Sob a ação da gravidade, o módulo da velocidade vertical $\vec{v}_y$ diminui à medida que o corpo sobe, anula-se no ponto mais alto e aumenta à medida que o corpo desce. Na **figura 4** representa-se a velocidade $\vec{v}_y$ em várias posições do corpo, tendo-se omitido a componente horizontal.

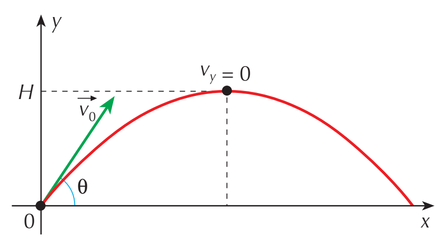
Como o movimento na direção vertical é uniformemente variado, valem as funções:

$$y = v_{0_y} t + \frac{\alpha}{2} t^2 \qquad v_y = v_{0_y} + \alpha t \qquad v_y^2 = v_{0_y}^2 + 2\alpha t$$

Nessas funções, como a trajetória foi orientada para cima, a aceleração escalar é $\alpha = -g$. Para calcular a altura máxima do lançamento (H), pode-se utilizar a fórmula seguinte, cuja dedução se encontra no quadro abaixo:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}$$

Altura máxima



No ponto mais alto da trajetória:

$$y = H \quad \text{e} \quad v_y = 0$$

Pela equação de Torricelli, temos:

$$v_y^2 = v_{0_y}^2 + 2\alpha y$$

$$0 = v_{0_y}^2 + 2(-g)H$$

$$2gH = v_{0_y}^2$$

$$H = \frac{v_{0_y}^2}{2g}$$

Mas: $v_{0_y}^2 = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta$

Logo: $H = \dfrac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}$

2 Movimento horizontal (MU)

Consideremos o eixo x com origem no ponto de lançamento e orientado no sentido da **velocidade horizontal** $\vec{v}_x$, dada pela projeção sobre esse eixo da velocidade de lançamento $\vec{v}_0$ (**fig. 5**).

O módulo da velocidade horizontal $\vec{v}_x$ é dado por:

$$v_x = v_0 \cdot \cos\theta$$

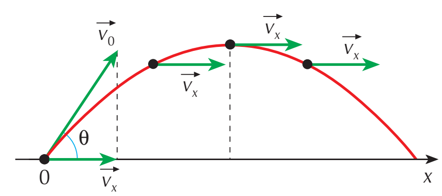


Figura 5. A velocidade horizontal $\vec{v}_x$ permanece constante durante o movimento.

A **figura 5**, na qual não foi representada a velocidade vertical $\vec{v}_y$, mostra que, qualquer que seja o ponto da trajetória em que o corpo esteja, a velocidade horizontal é sempre a mesma:

$$\vec{v}_x = \text{constante}$$

Assim, sendo um movimento uniforme, a função horária do movimento horizontal pode ser escrita deste modo:

$$x = v_x t$$

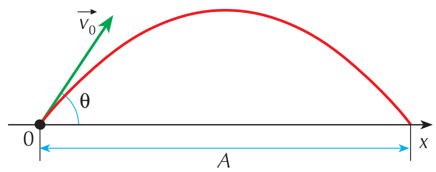
No quadro da página seguinte, deduzimos a fórmula que nos permite determinar o alcance (A) em função da velocidade v_0 e do ângulo de tiro θ:

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,2\theta}{g}$$

Por essa fórmula, verifica-se que o **alcance máximo** ($A_{máx.}$) para o lançamento, com dada velocidade v_0, é obtido quando:

$$\text{sen}\,2\theta = 1 \Rightarrow 2\theta = 90° \Rightarrow \theta = 45°$$

Alcance do lançamento



Quando o corpo retorna ao nível de lançamento: $v_y = -v_{0y}$

Logo, sendo $\alpha = -g$, temos:

$$v_y = v_{0y} + \alpha t$$
$$-v_{0y} = v_{0y} - gt$$
$$t = \frac{2v_{0y}}{g}$$

Durante esse tempo, o corpo avança horizontalmente a distância A (alcance); assim, $x = A$.

Como $x = v_x t$, $v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta$ e $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$, vem:

$$A = v_x = \frac{2v_{0_y}}{g}$$

$$A = v_0 \cdot \cos\theta \cdot \frac{2v_0 \cdot \text{sen}\,\theta}{g}$$

Como $2 \cdot \text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta = \text{sen}\,2\theta$, temos:

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,2\theta}{g}$$

Nessa condição ($\theta = 45°$), há uma relação simples entre o alcance ($A_{máx.}$) e a altura máxima (H). Substituindo θ por 45°, nas respectivas fórmulas, vem:

$$A_{máx.} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,2\theta}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,(2 \cdot 45°)}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \overbrace{\text{sen}\,90°}^{1}}{g} \Rightarrow A_{máx.} = \frac{v_0^2}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,45°}{2g} = \frac{v_0^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2g} \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{4g}$$

Comparando:

$$A_{máx.} = 4H$$

Portanto, no lançamento com $\theta = 45°$ (**fig. 6**), o alcance ($A_{máx.}$) é quatro vezes maior que a altura máxima (H) do lançamento.

É importante ressaltar que, considerando o movimento resultante, a velocidade $\vec{v}$ do projétil é sempre dada pela soma dos vetores componentes $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_y$:

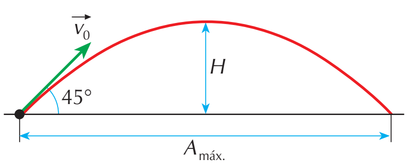


Figura 6. **Lançamento com θ = 45°.**

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

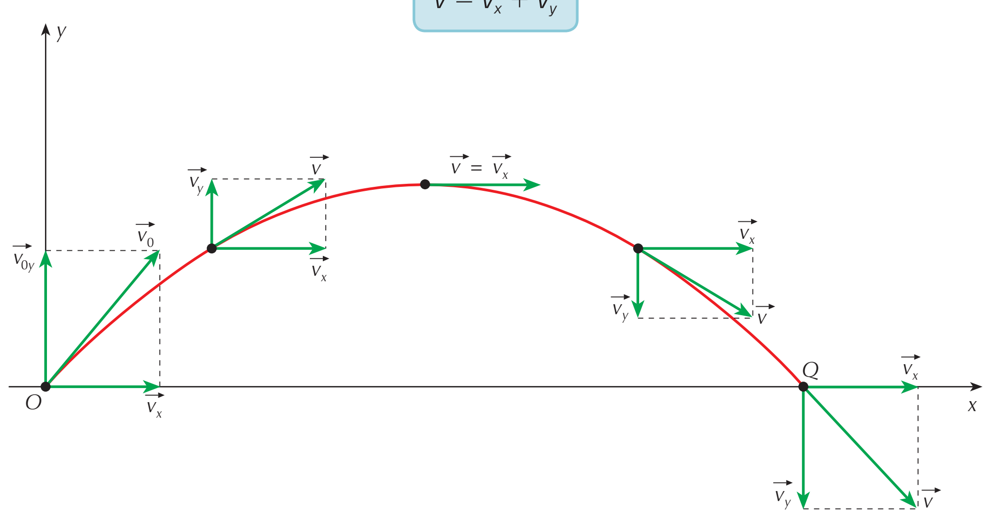


Figura 7. **Em qualquer ponto da trajetória, a velocidade resultante $\vec{v}$ é dada por $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$.**

Observe, com base na **figura 7**, que a velocidade $\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória. No ponto mais alto da trajetória, tem-se $\vec{v}_y = \vec{0}$ e, portanto, $\vec{v} = \vec{v}_x$. Sendo assim, nesse ponto, a velocidade $\vec{v}$ tem módulo mínimo.

Ao retornar ao nível horizontal de lançamento, o projétil apresenta velocidade $\vec{v}$, cujo módulo é igual ao módulo da velocidade de lançamento $\vec{v}_0$. Isso equivale a dizer que a velocidade escalar v do corpo, no instante de retorno ao solo, é igual à velocidade escalar v_0 com que foi lançado a partir do solo.

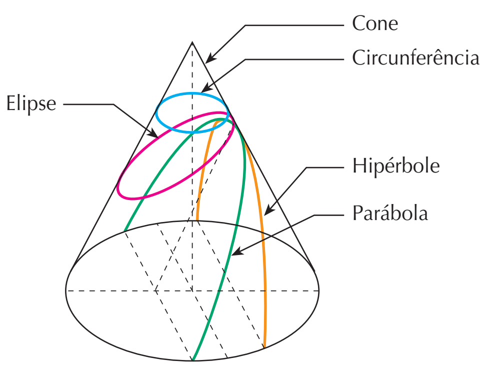


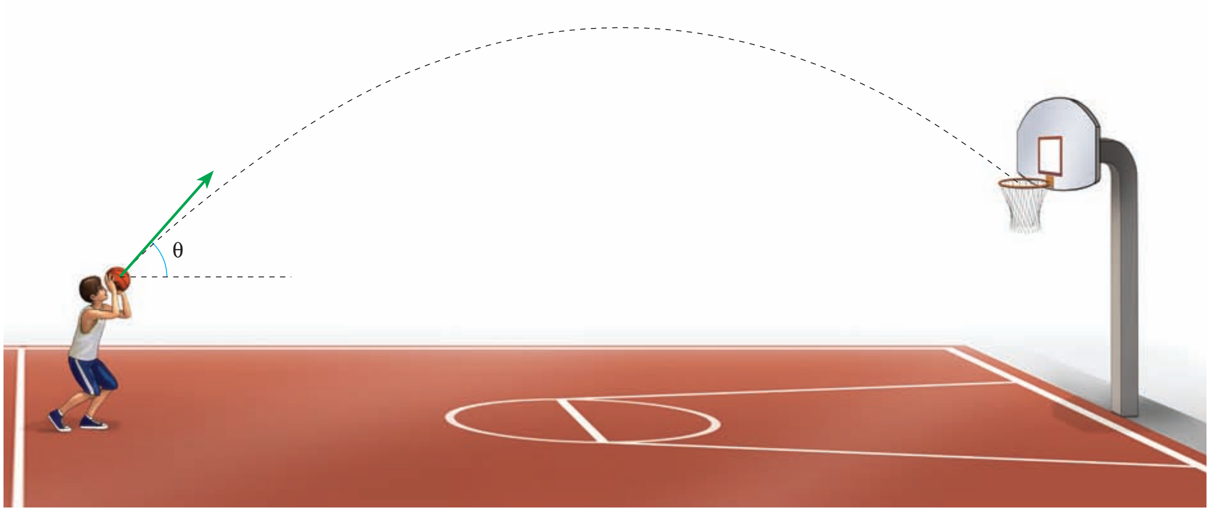
Trajetória parabólica descrita por um corpo lançado obliquamente.

A parábola

Denominam-se **cônicas** as **curvas** que podem ser obtidas a partir da secção de um cone circular reto por um plano. Dependendo da inclinação desse plano em relação à base do cone, como indica a figura ao lado, pode-se obter uma circunferência, uma elipse, uma hipérbole ou uma parábola.

Etimologicamente, a palavra **parábola** provém do grego e significa **lançar ao longe**. Portanto, originalmente o termo surgiu com base num fenômeno físico e seu significado foi estendido para designar a trajetória, em relação à Terra, de um projétil lançado horizontal ou obliquamente no vácuo, nas proximidades da superfície terrestre. Somente depois é que o termo parábola assumiu o significado matemático que tem hoje.





Entre na rede No endereço eletrônico http://www.ngsir.netfirms.com/englishhtm/ThrowABall.htm (acesso em julho/2009), você pode simular o movimento de projéteis.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 65 Um corpo é lançado obliquamente no vácuo com velocidade inicial $v_0 = 100$ m/s, numa direção que forma com a horizontal um ângulo θ tal que sen $\theta = 0{,}8$ e cos $\theta = 0{,}6$. Adotando $g = 10$ m/s², determine:

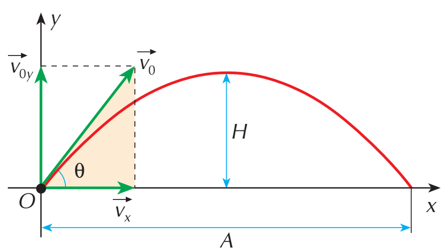
a) os módulos das componentes horizontal e vertical da velocidade no instante de lançamento;

b) o instante em que o corpo atinge o ponto mais alto da trajetória;

c) a altura máxima atingida pelo corpo;

d) o alcance do lançamento.

Solução:



a) Do triângulo retângulo destacado, formado por $\vec{v}_0$, $\vec{v}_x$ e $\vec{v}_{0y}$, tiramos:

$$v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta \quad \text{e} \quad v_x = v_0 \cdot \cos\theta$$

Como $v_0 = 100$ m/s, sen $\theta = 0{,}8$ e cos $\theta = 0{,}6$, vem:

$$v_{0y} = 100 \cdot 0{,}8 \Rightarrow \boxed{v_{0y} = 80 \text{ m/s}}$$

$$v_x = 100 \cdot 0{,}6 \Rightarrow \boxed{v_x = 60 \text{ m/s}}$$

b) No ponto mais alto da trajetória, $v_y = 0$. Como $v_y = v_{0y} + \alpha t$, com $\alpha = -g = -10$ m/s², vem:

$$0 = 80 - 10t \Rightarrow 10t = 80 \Rightarrow \boxed{t = 8 \text{ s}}$$

c) Substituindo $t = 8$ s em $y = v_{0y}t + \frac{\alpha}{2}t^2$ sendo $y = H$ e $\alpha = -g = -10$ m/s², vem:

$$H = 80 \cdot 8 - \frac{10 \cdot 64}{2} = 640 - 320 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{H = 320 \text{ m}}$$

d) O tempo total do movimento é $t_T = 2t = 2 \cdot 8 = 16$ s.
Para o movimento horizontal $x = v_x \cdot t$, temos: $x = A$, quando $t = 16$ s, e $v_x = 60$ m/s. Portanto:

$$A = 60 \cdot 16 \Rightarrow \boxed{A = 960 \text{ m}}$$

Respostas: a) $v_{0y} = 80$ m/s; $v_x = 60$ m/s; b) 8 s; c) 320 m; d) 960 m

Observação:
Os itens **c** e **d** podem também ser resolvidos respectivamente pelas seguintes fórmulas, deduzidas anteriormente:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}^2\,\theta}{2g}, \text{ para a altura máxima, e}$$

$$A = \frac{v_0^2 \cdot \text{sen}\,2\theta}{g}, \text{ para o alcance.}$$

R. 66 Um projétil é lançado obliquamente com velocidade que forma com a horizontal um ângulo θ, atingindo a altura máxima de 7,2 m. Sabendo que no ponto mais alto da trajetória a velocidade escalar do projétil é 10 m/s, determine:

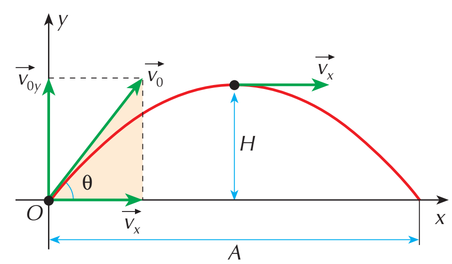
a) o intervalo de tempo para o projétil chegar ao ponto mais alto de sua trajetória (tempo de subida);

b) o tempo total do movimento;

c) a velocidade de lançamento e o ângulo de tiro θ, expresso por uma de suas funções trigonométricas;

d) o alcance horizontal do lançamento.

Solução:



a) Em $y = H = 7{,}2$ m, $v_y = 0$. Aplicando a equação de Torricelli, vem:

$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2\alpha y$ (com $\alpha = -g = -10$ m/s²) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = v_{0y}^2 - 20 \cdot 7{,}2 \Rightarrow v_{0y}^2 = 144 \Rightarrow v_{0y} = 12$ m/s

Substituindo em $v_y = v_{0y} - gt$:

$$0 = 12 - 10t_s \Rightarrow 10t_s = 12 \Rightarrow \boxed{t_s = 1{,}2 \text{ s}}$$

b) O tempo de subida é igual ao tempo de descida. Logo, o tempo total do movimento será:

$$t_T = 2t_s \Rightarrow t_T = 2 \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{t_T = 2{,}4 \text{ s}}$$

c) A velocidade de lançamento v_0 é obtida a partir de suas componentes v_x e v_{0y}, aplicando-se o teorema de Pitágoras ao triângulo destacado na figura anterior:

$v_0^2 = v_{0y}^2 + v_x^2$, sendo $v_{0y} = 12$ m/s e $v_x = 10$ m/s

Portanto: $v_0^2 = 144 + 100 \Rightarrow v_0^2 = 244 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 \simeq 15{,}6 \text{ m/s}}$$

Como $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$, vem: $10 = 15{,}6 \cdot \cos\theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{10}{15{,}6} \Rightarrow \boxed{\cos\theta \simeq 0{,}64}$$

Ou, ainda, $v_{0y} = v_0 \cdot \text{sen}\,\theta$. Logo: $12 = 15{,}6 \cdot \text{sen}\,\theta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{sen}\,\theta = \frac{12}{15{,}6} \Rightarrow \boxed{\text{sen}\,\theta \simeq 0{,}77}$$

d) Para obter o alcance $x = A$, substituímos $t_T = 2{,}4$ s em $x = v_x t$. Assim:

$$A = 10 \cdot 2{,}4 \Rightarrow \boxed{A = 24 \text{ m}}$$

Respostas: a) 1,2 s; b) 2,4 s; c) 15,6 m/s; cos $\theta \simeq 0{,}64$; sen $\theta \simeq 0{,}77$; d) 24 m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 171 Um corpo é lançado obliquamente a partir do solo, no vácuo, sob ângulo de 60° com a horizontal e com velocidade de 10 m/s. Adotando $g = 10\ m/s^2$, sen 60° = sen 120° = 0,86 e cos 60° = 0,50, determine:

a) a velocidade escalar mínima assumida pelo corpo;

b) o instante em que o corpo atinge o ponto mais alto da trajetória;

c) a altura máxima atingida pelo corpo e o alcance do lançamento.

P. 172 No lançamento oblíquo de um projétil, a altura máxima é 20 m. No ponto mais alto da trajetória, a velocidade escalar do projétil é 5 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

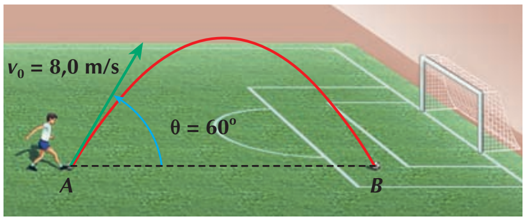
a) o tempo total do movimento e o tempo de subida;

b) a velocidade escalar de lançamento;

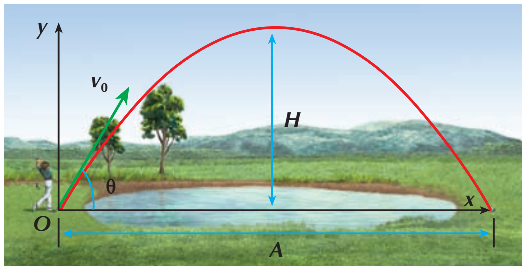
c) o ângulo de tiro expresso por uma de suas funções trigonométricas;

d) o alcance do lançamento.

P. 173 (FMIt-MG) Uma bola está parada sobre o gramado de um campo horizontal, na posição *A*. Um jogador chuta a bola para cima, imprimindo-lhe velocidade $\vec{v}_0$ de módulo 8,0 m/s, fazendo com a horizontal um ângulo de 60°, como mostra a figura. A bola sobe e desce, atingindo o solo novamente, na posição *B*. Desprezando-se a resistência do ar, qual será a distância entre as posições *A* e *B*?
(Use $g = 10\ m/s^2$, sen 60° = 0,87 e cos 60° = 0,5.)



P. 174 Um corpo é lançado de um ponto *O* do solo com velocidade inicial $\vec{v}_0$, que forma com a horizontal um ângulo θ, como indica a figura, tal que cos θ = 0,80 e sen θ = 0,60. Sendo $v_0 = 100$ m/s e $g = 10\ m/s^2$, despreze a resistência do ar e determine:



a) o instante em que o corpo atinge o ponto mais alto da trajetória;

b) o instante em que o corpo está de volta ao solo;

c) o alcance horizontal *A*;

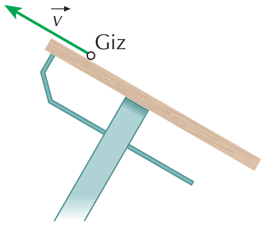
d) a altura máxima *H*;

e) a velocidade escalar do corpo no ponto de altura máxima;

f) a velocidade escalar do corpo no instante em que toca o solo.

P. 175 No exercício anterior, trace o gráfico em função do tempo das componentes horizontal e vertical da velocidade do corpo.

P. 176 (UFSCar-SP) Em plena aula, o menino decide aprontar mais uma das suas. Inclina sua mesa segundo um ângulo de 30° com a horizontal e, utilizando a ponta do dedo indicador, golpeia violentamente um pedacinho de giz sobre a carteira. Após um breve voo, o giz atinge as costas de um colega de classe, na mesma altura em que foi lançado.



Considere:

- O módulo da velocidade do giz no momento do lançamento foi 10 m/s.
- O giz praticamente não encostou no tampo da mesa no momento do lançamento.
- Aceleração da gravidade = 10 m/s².
- Desprezar a ação resistiva do ar ao movimento do giz.
- sen 30° = 0,5 e cos 30° = 0,8.

Sob estas condições, determine:

a) O valor aproximado da altura alcançada pelo giz, em m, relativa à posição de seu lançamento.

b) O tempo de voo do giz, em s, do momento de seu lançamento até o instante em que atinge as costas do colega de classe.

P. 177 (FMTM-MG) Em um espetacular *show* de acrobacia, uma motocicleta abandona a extremidade da rampa com velocidade de 108 km/h, sobrevoa uma fileira de fuscas estacionados, descendo finalmente em uma outra rampa idêntica e à mesma altura em que abandonou a primeira.
Considere desprezíveis ações resistivas do ar e do atrito.



Dados:
$g = 10\ m/s^2$
inclinação do plano da rampa = 32°
sen 32° = 0,53 sen 64° = 0,90
cos 32° = 0,85 cos 64° = 0,44

a) Determine quanto tempo a motocicleta permanece "voando" sobre os carros.

b) Se os fuscas foram estacionados lado a lado, ocupando uma vaga de 2,1 m de largura, determine quantos carros compunham a fileira entre as rampas.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

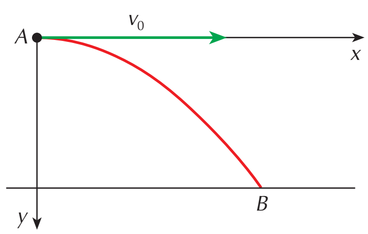
P. 178 Um corpo é lançado horizontalmente a partir de um ponto *A*, com velocidade de módulo 50 m/s, atingindo o solo no ponto *B*, conforme mostra a figura. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a) as funções horárias dos movimentos horizontal e vertical;

b) a equação da trajetória do movimento;

c) as coordenadas (*x*, *y*) do ponto *B*, que foi atingido 10 s após o lançamento;

d) a velocidade resultante do corpo no ponto *B*.



P. 179 (Olimpíada Brasileira de Física) Dois rapazes brincam de tênis na praia. Um deles dá uma raquetada na bola a 2,45 m de altura, imprimindo-lhe uma velocidade de 72 km/h na horizontal. Qual deve ser a velocidade mínima do outro rapaz, situado inicialmente a 20,3 m à frente do primeiro, para que consiga aparar a bola antes que ela bata na areia? (Use $g = 10\ m/s^2$.)

P. 180 Um projétil é lançado obliquamente para cima com velocidade de 100 m/s numa direção que forma um ângulo de 60° com a horizontal. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine o módulo da velocidade vetorial do projétil 4 s após o lançamento.

$\left(\text{Dados: sen } 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2};\ \cos 60° = \dfrac{1}{2}\right)$

P. 181 (Faap-SP) Um projétil lançado para cima, sob um ângulo de 60° com a horizontal, tem velocidade de 30 m/s no ponto culminante de sua trajetória. Calcule a velocidade do projétil ao retornar ao solo. (Dados: sen 60° = 0,87; cos 60° = 0,50)

P. 182 (Vunesp) Um garoto, voltando da escola, encontrou seus amigos jogando uma partida de futebol no campinho ao lado de sua casa e resolveu participar da brincadeira. Para não perder tempo, atirou sua mochila por cima do muro, para o quintal de sua casa: postou-se a uma distância de 3,6 m do muro e, pegando a mochila pelas alças, lançou-a a partir de uma altura de 0,4 m. Para que a mochila passasse para o outro lado com segurança, foi necessário que o ponto mais alto da trajetória estivesse a 2,2 m do solo. Considere que a mochila tivesse tamanho desprezível comparado à altura do muro e que durante a trajetória não houve movimento de rotação ou perda de energia. Tomando $g = 10\ m/s^2$, calcule:

a) o tempo decorrido, desde o lançamento, para a mochila atingir a altura máxima;

b) o ângulo de lançamento.

Dados:

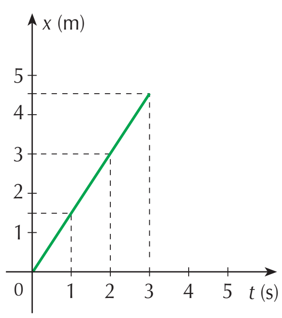
θ	sen θ	cos θ	tg θ
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

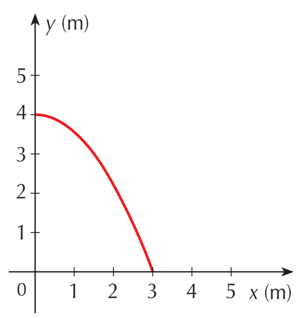
P. 183 (Unicamp-SP) Um habitante do planeta Bongo atirou uma flecha e obteve os gráficos mostrados. Sendo x a distância horizontal e y a vertical:

a) qual é a velocidade horizontal da flecha?

b) qual é a velocidade vertical inicial da flecha?

c) qual é o valor da aceleração da gravidade no planeta Bongo?





P. 184 (Unicamp-SP) Até os experimentos de Galileu Galilei, pensava-se que, quando um projétil era arremessado, o seu movimento devia-se ao *impetus*, o qual mantinha o projétil em linha reta e com velocidade constante. Quando o *impetus* acabasse, o projétil cairia verticalmente até atingir o chão. Galileu demonstrou que a noção de *impetus* era equivocada. Consideremos que um canhão dispara projéteis com uma velocidade inicial de 100 m/s, fazendo um ângulo de 30° com a horizontal. Dois artilheiros calcularam a trajetória de um projétil: um deles, Simplício, utilizou a noção de *impetus*; o outro, Salviati, as ideias de Galileu. Os dois artilheiros concordavam apenas em uma coisa: o alcance do projétil. Considere $\sqrt{3} \simeq 1{,}8$ e $g = 10\ m/s^2$. Despreze o atrito com o ar.

$\left(\text{Dados: sen } 30° = \dfrac{1}{2};\ \cos 30° \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

a) Qual é o alcance do projétil?

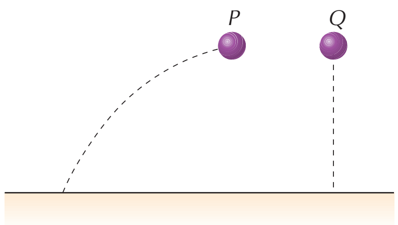
b) Qual é a altura máxima alcançada pelo projétil, segundo os cálculos de Salviati?

c) Qual é a altura máxima calculada por Simplício?

TESTES PROPOSTOS

Nos testes seguintes, caso seja necessário, use os valores das funções trigonométricas dos ângulos envolvidos. A resistência do ar é sempre considerada desprezível.

T. 151 (UFMG) Um corpo P é lançado horizontalmente de uma determinada altura. No mesmo instante, um outro corpo Q é solto em queda livre, a partir do repouso, dessa mesma altura, como mostra a figura.



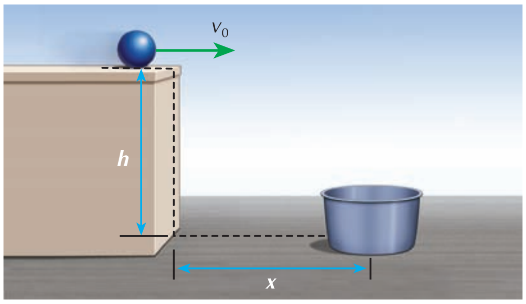
Sejam v_P e v_Q os módulos das velocidades dos corpos P e Q, respectivamente, imediatamente antes de tocarem o chão, e t_P e t_Q os tempos despendidos por cada corpo nesse percurso. Despreze os efeitos da resistência do ar. Nessas condições, pode-se afirmar que:

a) $v_P > v_Q$ e $t_P = t_Q$
b) $v_P > v_Q$ e $t_P > t_Q$
c) $v_P = v_Q$ e $t_P = t_Q$
d) $v_P = v_Q$ e $t_P > t_Q$

T. 152 (Cefet-PR) Dois projéteis que têm massas 0,5 kg e 1 kg são disparados do alto de um edifício, na direção horizontal, com a mesma velocidade inicial. Desconsiderando a resistência do ar, podemos afirmar que:

a) o projétil de 0,5 kg terá maior alcance horizontal.
b) o projétil de 1 kg chegará ao solo antes.
c) o projétil de 1 kg terá maior alcance horizontal.
d) os dois projéteis terão o mesmo alcance horizontal e chegarão ao solo juntos.
e) o projétil menor terá menor alcance, mas tocará o solo antes do outro.

T. 153 (PUC-MG) A figura desta questão mostra uma esfera lançada com velocidade horizontal de 5,0 m/s de uma plataforma de altura 1,8 m.
(Use $g = 10$ m/s^2.)



Ela deve cair dentro do pequeno frasco colocado a uma distância x do pé da plataforma. A distância x deve ser de, aproximadamente:

a) 1,0 m
b) 2,0 m
c) 2,5 m
d) 3,0 m
e) 3,5 m

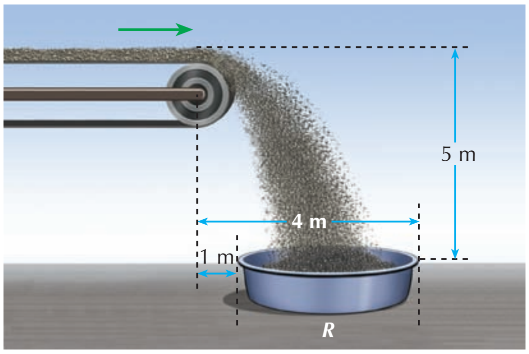
T. 154 (UFMG) Uma pessoa observa o movimento parabólico de uma pedra lançada horizontalmente com velocidade v_0. A pessoa poderia ver a pedra cair verticalmente se se deslocasse:

a) com velocidade $v' = 2v_0$, paralela a v_0 e no mesmo sentido.
b) com velocidade $v' = v_0$, paralela a v_0 e no sentido oposto.
c) com velocidade $v' = v_0$, paralela a v_0 e no mesmo sentido.
d) com velocidade $v' = 2v_0$, paralela a v_0 e no sentido oposto.
e) com velocidade $v' = v_0$, em qualquer direção e em qualquer sentido.

T. 155 (UFG-GO) Uma esfera rola sobre uma mesa horizontal, abandona essa mesa com uma velocidade horizontal v_0 e toca o solo após 1 s. Sabendo que a distância horizontal percorrida pela bola é igual à altura da mesa, a velocidade v_0, considerando $g = 10$ m/s^2, é de:

a) 1,25 m/s
b) 10,00 m/s
c) 20,00 m/s
d) 5,00 m/s
e) 2,50 m/s

O enunciado a seguir refere-se aos testes **T.156** e **T.157**.
(PUC-SP) O esquema apresenta uma correia que transporta minério, lançando-o no recipiente R. A velocidade da correia é constante e a aceleração local da gravidade é 10 m/s^2.



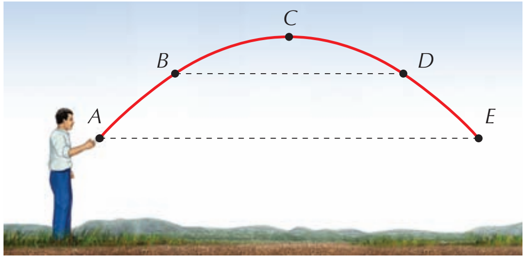
T. 156 Para que todo o minério caia dentro do recipiente, a velocidade v da correia, dada em m/s, deve satisfazer a desigualdade:

a) $2 < v < 3$
b) $2 < v < 5$
c) $1 < v < 3$
d) $1 < v < 4$
e) $1 < v < 5$

T. 157 Se for aumentado o desnível entre a correia transportadora e o recipiente R, o intervalo de variação das velocidades-limite para que todo o minério caia em R:

a) permanece o mesmo, assim como os valores das velocidades-limite.
b) permanece o mesmo, mas os valores das velocidades-limite aumentam.
c) permanece o mesmo, mas os valores das velocidades-limite diminuem.
d) aumenta.
e) diminui.

T. 158 (Mackenzie-SP) Arremessa-se obliquamente uma pedra, como mostra a figura.



Nessas condições, podemos afirmar que:

a) a componente horizontal da velocidade da pedra é maior em *A* do que nos pontos *B*, *C*, *D* e *E*.
b) a velocidade da pedra no ponto *A* é a mesma que nos pontos *B*, *C* e *D*.
c) a componente horizontal da velocidade tem o mesmo valor nos pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E*.
d) a componente vertical da velocidade é nula no ponto *E*.
e) a componente vertical da velocidade é máxima no ponto *C*.

T. 159 (FEI-SP) Um projétil é lançado com velocidade $\vec{v}_0$, formando um ângulo θ com um plano horizontal, em uma região onde a aceleração da gravidade é g. O projétil atinge a altura h e retorna ao plano horizontal de lançamento, à distância d do ponto em que foi lançado. Pode-se afirmar que:

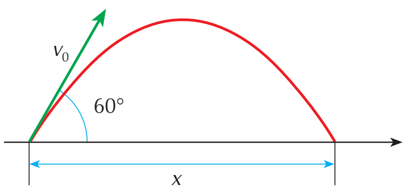
a) o alcance d será tanto maior quanto maior for θ.
b) no ponto de altura h, a velocidade e a aceleração do projétil são nulas.
c) no ponto de altura h, a velocidade do projétil é nula, mas a sua aceleração não o é.
d) no ponto de altura h, a aceleração do projétil é nula, mas a sua velocidade não o é.
e) nenhuma das afirmativas anteriores é correta.

T. 160 (UEL-PR) Um corpo é lançado para cima, com velocidade inicial de 50 m/s, numa direção que forma um ângulo de 60° com a horizontal (dados: sen 60° = 0,87; cos 60° = 0,50; g = 10 m/s^2). Desprezando a resistência do ar, pode-se afirmar que no ponto mais alto da trajetória a velocidade do corpo, em m/s, será:

a) 5
b) 10
c) 25
d) 40
e) 50

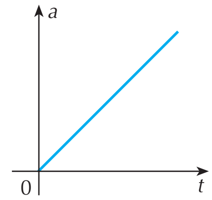
O enunciado a seguir refere-se aos testes **T. 161** e **T. 162.**

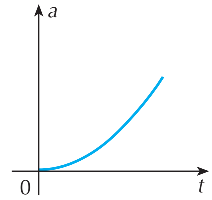
(FMIt-MG) Uma pedra é lançada para cima, fazendo ângulo de 60° com a horizontal e com uma velocidade inicial de 20 m/s, conforme a figura abaixo. (Use g = 10 m/s^2.)

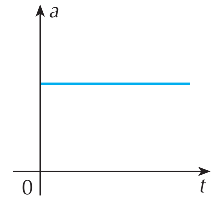


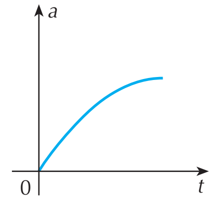
$\left(\text{Dados: cos } 60° = 0{,}50\text{; sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

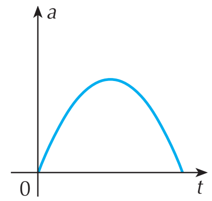
T. 161 Qual é o gráfico que melhor representa a variação do módulo de sua aceleração vetorial com o tempo enquanto ela permanece no ar? Despreze a resistência do ar.

a)


d)


b)


e)


c)


T. 162 A que distância *x* do ponto de lançamento, na horizontal, a pedra tocou o solo?

a) 35 m
b) 40 m
c) 17,3 m
d) 17 m
e) n.d.a.

T. 163 (Uece) Num lugar em que g = 10 m/s^2, lançamos um projétil com a velocidade inicial de 100 m/s, formando com a horizontal um ângulo de elevação de 30°. A altura máxima será atingida após:

a) 3 s
b) 4 s
c) 5 s
d) 10 s

$\left(\text{Dados: sen } 30° = 0{,}50\text{; cos } 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

T. 164 (Fatec-SP) A velocidade do lançamento oblíquo de um projétil vale o dobro de sua velocidade no ponto de altura máxima. Considere constante a aceleração gravitacional e despreze a resistência do ar.
O ângulo de lançamento θ é tal que:

a) $\text{sen } \theta = \frac{1}{2}$
b) $\cos \theta = \frac{1}{2}$
c) $\text{tg } \theta = \frac{1}{2}$
d) $\text{tg } \theta = 2$
e) $\text{cotg } \theta = 2$

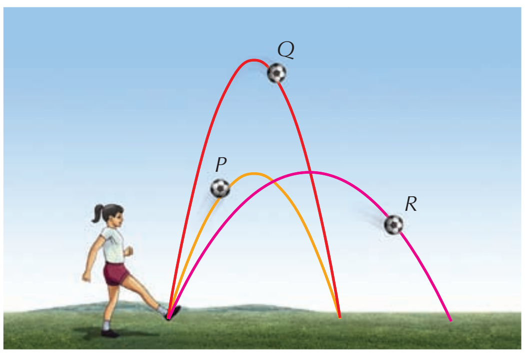
T. 165 (Uerj) Um projétil é lançado segundo um ângulo de 30° com a horizontal e com uma velocidade de 200 m/s. Supondo a aceleração da gravidade igual a 10 m/s^2 e desprezando a resistência do ar, concluímos que o menor tempo gasto por ele para atingir a altura de 480 m acima do ponto de lançamento será de:

a) 8 s
b) 10 s
c) 9 s
d) 14 s
e) 12 s

T. 166 (Mackenzie-SP) Seja T o tempo total de voo de um projétil disparado a 60° com a horizontal, e seja $v_{0y} = 200$ m/s o valor da componente vertical da velocidade inicial. Desprezando a resistência do ar e considerando a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s², os valores da componente vertical da velocidade nos instantes $t = T$ e $t = \frac{T}{2}$ são, respectivamente:

a) zero; zero
b) zero; 200 m/s
c) 200 m/s; zero
d) 200 m/s; 200 m/s
e) 200 m/s; 100 m/s

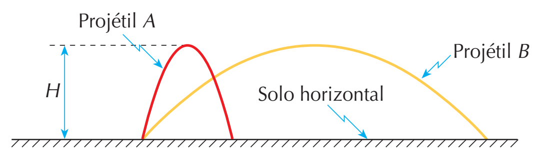
T. 167 (UFMG) Clarissa chuta, em sequência, três bolas (*P*, *Q* e *R*), cujas trajetórias estão representadas nesta figura:



Sejam t_P, t_Q e t_R os tempos gastos, respectivamente, pelas bolas *P*, *Q* e *R*, desde o momento do chute até o instante em que atingem o solo. Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

a) $t_Q > t_P = t_R$
b) $t_R > t_Q = t_P$
c) $t_Q > t_R > t_P$
d) $t_R > t_Q > t_P$

T. 168 (Unip-SP) Em uma região onde o efeito do ar é desprezível e o campo de gravidade é uniforme, dois projéteis, *A* e *B*, são lançados a partir de uma mesma posição de um plano horizontal. O intervalo de tempo decorrido desde o lançamento até o retorno ao solo horizontal é chamado de tempo de voo.



Sabendo que os projéteis *A* e *B* atingem a mesma altura máxima *H* e foram lançados no mesmo instante, podemos concluir que:

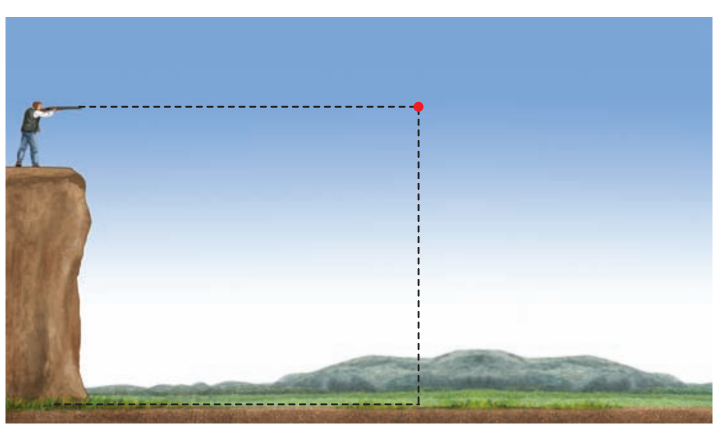
a) os projéteis foram lançados com velocidades de mesma intensidade.
b) as velocidades dos projéteis no ponto mais alto da trajetória são iguais.
c) os ângulos de tiro (ângulo entre a velocidade de lançamento e o plano horizontal) são complementares.
d) a cada instante os projéteis *A* e *B* estavam na mesma altura e o tempo de voo é o mesmo para os dois.
e) durante o voo os projéteis têm acelerações diferentes.

EXERCÍCIOS ESPECIAIS *de lançamento horizontal e oblíquo*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 67 Um homem com um rifle faz pontaria num objeto situado a 500 m e a uma altura de 100 m do solo, como mostra a figura. No instante em que o projétil sai do cano da arma, o objeto inicia um movimento de queda. Despreze a resistência do ar e adote $g = 10$ m/s². Sendo 200 m/s a velocidade inicial do projétil, determine:

a) o instante em que o projétil atinge o objeto;
b) a altura do objeto em relação ao solo no instante em que é atingido.



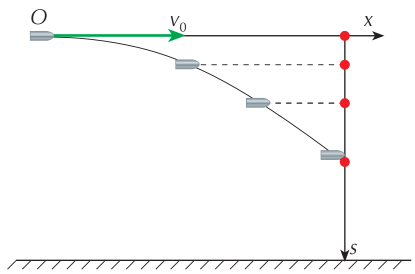
V1_P1_UN_C_CAP_09.indd 165 18.07.09 17:18:53

Solução:

a) Observe que, se o objeto não caísse, mantendo-se na sua posição inicial, ele não seria atingido pelo projétil. Isso porque, à medida que avança horizontalmente, o projétil vai caindo sob a ação da gravidade. Desse modo, ele passaria sob o objeto, que não teria se movido.

Neste caso, objeto e projétil caem simultaneamente com movimentos verticais idênticos e se encontram na vertical de queda do objeto, como é mostrado no esquema.

Para calcular o instante de encontro, basta considerar o movimento horizontal do projétil, que é admitido uniforme:



$$x = v_0 t \quad (\text{com } x = 500 \text{ m e } v_0 = 200 \text{ m/s}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 500 = 200t \Rightarrow \boxed{t = 2{,}5 \text{ s}}$$

b) A posição de encontro em relação ao ponto de partida do objeto pode ser obtida substituindo-se esse valor de t na função horária do movimento de queda:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \quad (\text{com } s_0 = 0;\ v_0 = 0;\ \alpha = +g = 10 \text{ m/s}^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 5t^2 \Rightarrow s = 5 \cdot (2{,}5)^2 \Rightarrow s = 31{,}25 \text{ m}$$

No entanto, pergunta-se a altura em relação ao solo em que ocorreu o encontro. Então, sendo $h_0 = 100$ m a altura inicial do projétil, temos:

$$h = h_0 - s \Rightarrow h = 100 - 31{,}25 \Rightarrow \boxed{h = 68{,}75 \text{ m}}$$

Respostas: a) 2,5 s; b) 68,75 m

R. 68 Uma bola é lançada com velocidade 20 m/s numa direção que faz um ângulo de 60° com a horizontal. A bola, em sua trajetória, choca-se contra um muro vertical, situado a 30 m do ponto de lançamento.
Desprezando a resistência do ar, determine:

a) o instante em que a bola atinge o muro;

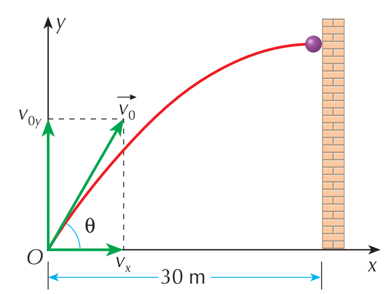
b) a altura do ponto do muro atingido pela bola.

(Dados: $g = 10$ m/s²; sen 60° = 0,87; cos 60° = 0,5)

Solução:

De acordo com o esquema ao lado, que representa o ocorrido, temos:

$$\alpha = -g = -10 \text{ m/s}^2$$
$$y_0 = 0 \text{ e } x_0 = 0$$
$$v_0 = 20 \text{ m/s e } \theta = 60°$$



As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial valem:

$$v_x = v_0 \cdot \cos 60° = 20 \cdot 0{,}5 \Rightarrow v_x = 10 \text{ m/s}$$
$$v_{0_y} = v_0 \cdot \text{sen } 60° = 20 \cdot 0{,}87 \Rightarrow v_{0_y} = 17{,}4 \text{ m/s}$$

a) O impacto com o muro ocorre após a bola ter percorrido $x = 30$ m na direção horizontal. Como o movimento horizontal é uniforme:

$$x = x_0 + v_x t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 10t \Rightarrow 30 = 10t \Rightarrow \boxed{t = 3 \text{ s}}$$

b) A posição do ponto de impacto na direção vertical (altura) pode ser obtida substituindo-se o valor de t na função horária do movimento na direção vertical (MUV):

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow y = 17{,}4t - 5t^2$$

Para t = 3 s, temos:

$$y = 17{,}4 \cdot 3 - 5 \cdot (3)^2 \Rightarrow \boxed{y = 7{,}2 \text{ m}}$$

Respostas: a) 3 s; b) 7,2 m

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
Simulador: *Lançamentos*

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P.185 Num exercício de tiro, um homem sobre uma plataforma aponta sua arma na direção de um objeto parado no ar e situado na mesma horizontal, a 200 m de distância, como mostra o esquema. No instante em que a arma é disparada, o objeto, que inicialmente se encontrava a 80 m do solo, inicia seu movimento de queda. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10$ m/s^2, determine a velocidade mínima que deve ter a bala para atingir o objeto.

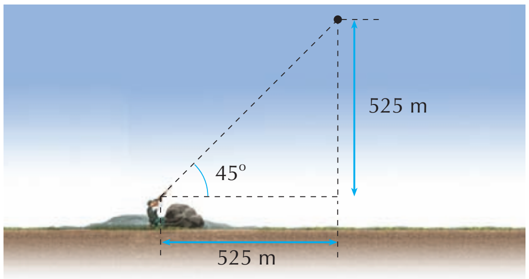


P.186 Um atirador aponta sua espingarda para um objeto parado no ar a uma altura de 525 m, como indica a figura. Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2. Admitindo que, no momento em que a bala sai da arma com velocidade 200 m/s, o objeto inicia seu movimento de queda, determine:

a) o instante em que a bala atinge o objeto;

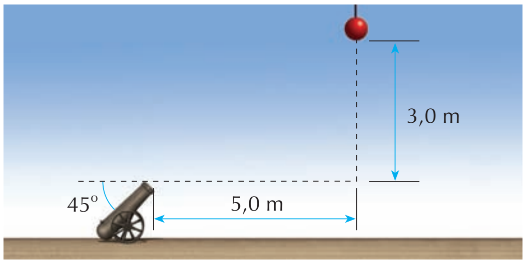
b) a altura, relativamente ao solo, em que a bala atinge o objeto.

(Dados: sen 45° = cos 45° = 0,7)



P.187 Num parque de diversões um dos brinquedos consiste em usar um canhão fixo, inclinado, fazendo um ângulo igual a 45° com o solo, para atingir uma pequena bola suspensa a 3,0 m de altura da boca do canhão e a uma distância horizontal de 5,0 m do canhão. Determine a velocidade inicial que deve ser imprimida ao projétil para se conseguir acertar o alvo.

$\left(\text{Dados: } g = 10 \text{ m/s}^2\text{; sen } 45° = \cos = \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$



P.188 (PUC-SP) Um garoto parado num plano horizontal, a 3 m de uma parede, chuta uma bola, comunicando-lhe velocidade de 10 m/s, de tal modo que sua direção forma, com a horizontal, um ângulo de 45° (dados: sen 45° = cos 45° = 0,7). A aceleração da gravidade no local é 10 m/s^2 e a resistência do ar pode ser desprezada. Determine:

a) o instante em que a bola atinge a parede;

b) a altura do ponto da parede atingido pela bola;

c) a velocidade da bola no instante do impacto.

P.189 (EEM-SP) Em um jogo de futebol, houve a cobrança de uma falta a 30 m do gol, com a barreira posicionada a 9,6 m da bola. A bola passa sobre a barreira, a 2,3 m de altura. Nesse instante, o vetor velocidade da bola forma um ângulo de 30° com a horizontal. A altura máxima atingida pela bola é 4,8 m. Desprezando efeitos viscosos, determine:

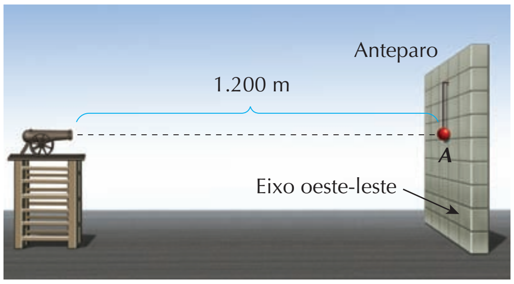
a) a componente vertical da velocidade da bola ao chegar ao gol, também a 2,3 m de altura;

b) o tempo que o goleiro tem para tentar a defesa, após o instante em que a bola passa sobre a barreira, admitindo que ele esteja sobre a linha do gol. (Use $g = 9,8$ m/s^2.)

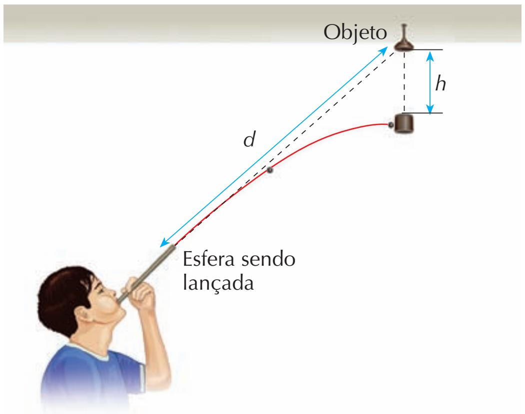
TESTES PROPOSTOS

T.169 (Aman-RJ) A figura ao lado mostra um canhão sobre uma plataforma. A 1.200 m a norte dele, há um anteparo onde deverá ser colocado um alvo. O canhão, apontando para o ponto *A*, realiza um disparo de um projétil, que sai com velocidade inicial de 600 m/s. Sabendo-se que o ponto *A*, indicado na figura, está na mesma horizontal que a boca do canhão e que, no local, sopra um vento lateral constante, de oeste para leste, com velocidade de 15 m/s, assinale a alternativa que contém a distância do ponto de impacto, no anteparo, até o alvo *A*. Despreze a resistência do ar e considere $g = 10$ m/s^2.

a) $10\sqrt{13}$ b) 30 m c) $5\sqrt{10}$ m d) $\sqrt{120}$ m e) 50 m



T.170 (UFRN) A experiência ilustrada na figura a seguir é realizada na superfície da Terra. Nessa experiência, uma pessoa lança uma pequena esfera no mesmo instante em que um objeto que estava preso no teto é liberado e cai livremente. A esfera, lançada com velocidade v_0, atinge o objeto após um tempo t_g. Se repetirmos, agora, essa mesma experiência num ambiente hipotético, onde a aceleração local da gravidade é nula, o tempo de colisão entre a esfera e o objeto será t_0.



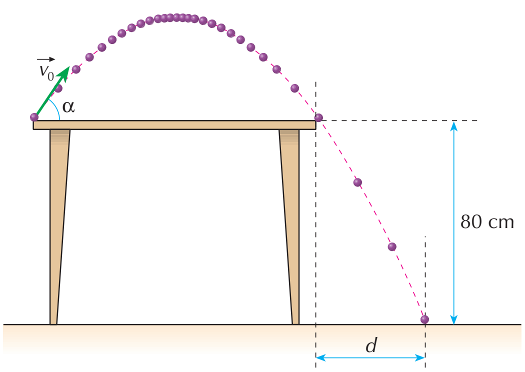
A ilustração do movimento de uma esfera lançada por um instrumento rudimentar (zarabatana).

Considerando desprezível a resistência do ar nessas experiências, pode-se afirmar que:

a) $t_0 = t_g = \dfrac{d}{v_0}$ **c)** $t_0 > t_g = \dfrac{d}{v_0}$

b) $t_0 = t_g = \dfrac{h}{v_0}$ **d)** $t_0 > t_g = \dfrac{h}{v_0}$

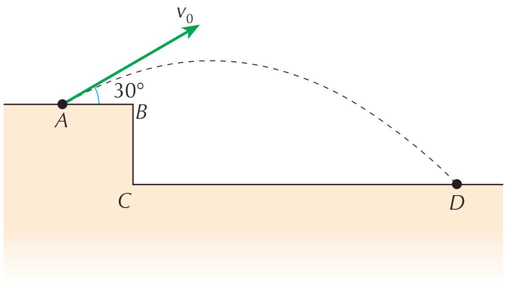
T.171 (Mackenzie-SP) Da aresta superior do tampo retangular de uma mesa de 80 cm de altura, um pequeno corpo é disparado obliquamente, com velocidade inicial de módulo 5,00 m/s, conforme mostra a figura abaixo. O tampo da mesa é paralelo ao solo e o plano da trajetória descrita, perpendicular a ele.



(Despreze a resistência do ar e considere:
sen α = 0,60; cos α = 0,80; g = 10 m/s^2)
Sabendo que o corpo tangencia a aresta oposta, podemos afirmar que a distância d é de:

a) 0,60 m **c)** 1,20 m **e)** 3,20 m
b) 0,80 m **d)** 1,60 m

O enunciado a seguir refere-se aos testes **T.172** e **T.173**.
(UFPA) A figura representa um projétil, que é lançado do ponto A segundo um ângulo de 30° com a horizontal, com uma velocidade v_0 = 100 m/s, atingindo o ponto D.
Dados:
AB = 40 m; BC = 55 m; g = 10 m/s^2;
sen 30° = 0,50; cos 30° = 0,866



T.172 O tempo que o projétil levou para atingir o ponto D, em segundos, vale:

a) 5,3 **c)** 11 **e)** 16,2
b) 7,8 **d)** 12,6

T.173 A distância CD, em metros, vale:

a) 418,98 **c)** 692,86 **e)** 1.051,16
b) 458,98 **d)** 912,60

T.174 (Olimpíada Brasileira de Física) Um projétil é lançado por um canhão localizado sobre um trem que está com velocidade horizontal constante v_0 em relação ao solo. Para um passageiro do trem, o canhão aponta para a frente formando um ângulo θ com a horizontal, e o projétil é lançado com velocidade de módulo igual a v_1. Para esse passageiro a altura máxima, atingida pelo projétil, em relação ao solo, é h. Para um observador localizado no solo, qual será o ângulo de lançamento do projétil e a altura máxima, em relação ao solo, alcançada pelo projétil?

a) O mesmo ângulo de lançamento e a mesma altura.
b) O mesmo ângulo e altura diferente.
c) Um ângulo menor e a mesma altura.
d) Um ângulo maior e a mesma altura.
e) Um ângulo diferente e altura diferente.

UNIDADE C

Capítulo 10

Movimentos circulares

Uma roda-gigante gira em torno de seu eixo horizontal. Sua cadeiras realizam movimentos circulares – uniformes durante o passeio, ou acelerados, nos momentos em que a roda inicia o movimento ou freia para o embarque das pessoas.

Os movimentos com trajetória circular estão presentes em muitas situações, como ocorre com as cadeiras de uma roda--gigante e com os satélites geoestacionários em torno do eixo da Terra. No estudo desse movimento é fundamental o conhecimento das grandezas angulares, como o espaço, a velocidade e a aceleração, e dos conceitos de período e frequência.

10.1 Grandezas angulares
Nos movimentos circulares definem--se, a partir da medida de ângulos, as grandezas angulares ***espaço****,* ***velocidade*** *e* ***aceleração****.*

10.2 Período e frequência
Os movimentos dos ponteiros de um relógio ou os descritos pela Terra são exemplos de movimentos periódicos.

10.3 Movimento circular uniforme (MCU)
O movimento circular uniforme é um movimento periódico.

10.4 Movimento circular uniformemente variado (MCUV)
No MCUV o módulo da velocidade varia, de modo que o intervalo de tempo de cada volta não é constante.



Grandezas angulares

Objetivos

- Conhecer as grandezas angulares envolvidas nos movimentos circulares.
- Relacionar grandezas angulares e grandezas lineares.

Termos e conceitos

- espaço angular
- espaço linear
- velocidade angular média
- velocidade angular instantânea
- aceleração angular média
- aceleração angular instantânea

1 Espaço angular

Quando pontos materiais descrevem trajetórias circulares, podemos determinar suas posições por meio de ângulos centrais φ (letra grega fi minúscula) em lugar do espaço *s* (arco $\widehat{OP}$) medido na própria trajetória (**fig. 1**). O espaço *s* permite determinar a posição *P* do ponto material em cada instante; o ângulo φ também localiza *P* e, por isso, é chamado **espaço angular**. O espaço *s* é chamado **espaço linear** para diferenciar do espaço angular φ.

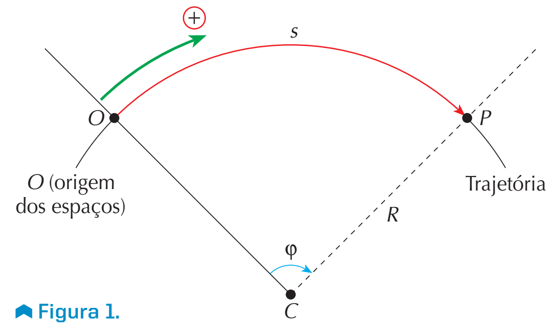


Figura 1.

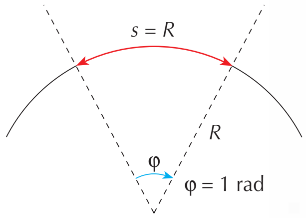
Trabalharemos com ângulos em radianos (veja a definição de radiano a seguir). O arco *s* relaciona-se com o ângulo φ em radianos pela fórmula:

$s = \varphi R$ (*R* é o raio de curvatura da trajetória do ponto material)

De modo análogo às definições de velocidade escalar e aceleração escalar, definimos **velocidade angular** ω (letra grega ômega minúscula) e **aceleração angular** γ (letra grega gama minúscula). As grandezas angulares φ, ω e γ compõem a cinemática angular, em contraposição às grandezas lineares já estudadas *s*, *v* e α, que compõem a cinemática linear.

Definição de radiano (rad)

Um radiano é a medida do ângulo central φ que determina, na circunferência, um arco *s* de comprimento igual ao raio *R* ($s = R$). Por exemplo, para se obter o ângulo de 1 rad numa circunferência de raio igual a 10 cm, deve-se construir sobre ela um arco de comprimento 10 cm. O ângulo central que determina esse arco é igual a 1 rad (aproximadamente 57,3°).

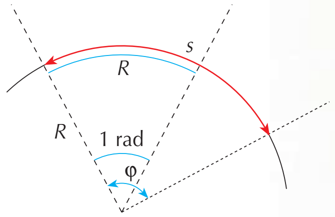


A definição de radiano

Por regra de três simples e direta pode-se obter a relação entre as grandezas *s*, φ e *R*.

Radiano	Comprimento do arco
1 rad	arco = *R*
φ rad	arco = *s*

Daí, temos: $s \cdot 1 = \varphi R \Rightarrow$ $s = \varphi R$



O comprimento da circunferência é $2\pi R$. Substituindo-se em $s = \varphi R$, vem:

$$2\pi R = \varphi R \Rightarrow \varphi = 2\pi \text{ rad}$$

Desse modo, o ângulo central que determina a circunferência mede 2π radianos, equivalente portanto a 360°. Assim, chega-se a $180° = \pi$ rad; $90° = \frac{\pi}{2}$ rad; etc.

2 Velocidade angular

a) Velocidade angular média ω_m

Seja φ_1 o espaço angular de um ponto material, num instante t_1, e φ_2 o espaço angular, num instante posterior t_2 (**fig. 2**). No intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, a variação do espaço angular é $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. A velocidade angular média ω_m, no intervalo de tempo Δt, é, por definição:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

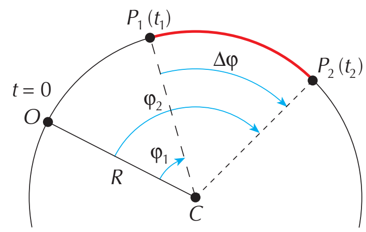


Figura 2.

b) Velocidade angular instantânea ω

A velocidade angular instantânea ω é o valor limite ao qual tende a velocidade angular média, quando o intervalo de tempo Δt tende a zero ($\Delta t \to 0$):

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Medindo-se $\Delta\varphi$ em radianos e Δt em segundos, a velocidade angular (média e instantânea) é medida em radianos por segundo (rad/s).

c) Relação entre a velocidade escalar v e a velocidade angular ω

De $s_1 = \varphi_1 R$ e $s_2 = \varphi_2 R$, vem:

$$s_2 - s_1 = (\varphi_2 - \varphi_1)R \text{ ou } \Delta s = \Delta\varphi R$$

Dividindo ambos os membros da última igualdade por Δt, resulta:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}R \Rightarrow v_m = \omega_m R$$

Considerando o intervalo de tempo Δt tendendo a zero ($\Delta t \to 0$), a igualdade anterior se torna:

$$v = \omega R$$



A velocidade do centro da roda, que rola sem escorregar, depende do raio da roda e de sua velocidade angular.

V1_P1_UN_C_CAP_10.indd 171 18.07.09 14:44:31

3 Aceleração angular

a) Aceleração angular média γ_m

Seja ω_1 a velocidade angular de um ponto material num instante t_1 e ω_2 a velocidade angular num instante posterior t_2. No intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, a variação da velocidade angular é $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$. A aceleração angular média γ_m no intervalo de tempo Δt é, por definição:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

b) Aceleração angular instantânea γ

A aceleração angular instantânea γ é o valor limite ao qual tende a aceleração angular média quando o intervalo de tempo Δt tende a zero ($\Delta t \rightarrow 0$):

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Medindo-se $\Delta\omega$ em radianos por segundo e Δt em segundos, a aceleração angular (média e instantânea) é medida em radianos por segundo ao quadrado (rad/s²).

c) Relação entre a aceleração escalar α e a aceleração angular γ

De $v_1 = \omega_1 R$ e $v_2 = \omega_2 R$, vem:

$$v_2 - v_1 = (\omega_2 - \omega_1)R \quad \text{ou} \quad \Delta v = \Delta\omega R$$

Dividindo ambos os membros da última igualdade por Δt, resulta:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}R \Rightarrow \alpha_m = \gamma_m R$$

Considerando o intervalo de tempo Δt tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$), a igualdade anterior se torna:

$$\alpha = \gamma R$$

Podemos observar na tabela abaixo que a cada grandeza angular (espaço, velocidade e aceleração) corresponde uma grandeza linear:

Grandezas angulares	Grandezas lineares
φ (rad)	s (m)
ω (rad/s)	v (m/s)
γ (rad/s²)	α (m/s²)

No estudo dos movimentos circulares é possível estabelecer uma relação entre grandezas lineares, grandezas angulares e raio, de modo que as grandezas lineares correspondam às grandezas angulares multiplicadas pelo raio.

Grandeza linear = Grandeza angular × Raio

$s = \varphi R$ $\qquad$ $v = \omega R$ $\qquad$ $\alpha = \gamma R$

Seção 10.2

Período e frequência

Objetivos

- Analisar movimentos periódicos.
- Conceituar período e frequência dos movimentos periódicos.

Termos e conceitos

- **período**
- **frequência**
- **movimento periódico**

Dizemos que um fenômeno é **periódico** quando ele se repete, identicamente, em intervalos de tempo sucessivos e iguais. O **período** (T) é o menor intervalo de tempo da repetição do fenômeno. Exemplos:

- Desprezada a resistência do ar, o pêndulo da **figura 3** oscila da posição A até B e retorna a A. O fenômeno é **periódico**, pois se repete em intervalos de tempo iguais. O período é o menor intervalo de tempo para o pêndulo partir de A e retornar novamente a A.

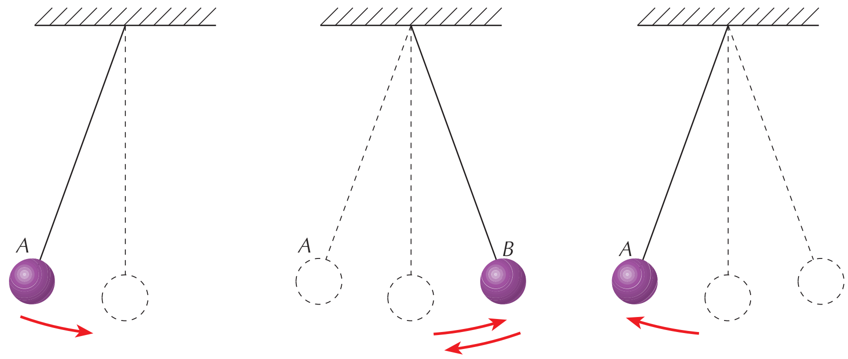


Figura 3.

- Num relógio, o ponteiro das horas tem movimento periódico: de 12 h em 12 h o ponteiro passa novamente pela mesma posição em idênticas condições. Seu período T é igual a 12 h. Os ponteiros dos minutos e dos segundos também realizam movimentos periódicos, de períodos diferentes.
- O movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo se repete periodicamente em intervalos de tempo de 24 h. O período do movimento de rotação da Terra é de 24 h.

Num fenômeno periódico, chama-se **frequência** (f) o número de vezes em que o fenômeno se repete na unidade de tempo.

O período e a frequência se relacionam. Por regra de três simples e direta, temos:

Intervalo de tempo		**Nº de vezes em que o fenômeno se repete**
(período) T	———	1 vez
(unidade de tempo) 1	———	f vezes (frequência)

Daí, temos: $fT = 1$

Portanto:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{ou} \quad T = \frac{1}{f}$$

Observe que a frequência é o inverso do período e vice-versa. O mesmo é válido para suas unidades:

$$[T] = \text{s} \quad \text{e} \quad [f] = \frac{1}{\text{s}} = 1\ \text{s}^{-1} = 1\ \text{Hz}$$



O movimento do pêndulo é, aproximadamente, periódico e é responsável pela marcação correta do tempo durante um longo período.

O **período** T é o menor intervalo de tempo para o fenômeno se repetir; suas unidades podem ser: segundo (s), hora (h), dia. A **frequência** f é o número de vezes em que ocorre o fenômeno na unidade de tempo. Sua unidade é o inverso da unidade de tempo. Uma das unidades mais utilizadas de frequência é $\frac{1}{s} = 1\ s^{-1}$ que é chamada hertz* (Hz). Assim, $1\ s^{-1} = 1$ Hz. O quilohertz (kHz) corresponde a 1.000 Hz.

Como os fenômenos em estudo são periódicos, isto é, realizam ciclos ou rotações, é comum nos referirmos à unidade hertz falando em ciclos por segundo (cps) ou rotações por segundo (rps). Outra unidade usual de frequência é rotações por minuto (rpm): 1 rpm = 60 rps.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 69 Um motor executa 600 rotações por minuto. Determine sua frequência em hertz e seu período em segundos.

Solução:

A frequência do motor é de 600 rpm, isto é:

$$f = 600 \text{ rpm} = 600 \frac{\text{rot.}}{\text{min}} = 600 \frac{\text{rot.}}{60 \text{ s}} \Rightarrow f = 10 \frac{\text{rot.}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{f = 10 \text{ Hz}}$$

O período é: $T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{T = 0{,}1 \text{ s}}$

Resposta: $f = 10$ Hz; $T = 0{,}1$ s

R. 70 Um satélite artificial completa 6 voltas em torno da Terra, durante 24 h. Qual é, em horas, o período do movimento do satélite, suposto periódico?

Solução:

O período do movimento corresponde ao intervalo de tempo que o satélite gasta para completar 1 volta.
Se o satélite completa 6 voltas em 24 h, 1 volta será completada em 4 h.
Portanto:

$$\boxed{T = 4 \text{ h}}$$

Resposta: 4 h

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 190 Determine o período e a frequência dos movimentos de rotação dos ponteiros (das horas, dos minutos e dos segundos) de um relógio.

P. 191 Uma roda efetua 120 rpm. Calcule:
a) sua frequência em hertz;
b) seu período em segundos.

P. 192 Os primeiros satélites artificiais lançados em torno da Terra (1957-1958) levavam aproximadamente 120 min para dar uma volta completa em movimento periódico. Determine:
a) o período em segundos;
b) a frequência em hertz.

P. 193 Um pêndulo vai de uma posição A a uma posição B, pontos extremos de uma oscilação, em 2 s. Desprezando a resistência do ar, determine o período e a frequência.

P. 194 Um satélite artificial demora 2 h para completar $\frac{1}{4}$ de volta em torno da Terra. Qual é, em horas, o período do movimento do satélite, suposto periódico?

P. 195 O planeta Mercúrio efetua uma volta em torno do Sol em 88 dias (isto é, um ano em Mercúrio é igual a 88 dias terrestres). Determine seu período em segundos e sua frequência.

* **HERTZ**, Heinrich-Rudolf (1857-1894), físico alemão, dedicou a maior parte de sua curta existência (37 anos apenas) à pesquisa científica. Foi o primeiro cientista a demonstrar, por meio de experiências, a existência das ondas eletromagnéticas, comprovando os estudos teóricos efetuados por James Clerk Maxwell.

Seção 10.3

Movimento circular uniforme (MCU)

Objetivos

- Caracterizar o movimento circular uniforme.
- Definir as grandezas envolvidas no estudo do MCU.
- Utilizar as funções horárias envolvidas no MCU.
- Analisar as diversas maneiras de transmissão de MCU.

Termos e conceitos

- **aceleração centrípeta**

No movimento uniforme, o ponto material percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. No caso particular do movimento circular uniforme (MCU), como a trajetória é circular, decorre que o intervalo de tempo de cada volta completa é sempre o mesmo, isto é, de tempos em tempos iguais o ponto material passa pela mesma posição.

Portanto, o MCU é um movimento periódico. Seu período (T) é o intervalo de tempo de uma volta completa. O número de voltas na unidade de tempo é sua frequência f:

$$f = \frac{1}{T}$$

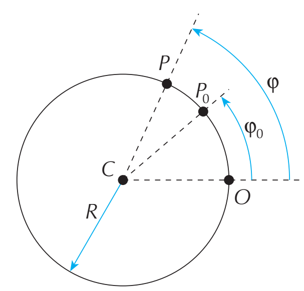
A função horária do movimento uniforme é:

$$s = s_0 + vt$$

Dividindo pelo raio:

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v}{R}t$$

Sendo $\frac{s}{R} = \varphi$, $\frac{s_0}{R} = \varphi_0$ (espaço angular inicial) e $\frac{v}{R} = \omega$, obtemos:



P_0 = posição inicial
P = posição no instante t
Figura 4.

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

que constitui a **função horária angular do MCU**.

Adotando-se $\varphi_0 = 0$, quando o ponto material completa uma volta têm-se: $\varphi = 2\pi$ rad e $t = T$ (período).

De $\varphi = \varphi_0 + \omega t$, vem:

$$2\pi = 0 + \omega T \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{t}$$

Sabemos que $\frac{1}{T} = f$. Assim, obtemos:

$$\omega = 2\pi f$$

Como o movimento é circular e uniforme, sua aceleração vetorial é a aceleração centrípeta $\vec{a}_{cp}$. Seu módulo pode ser expresso em função da velocidade angular ω:

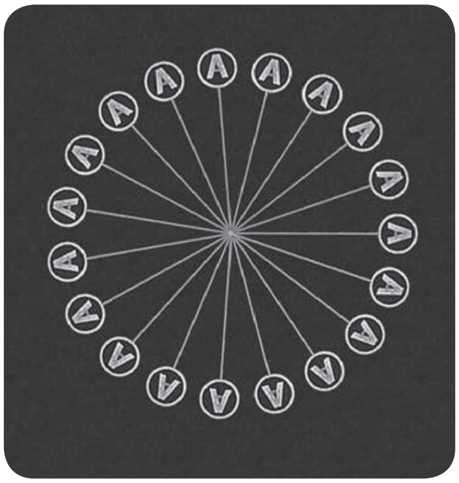
$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R \Rightarrow |\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

Satélites geoestacionários executam, ao redor do eixo da Terra, movimentos circulares uniformes.



É importante associar as grandezas. Observe como, a partir da frequência f, podem-se obter as demais grandezas.

De fato, de f obtêm-se: $T = \frac{1}{f}$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $v = \omega R$ e $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$



Funções do MCU

Forma linear	Forma angular	Relações
$s = s_0 + vt$ $v = \text{cte.} \neq 0$ $\alpha = 0$	$\varphi = \varphi_0 + \omega t$ $\omega = \text{cte.} \neq 0$ $\gamma = 0$	$s = \varphi R$ $\quad v = \omega R$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad T = \frac{1}{f}$

$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$\vec{a}_{cp}$: indica a variação da direção da velocidade vetorial $\vec{v}$

Um corpo em MCU percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais, numa trajetória circular.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 71 Um ponto material descreve uma circunferência horizontal com velocidade constante em módulo. O raio da circunferência é 15 cm e o ponto material completa uma volta a cada 10 s. Calcule:

a) o período e a frequência;
b) a velocidade angular;
c) a velocidade escalar linear;
d) o módulo da aceleração centrípeta.

Solução:

a) O período corresponde ao tempo necessário para o ponto material completar uma volta.

Portanto: $\boxed{T = 10\text{ s}}$

A frequência é: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}1\text{ Hz}}$

b) A velocidade angular é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{5}\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

c) A velocidade linear é:

$$v = \omega R = \frac{\pi}{5} \cdot 15 \Rightarrow \boxed{v = 3\pi\text{ cm/s}}$$

d) A aceleração centrípeta tem módulo dado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \frac{(3\pi)^2}{15} = \frac{3\pi^2}{5} \Rightarrow \boxed{|\vec{a}_{cp}| = 0{,}6\pi^2\text{ cm/s}^2}$$

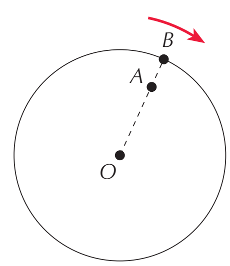
Respostas: a) 10 s; 0,1 Hz; b) $\frac{\pi}{5}$ rad/s; c) 3π cm/s; d) $0{,}6\pi^2$ cm/s^2

R. 72 Na vitrola da vovó, um disco gira com frequência de 45 rpm. Considerando nesse disco um ponto A situado a 10 cm do centro e outro B situado a 15 cm, determine para cada um deles:

a) a frequência em hertz e o período em segundos;
b) a velocidade angular em radianos por segundo;
c) a velocidade escalar linear em metros por segundo.

Solução:

a) Todos os pontos do disco giram com a mesma frequência e o mesmo período, não importando a distância em relação ao centro:



$$f = 45\text{ rpm} = \frac{45\text{ rot.}}{\text{min}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = \frac{45\text{ rot.}}{60\text{ s}} \Rightarrow \boxed{f = 0{,}75\text{ Hz}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0{,}75} \Rightarrow \boxed{T \simeq 1{,}33\text{ s}}$$

b) A velocidade angular também não depende da distância do ponto ao centro do disco e é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ ou } \omega = 2\pi f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi \cdot 0{,}75 \Rightarrow \boxed{\omega = 1{,}5\pi\text{ rad/s}}$$

c) A velocidade escalar linear depende do raio da trajetória descrita. Para o ponto A, cujo raio é R_A = 10 cm = 0,10 m, temos:

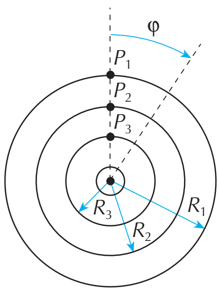
$$v_A = \omega R_A \Rightarrow v_A = 1{,}5\pi \cdot 0{,}10 \Rightarrow \boxed{v_A = 0{,}15\pi \text{ m/s}}$$

Para o ponto B, cujo raio é R_B = 15 cm = 0,15 m, vem:

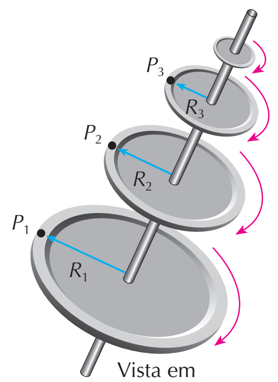
$$v_B = \omega R_B \Rightarrow v_B = 1{,}5\pi \cdot 0{,}15 \Rightarrow \boxed{v_B = 0{,}225\pi \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 0,75 Hz e $\simeq$ 1,33 s; b) 1,5π rad/s; c) v_A = 0,15π m/s e v_B = 0,225π m/s

Observação:
Assim como na situação descrita, há diversos outros casos em que pontos diferentes do sistema girante apresentam frequências, períodos e velocidades angulares iguais, mas velocidades lineares diferentes. É o que se verifica, por exemplo, em polias que giram juntas, presas a um único eixo de rotação (veja a figura). Os pontos alinhados P_1, P_2, P_3, ... P_n descrevem o mesmo ângulo central φ, num dado intervalo de tempo; daí decorre que a velocidade angular ω é a mesma para todas as polias acopladas. Lembrando que $v = \omega R$, e considerando que os raios das polias não são iguais ($R_1 > R_2 > R_3$), conclui-se que as velocidades lineares de P_1, P_2, P_3, ... P_n não são iguais ($v_{P_1} > v_{P_2} > v_{P_3} ... > v_{P_n}$).



Vista de cima



Vista em perspectiva

Satélites geoestacionários

Em telecomunicações são utilizados satélites artificiais geoestacionários que se mantêm imóveis em relação a um observador na Terra. Embora os satélites geoestacionários sejam estudados com mais detalhes no capítulo sobre gravitação universal, já podemos estabelecer aqui uma condição necessária para que mantenham essa situação.

Para ser estacionário em relação à Terra, um satélite deve ter a mesma velocidade angular que esse planeta:

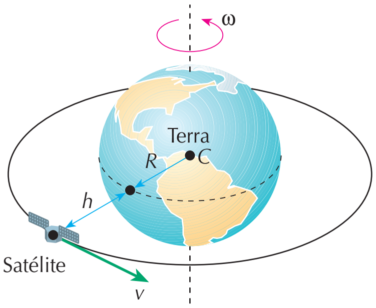
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24\text{ h}} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{12}\text{ rad/h}$$

Além disso, sua órbita deve estar contida no plano do equador terrestre.

Os satélites geoestacionários recebem sinais de rádio, TV, telefonia, entre outros, e os retransmitem para outros pontos do país, normalmente inacessíveis por outro processo ou atingidos de maneira pouco eficiente. São responsáveis pela interligação entre continentes e pela expansão da internet.

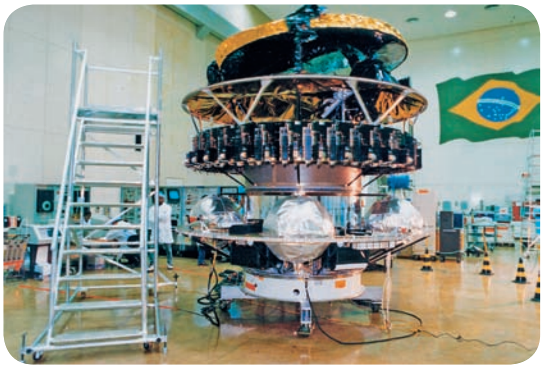


O Intelsat VI, lançado em 1990, é um satélite geoestacionário utilizado em comunicações. Em 1992 ele foi reparado em pleno espaço pelos tripulantes da nave Endeavour, ocasião em que foi feita esta foto.



O conjunto de satélites geoestacionários brasileiros chama-se **Brasilsat**; são operados pela Star One, uma subsidiária da Embratel. Sua frota é constituída pelo satélite Brasilsat A2, de 1ª geração, e os satélites de 2ª geração Brasilsat B1, Brasilsat B2, Brasilsat B3 e Brasilsat B4. O Brasilsat B4 é o mais novo satélite de 2ª geração, e substituirá o Brasilsat A2. O Brasilsat A1, alugado a uma empresa norte-americana, atualmente não faz parte do sistema brasileiro de telecomunicações por satélites.

O satélite Brasilsat B1 é submetido aos testes finais no INPE, em 1994, antes de ser colocado em órbita.

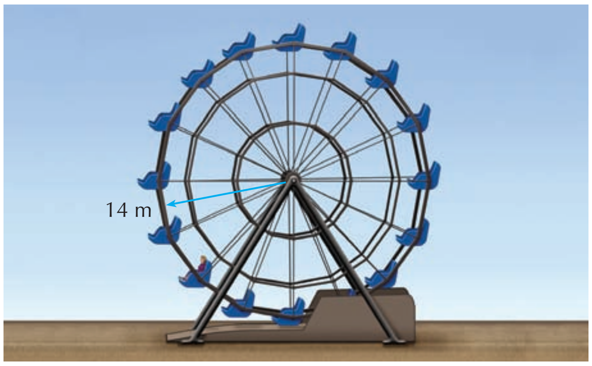


EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P.196 Um ponto material percorre uma circunferência de 20 cm de diâmetro efetuando 12 rpm. Determine:
a) a frequência em hertz;
b) o período;
c) a velocidade angular;
d) a velocidade escalar linear;
e) a aceleração centrípeta.

P.197 Um corpo gira com MCU completando uma volta em cada 4 s. O raio é 5 cm. Determine:
a) o período;
b) a velocidade angular;
c) o módulo da aceleração centrípeta.

P.198 Uma roda-gigante de raio 14 m gira em torno de um eixo horizontal. Um passageiro, sentado em uma cadeira, move-se com velocidade linear $v = 7$ m/s.



Determine:
a) a velocidade angular do movimento;
b) o módulo da aceleração centrípeta do passageiro;
c) em quanto tempo o passageiro executa uma volta completa.

P.199 Um movimento circular uniforme de raio 2 m tem função horária $s = 4 + 2t$ (unidades do SI). Determine:
a) o espaço angular inicial e a velocidade angular;
b) a função horária angular do movimento;
c) o período e a frequência do movimento.

P.200 As pás de um ventilador giram em torno de seu eixo com frequência de 120 rpm. Determine para dois pontos de uma das pás, situados respectivamente a 15 cm e 10 cm do centro:
a) a frequência em hertz e o período em segundos;
b) a velocidade angular em radianos por segundo;
c) a velocidade escalar linear em metros por segundo.

P.201 Um carro percorre uma circunferência de raio 500 m com velocidade escalar constante de 20 m/s. Qual é o ângulo que o carro descreve em 40 s?

P.202 O raio da Terra é de aproximadamente 6.400 km. Calcule a velocidade linear e o módulo da aceleração centrípeta de um ponto do equador que se desloca devido à rotação da Terra. Dê a resposta da velocidade em km/h e do módulo da aceleração em m/s^2. Considere $\pi = 3$.

P.203 A órbita da Terra em torno do Sol pode ser considerada aproximadamente circular e de raio $1{,}5 \cdot 10^8$ km. Determine, nessas condições, a velocidade linear e o módulo da aceleração centrípeta da Terra em torno do Sol. Dê a resposta da velocidade em km/s e do módulo da aceleração em m/s^2. Considere 1 ano aproximadamente $3{,}1 \cdot 10^7$ s e use $\pi = 3{,}1$.

P.204 Um satélite estacionário, usado em comunicações, é colocado em órbita circular, de raio aproximadamente $4{,}2 \cdot 10^4$ km, acima da linha do equador. Determine a velocidade angular e a velocidade linear do satélite em seu movimento em torno do eixo da Terra. Considere $\pi = 3$.

Transmissão de movimento circular uniforme

É possível efetuar a transmissão de movimento circular entre duas rodas, dois discos ou duas polias empregando dois procedimentos básicos: encostando-os (**fig. 5**) ou ligando-os por uma correia ou corrente (**fig. 6**). Em ambos os casos, costuma-se usar engrenagens cujos dentes se adaptam entre si, quando em contato, ou se encaixam nos elos da corrente de ligação, para não haver deslizamento ou escorregamento.

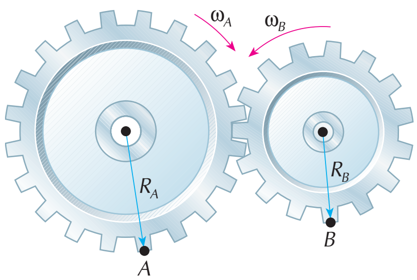


Figura 5.

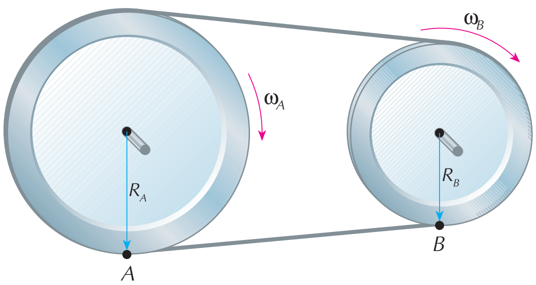


Figura 6.

Na transmissão por contato há inversão no sentido do movimento, o que não ocorre na transmissão por corrente (ou correia). No entanto, as velocidades lineares dos pontos periféricos das duas rodas, em cada instante, têm o mesmo módulo em ambas as situações. Assim, considerando os pontos *A* e *B* destacados nas **figuras 5** e **6**, temos:

$$v_A = v_B$$

Os raios das rodas e, portanto, dos movimentos descritos pelos pontos *A* e *B* são R_A e R_B, respectivamente. Sendo ω_A e ω_B as correspondentes velocidades angulares, podemos escrever:

$$v_A = \omega_A R_A \quad \text{e} \quad v_B = \omega_B R_B$$

Mas, como $v_A = v_B$, obtemos:

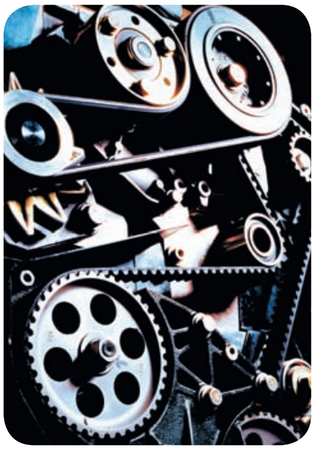
$$\omega_A R_A = \omega_B R_B$$

Portanto, as velocidades angulares das rodas são inversamente proporcionais aos respectivos raios. Essa proporcionalidade inversa em relação aos raios vale também para as frequências f_A e f_B, pois: $\omega_A = 2\pi f_A$ e $\omega_B = 2\pi f_B$.

$$2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B$$



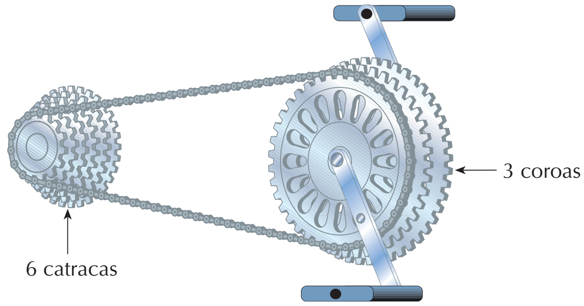




Vários tipos de transmissão de movimento circular.

As marchas da bicicleta

As mudanças de marcha de uma bicicleta, isto é, suas variações de velocidade, são feitas por meio de um sistema de transmissão constituído de pedais, coroas, catracas e corrente. As coroas são acionadas pelos pedais e as catracas estão acopladas à roda traseira.



Por exemplo, o que vem a ser uma bicicleta de marchas? Trata-se de uma bicicleta dotada de várias catracas e coroas, sendo que cada uma das coroas pode ser ligada a cada uma das catracas, proporcionando assim combinações diferentes. Por exemplo, o sistema da figura tem 3 coroas e 6 catracas. Cada coroa pode ser ligada a uma catraca, resultando: 3 coroas × 6 catracas = 18 possibilidades. Cada uma dessas possibilidades constitui uma marcha da bicicleta. A mudança de marchas é feita por meio de alavancas existentes no guidão da bicicleta.

Considere uma coroa de raio R_A girando com velocidade angular ω_A. A catraca a ela ligada, de raio R_B, adquire velocidade angular ω_B. Teremos:

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow \omega_B = \frac{\omega_A R_A}{R_B}$$

Nessa fórmula, notamos que, para que a bicicleta se desloque com a maior velocidade possível, isto é, para que ω_B (velocidade angular da catraca e também das rodas traseiras) tenha o maior valor possível, devemos ligar a catraca de menor raio (R_B) à coroa de maior raio (R_A). Inversamente, para que a bicicleta desenvolva a menor velocidade possível (correspondendo à marcha de menor velocidade), devemos ligar a catraca de maior raio com a coroa de menor raio.

Conteúdo digital Moderna PLUS http://www.modernaplus.com.br
A Física em nosso Mundo: *Efeito estroboscópico*

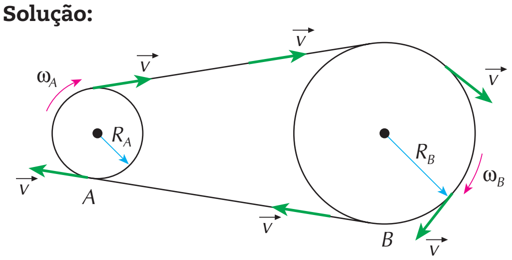
EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 73 Duas polias, A e B, ligadas por uma correia têm 10 cm e 20 cm de raio, respectivamente. A primeira efetua 40 rpm. Calcule:

a) a frequência da segunda polia;

b) a velocidade linear dos pontos da correia.

Solução:



a) $f_A R_A = f_B R_B$ (com $f_A = 40$ rpm, $R_A = 10$ cm, $R_B = 20$ cm)

Portanto:

$$40 \cdot 10 = f_B \cdot 20 \Rightarrow \boxed{f_B = 20 \text{ rpm}}$$

b) Todos os pontos da correia têm a mesma velocidade linear v, que é também a velocidade dos pontos periféricos das polias, uma vez que não há escorregamento da correia ao passar pelas polias.

Considerando a polia A, temos:

$$v = \omega_A R_A \Rightarrow v = 2\pi f_A R_A$$

Sendo $f_A = 40 \text{ rpm} = \frac{40}{60} \text{ Hz} = \frac{2}{3} \text{ Hz}$, a velocidade resulta:

$$v = 2\pi \cdot \frac{2}{3} \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\boxed{v_a = \frac{40\pi}{3} \text{ cm/s}}$$

Respostas: a) 20 rpm;

b) $\frac{40\pi}{3}$ cm/s.

V1_P1_UN_C_CAP_10.indd 180 21.07.09 11:13:37

R. 74 Numa bicicleta com marchas, as pedaladas do ciclista imprimem uma velocidade angular de 3,0 rad/s à coroa, de raio 20 cm, que está ligada a uma catraca da roda traseira, de raio 5,0 cm. As rodas da bicicleta têm raio 40 cm. Determine:

a) a velocidade angular da catraca;

b) a velocidade escalar linear com que a bicicleta está se movendo.

Solução:

a) Sendo $\omega_A = 3{,}0$ rad/s, $R_A = 20$ cm e $R_B = 5{,}0$ cm, respectivamente, a velocidade angular da coroa e os raios da coroa e da catraca, podemos calcular a velocidade angular ω_B da catraca:

$$\omega_B R_B = \omega_A R_A \Rightarrow \omega_B = \frac{\omega_A R_A}{R_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_B = \frac{3{,}0 \cdot 20}{5{,}0} \Rightarrow \boxed{\omega_B = 12 \text{ rad/s}}$$

b) A bicicleta percorre a distância $2\pi R$ (perímetro da roda) no intervalo de tempo igual a um período T de rotação das rodas. Assim, a velocidade escalar linear da bicicleta é dada por:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow v = \omega R$$

A velocidade angular da catraca (ω_B) é a mesma da roda e, sendo $R = 40$ cm $= 0{,}40$ m o raio da roda, vem:

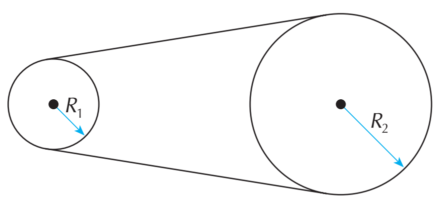
$$v = 12 \cdot 0{,}40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 4{,}8 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 12 rad/s;
b) 4,8 m/s

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 205 (Fuvest-SP) Uma cinta funciona solidária com dois cilindros de raios $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 50$ cm.



Supondo que o cilindro maior tenha uma frequência de rotação $f_2 = 60$ rpm:

a) qual é a frequência de rotação f_1 do cilindro menor?

b) qual é a velocidade linear da cinta?

P. 206 Num relógio, a transmissão de movimento circular é feita por contato. Uma engrenagem de 0,5 cm de diâmetro tem período de 10 s e está em contato com outra engrenagem de diâmetro 1 cm. Determine, para a segunda engrenagem:

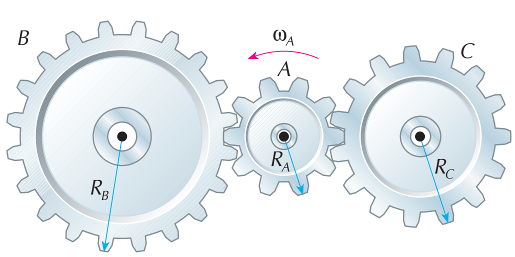
a) o período;

b) a frequência;

c) a velocidade angular;

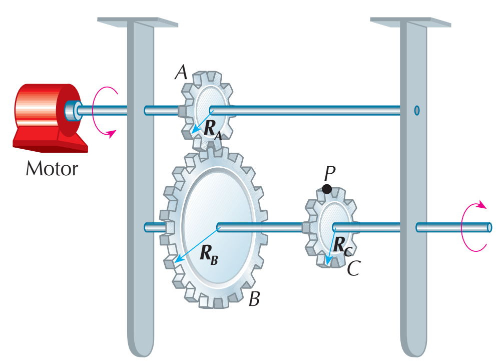
d) a velocidade linear de um ponto periférico.

P. 207 A engrenagem A, acionada por um motor, gira com velocidade angular $\omega_A = 30$ rad/s.



Sabendo que $R_B = 2R_A$ e que $R_C = 1{,}5R_A$, determine os sentidos de rotação e as velocidades angulares das engrenagens B e C.

P. 208 No mecanismo esquematizado, o motor aciona a engrenagem A com uma frequência $f_A = 75$ rpm. As engrenagens B e C estão ligadas a um mesmo eixo.



Sendo $R_A = 10$ cm, $R_B = 15$ cm e $RC = 8$ cm, determine:

a) a frequência de rotação das engrenagens B e C;

b) a velocidade linear de um ponto P pertencente à periferia da engrenagem C.

P. 209 Uma bicicleta, cujo raio da roda é 40 cm, desloca-se em linha reta com velocidade escalar constante de 10 m/s.

a) Qual é a velocidade angular da catraca ligada à roda traseira?

b) Sabendo-se que os raios da catraca e da coroa são, respectivamente, 5,0 cm e 15 cm, determine a velocidade angular que o ciclista imprime à coroa.

Seção 10.4

Movimento circular uniformemente variado (MCUV)

Objetivos

- Caracterizar o movimento circular uniformemente variado.
- Analisar as grandezas envolvidas no estudo do MCUV.
- Utilizar as funções horárias envolvidas no MCUV.

Termos e conceitos

- **aceleração tangencial**
- **aceleração total**

O movimento circular uniformemente variado (MCUV) **não é um movimento periódico**, pois o módulo de sua velocidade varia e, portanto, o tempo de cada volta na circunferência é variável.

Possui aceleração centrípeta $\left(|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R\right)$ e aceleração tangencial ($|\vec{a}_t| = |\alpha|$).

A aceleração total $\vec{a}$ é a soma vetorial de $\vec{a}_{cp}$ com $\vec{a}_t$, como se representa na **figura 7**.

No quadro a seguir, temos todas as funções utilizadas no movimento circular uniformemente variado.

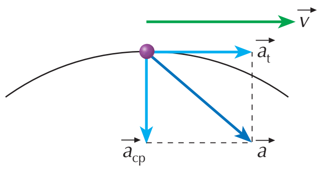


Figura 7.

Funções do MCUV

Forma linear	Forma angular	Relações
$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$	$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\gamma}{2}t^2$	$s = \varphi R$
$v = v_0 + \alpha t$	$\omega = \omega_0 + \gamma t$	$v = \omega R$
$\alpha =$ cte. (escalar) $\neq 0$	$\gamma =$ cte. (escalar) $\neq 0$	$\alpha = \gamma R$
$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma\Delta\varphi$	

Aceleração tangencial

$|\vec{a}_t| = |\alpha|$

(está relacionada com a variação do módulo da velocidade $\vec{v}$)

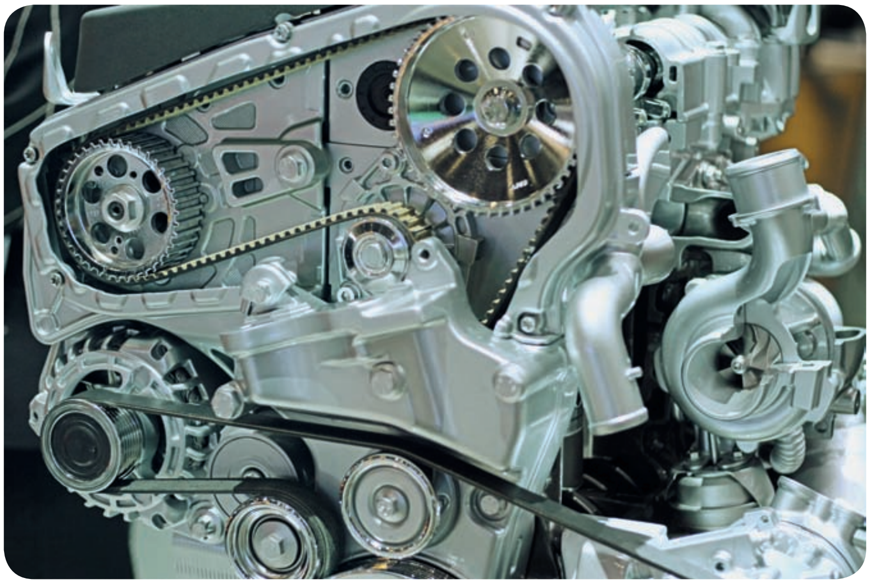
Aceleração centrípeta

$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

(está relacionada com a variação da direção da velocidade $\vec{v}$)

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$

(adição vetorial)



Em um motor automotivo, diversas partes executam movimentos circulares. O estado dos movimentos circulares uniformemente variados foi de fundamental importância para o desenvolvimento desta tecnologia.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 75 Um ponto material, partindo do repouso, percorre uma circunferência com raio de 10 cm em movimento uniformemente variado. Durante os dois primeiros segundos o ponto descreve um ângulo de $\frac{\pi}{4}$ rad. Determine:

a) a aceleração angular e a aceleração linear do movimento;
b) a velocidade angular e a velocidade linear no instante t = 4 s.

Solução:

a) De $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\gamma}{2}t^2$, fazendo $\varphi_0 = 0$ e sendo $\omega_0 = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$ rad e t = 2 s, vem:

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\gamma}{2} \cdot 2^2 \Rightarrow \boxed{\gamma = \frac{\pi}{8}\ \text{rad/s}^2}$$

Sendo $\alpha = \gamma R$, resulta:

$$\alpha = \frac{\pi}{8} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{5\pi}{4}\ \text{cm/s}^2}$$

b) De $\omega = \omega_0 + \gamma t$, temos para t = 4 s:

$$\omega = 0 + \frac{\pi}{8} \cdot 4 \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{\pi}{2}\ \text{rad/s}}$$

Sendo $v = \omega R$, resulta:

$$v = \frac{\pi}{2} \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 5\pi\ \text{cm/s}}$$

Respostas: a) $\frac{\pi}{8}$ rad/s^2; $\frac{5\pi}{4}$ cm/s^2; b) $\frac{\pi}{2}$ rad/s; 5π cm/s

R. 76 Um móvel realiza MCUV numa circunferência de raio igual a 10 cm. No instante t = 0 a velocidade angular é 10 rad/s e 5 s depois é 30 rad/s. Determine aproximadamente o número de revoluções (voltas) que o móvel realiza nestes 5 s. Considere $\pi = 3{,}14$.

Solução:
De $\omega = \omega_0 + \gamma t$, sendo $\omega_0 = 10$ rad/s e $\omega = 30$ rad/s quando t = 5 s, vem:

$$30 = 10 + \gamma \cdot 5 \Rightarrow \gamma = 4\ \text{rad/s}^2$$

De $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\gamma}{2}t^2$, sendo $\varphi_0 = 0$ (adotado), $\omega_0 = 10$ rad/s, $\gamma = 4$ rad/s^2 e t = 5 s, resulta:

$$\varphi = 0 + 10 \cdot 5 + \frac{4}{2} \cdot 5^2 \Rightarrow \varphi = 100\ \text{rad}$$

O número de voltas em 100 rad é obtido por uma regra de três simples:

$$\left.\begin{matrix} 1\ \text{volta} \text{ ——— } 2\pi\ \text{rad} \\ n\ \text{voltas} \text{ ——— } 100\ \text{rad} \end{matrix}\right\} \Rightarrow n = \frac{100}{2\pi} = \frac{50}{\pi} \simeq 15{,}9 \Rightarrow \boxed{n \simeq 16\ \text{voltas}}$$

Resposta: $\simeq$ 16 voltas

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 210 Um ponto material, partindo do repouso, percorre uma circunferência de raio 50 cm em movimento uniformemente variado de aceleração linear 2 m/s^2. Determine:
a) a aceleração angular do movimento;
b) a velocidade angular e a velocidade linear 10 s após o ponto ter partido.

P. 211 Um ponto descreve um MCUV na periferia de um disco de diâmetro 10 cm, partindo do repouso. Após 10 s, sua velocidade angular é 20 rad/s. Determine quantas voltas o ponto realizou nesse intervalo de tempo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS DE RECAPITULAÇÃO

P. 212 Um ponto descreve uma circunferência de raio $R = 2$ m com movimento uniforme. Efetua 1 volta em 5 s. Determine:

a) seu período;

b) sua velocidade angular;

c) sua velocidade linear;

d) o módulo de sua aceleração centrípeta.

P. 213 (UFRJ) Em um relógio convencional, como o mostrado na figura, o ponteiro das horas gira com movimento uniforme de frequência f. A Terra também gira, em torno de seu eixo, com movimento uniforme de frequência f'.



Calcule a razão $\frac{f}{f'}$.

P. 214 (Fuvest-SP) O ponteiro dos minutos de um relógio mede 50 cm.

a) Qual é a velocidade angular do ponteiro?

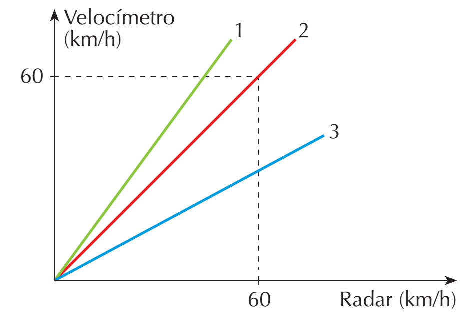
b) Calcule a velocidade linear da extremidade do ponteiro.

P. 215 Um satélite artificial gira ao redor da Terra à altura de 35.800 km (raio da Terra $\simeq$ 6.400 km; período de rotação = 24 h). Qual deve ser a velocidade desse satélite para que um observador, em repouso, na Terra, tenha a impressão de que o satélite se encontra parado? A órbita do satélite está contida no plano do equador.

P. 216 Uma roda cujo raio é igual a 60 cm percorre uma trajetória retilínea com velocidade de 86,4 km/h, sem escorregar. Calcule os valores da velocidade angular e da frequência dessa roda.

P. 217 (UFBA) Um indivíduo, preocupado com as constantes multas que tem recebido por dirigir o seu automóvel em excesso de velocidade, relata o fato a dois companheiros. Os três amigos não conseguem compreender a razão das multas, desde que todos eles observam os limites de velocidade nas vias públicas, através do velocímetro de seus carros.
Os seus veículos, de mesmo modelo, têm nos pneus a única característica distinta. O carro *A* usa os pneus indicados pelo fabricante do veículo; o carro *B* usa pneus com diâmetro maior do que o indicado, pois o seu proprietário visita, periodicamente, seus familiares no interior, viajando por estradas e caminhos irregulares; o carro *C* usa pneus com diâmetro menor do que o indicado, uma vez que o seu proprietário gosta de veículos rebaixados, com aspecto esportivo.

Os três amigos decidem fazer um experimento, alugam um aparelho de radar e vão para uma estrada deserta. Após realizarem várias medições, construíram o gráfico abaixo.



Com base na análise do gráfico, identifique a correspondência existente entre os carros *A*, *B* e *C* e as linhas 1, 2 e 3, que representam as velocidades desses carros, verificando qual dos três amigos deve ser mais precavido ao circular em estradas e avenidas vigiadas pelo radar. Justifique sua resposta.

P. 218 (Unicamp-SP) Em 1885, Michaux lançou o biciclo com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (figura a). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (figura b). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas. (Use $\pi = 3$.)

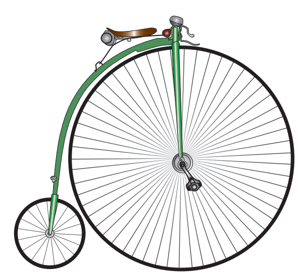


Figura a.

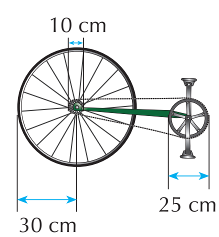


Figura b.

a) Qual a velocidade de translação do biciclo de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?

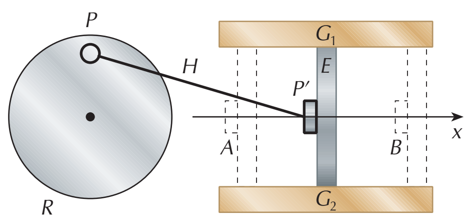
b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (figura b)?

P. 219 Uma roda é uniformemente acelerada a partir do repouso e atinge a velocidade angular $\omega = 20$ rad/s efetuando 10 voltas depois do início da rotação. Determine a aceleração angular da roda.

P. 220 (Mackenzie-SP) Determine o número de rotações que uma roda volante faz em 20 s, se sua velocidade angular varia nesse intervalo de tempo de 3 rad/s para 10 rad/s, com aceleração angular constante.

TESTES PROPOSTOS

T. 175 (Unirio-RJ) Na figura, um sistema mecânico é formado por uma roda R, uma haste H e um êmbolo E, que desliza entre as guias G_1 e G_2. As extremidades da haste H são articuladas em P e P', o que permite que o movimento circular da roda R produza um movimento de vai e vem de P', entre os pontos A e B, marcados no eixo x.



Considerando-se que a roda R descreve 240 rotações por minuto, o menor intervalo de tempo necessário para que o ponto P' se desloque de A até B é:

a) 2 s b) 1 s c) $\frac{1}{4}$ s d) $\frac{1}{8}$ s e) $\frac{1}{16}$ s

T. 176 (UEL-PR) Um antigo relógio de bolso tem a forma mostrada na figura ao lado, com o ponteiro dos segundos separado dos outros dois. A velocidade angular do ponteiro dos segundos, cujo comprimento é 0,50 cm, em rad/s, e a velocidade linear de um ponto na extremidade de tal ponteiro, em cm/s, são, respectivamente, iguais a:



a) 2π e π

b) 2π e 4π

c) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{15}$

d) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{60}$

e) $\frac{\pi}{60}$ e 2π

T. 177 (UFPE) O relógio da Estação Ferroviária Central do Brasil, no Rio de Janeiro, tem ponteiros de minutos e de horas que medem, respectivamente, 7,5 m e 5,0 m de comprimento. Qual a razão $\frac{v_a}{v_b}$, entre as velocidades lineares dos pontos extremos dos ponteiros de minutos e de horas?



a) 10 b) 12 c) 18 d) 24 e) 30

T. 178 (Unifesp) Três corpos estão em repouso em relação ao solo, situados em três cidades: Macapá, localizada na linha do Equador, São Paulo, no Trópico de Capricórnio, e Selekhard, na Rússia, localizada no Círculo Polar Ártico. Pode-se afirmar que esses três corpos giram em torno do eixo da Terra descrevendo movimentos circulares uniformes, com:

a) as mesmas frequência e velocidade angular, mas o corpo localizado em Macapá tem a maior velocidade tangencial.

b) as mesmas frequência e velocidade angular, mas o corpo localizado em São Paulo tem a maior velocidade tangencial.

c) as mesmas frequência e velocidade angular, mas o corpo localizado em Selekhard tem a maior velocidade tangencial.

d) as mesmas frequência, velocidade angular e velocidade tangencial, em qualquer cidade.

e) frequência, velocidade angular e velocidade tangencial diferentes entre si, em cada cidade.

T. 179 (Vunesp) Uma gota de tinta cai a 5 cm do centro de um disco que está girando a 30 rpm. As velocidades angular e linear da mancha provocada pela tinta são, respectivamente, iguais a:

a) π rad/s e 5π cm/s

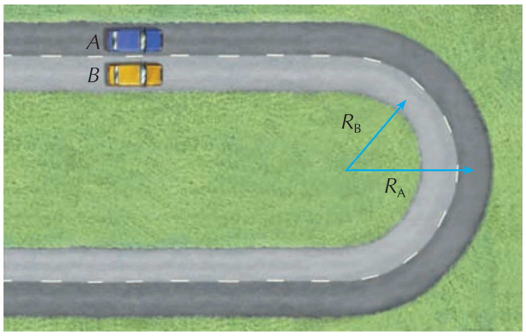
b) 4π rad/s e 20π cm/s

c) 5π rad/s e 25π cm/s

d) 8π rad/s e 40π cm/s

e) 10π rad/s e 50π cm/s

T. 180 (Fuvest-SP) Em uma estrada, dois carros, A e B, entram simultaneamente em curvas paralelas, com raios R_A e R_B.



Os velocímetros de ambos os carros indicam, ao longo de todo o trecho curvo, valores constantes V_A e V_B. Se os carros saem das curvas ao mesmo tempo, a relação entre V_A e V_B é:

a) $V_A = V_B$

b) $\frac{V_A}{V_B} = \frac{R_A}{R_B}$

c) $\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2$

d) $\frac{V_A}{V_B} = \frac{R_B}{R_A}$

e) $\frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$

T. 181 (Inatel-MG) Seu João é um motorista consciente, e ao constatar que os pneus de seu carro estavam carecas, dirigiu-se a uma concessionária para realizar a substituição. A concessionária tinha em estoque somente pneus com raio 5% maior que os pneus originais. Como seu João não tinha alternativa, optou pela troca. No trajeto de volta à sua residência, seu João precisa trafegar por uma estrada cuja velocidade máxima é de 80 km/h. Com os novos pneus, qual é a velocidade que ele deverá respeitar no seu marcador de velocidade, já que os pneus foram substituídos por outro modelo com diâmetro maior?

a) 72 km/h

b) 76 km/h

c) 80 km/h

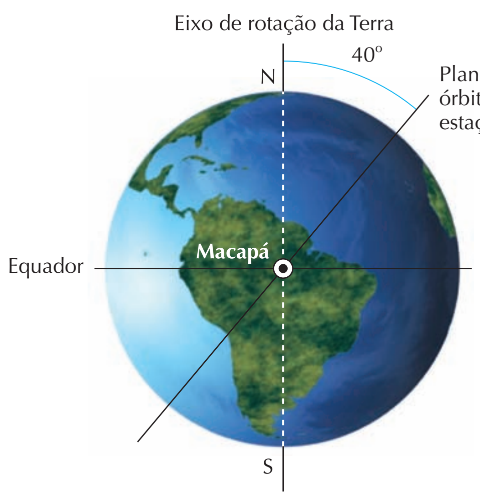
d) 84 km/h

e) 88 km/h

T. 182 (Fuvest-SP) A Estação Espacial Internacional mantém atualmente uma órbita circular em torno da Terra, de tal forma que permanece sempre em um plano, normal a uma direção fixa no espaço. Esse plano contém o centro da Terra e faz um ângulo de 40° com o eixo de rotação da Terra. Em um certo momento, a Estação passa sobre Macapá, que se encontra na linha do equador. Depois de uma volta completa em sua órbita, a Estação passará novamente sobre o equador em um ponto que está a uma distância de Macapá de, aproximadamente:

a) zero km
b) 500 km
c) 1.000 km
d) 2.500 km
e) 5.000 km

Dados da Estação
Período aproximado: 90 minutos
Altura acima da Terra: $\simeq$ 350 km
Dados da Terra
Circunferência no equador: $\simeq$ 40.000 km



T. 183 (Olimpíada Brasileira de Física) Um aeromodelo descreve um movimento circular uniforme com velocidade escalar de 12 m/s, perfazendo 4 voltas por minuto. A sua aceleração é de:

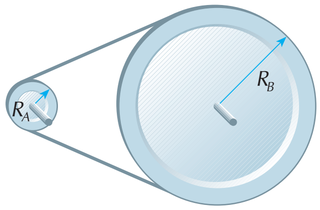
a) 0,0 m/s²
b) 0,8 m/s²
c) 4,8 m/s²
d) 7,2 m/s²
e) 9,6 m/s²

(Use $\pi = 3$.)

T. 184 (Mackenzie-SP) Duas partículas A e B descrevem movimentos circulares uniformes com velocidades escalares respectivamente iguais a v e $2v$. O raio da trajetória descrita por A é o dobro do raio daquela descrita por B. A relação entre os módulos de suas acelerações centrípetas é:

a) $a_{C_A} = \frac{1}{8} a_{C_B}$
b) $a_{C_A} = \frac{1}{4} a_{C_B}$
c) $a_{C_A} = \frac{1}{2} a_{C_B}$
d) $a_{C_A} = a_{C_B}$
e) $a_{C_A} = 2a_{C_B}$

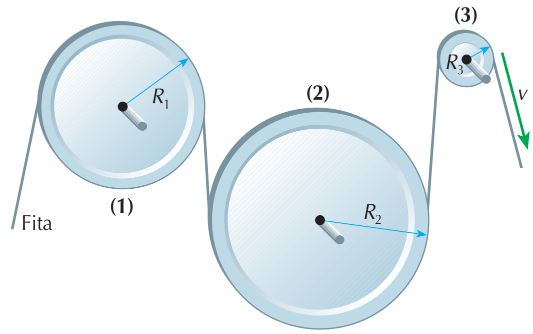
T. 185 (Uniube-MG) Duas polias de uma máquina estão acopladas segundo a figura ao lado.



A frequência da polia A é cinco vezes maior que a de B; portanto, a relação entre os raios de A e B é:

a) 2 b) 1 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{5}$

T. 186 (FEI-SP) Um dispositivo mecânico apresenta três polias (1), (2) e (3), de raios $R_1 = 6$ cm, $R_2 = 8$ cm e $R_3 = 2$ cm, respectivamente, pelas quais passa uma fita que se movimenta, sem escorregamento, conforme indicado na figura abaixo.



Se a polia (1) efetua 40 rpm, qual é, em segundos, o período do movimento da polia (3)?

a) 0,5
b) 1,2
c) 2,0
d) 2,5
e) 3,2

T. 187 (UfsCar-SP) Para misturar o concreto, um motor de 3,5 hp tem solidária ao seu eixo uma engrenagem de 8 cm de diâmetro, que se acopla a uma grande cremalheira em forma de anel, com 120 cm de diâmetro, fixa ao redor do tambor misturador.



Quando o motor é ligado, seu eixo gira com frequência de 3 Hz. Nestas condições, o casco do misturador dá um giro completo em:

a) 3 s
b) 5 s
c) 6 s
d) 8 s
e) 9 s

T. 188 (Unifesp) Pai e filho passeiam de bicicleta e andam lado a lado com a mesma velocidade. Sabe-se que o diâmetro das rodas da bicicleta do pai é o dobro do diâmetro das rodas da bicicleta do filho. Pode-se afirmar que as rodas da bicicleta do pai giram com:

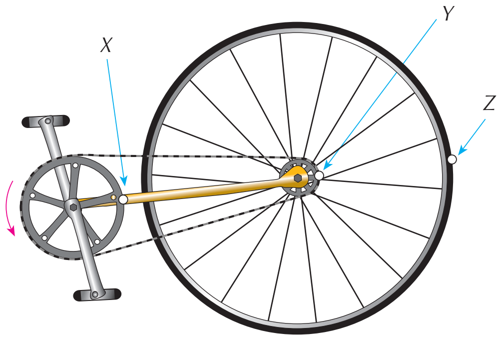
a) a metade da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
b) a mesma frequência e velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
c) o dobro da frequência e da velocidade angular com que giram as rodas da bicicleta do filho.
d) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com metade da velocidade angular.
e) a mesma frequência das rodas da bicicleta do filho, mas com o dobro da velocidade angular.

T. 189 (Fuvest-SP) Uma criança montada em um velocípede se desloca em trajetória retilínea, com velocidade constante em relação ao chão. A roda dianteira descreve uma volta completa em 1 s. O raio da roda dianteira vale 24 cm e o das traseiras, 16 cm. Podemos afirmar que as rodas traseiras do velocípede completam uma volta em, aproximadamente:

a) $\frac{1}{2}$ s **b)** $\frac{2}{3}$ s **c)** 1 s **d)** $\frac{3}{2}$ s **e)** 2 s



T. 190 (Cefet-PR) A figura representa a roda traseira e as engrenagens de uma bicicleta na qual X, Y e Z são pontos cujos raios são, respectivamente, iguais a 12 cm, 4 cm e 60 cm.



Quando a bicicleta está em movimento:

a) a velocidade tangencial do ponto Z é igual à do ponto Y.

b) o período do ponto X é igual ao do ponto Y.

c) a frequência do ponto Y é 15 vezes a do ponto Z.

d) o período do ponto X é 5 vezes o do ponto Z.

e) a velocidade angular do ponto Y é igual à do ponto Z.

T. 191 (ITA-SP) No sistema convencional de tração de bicicletas, o ciclista impele os pedais, cujo eixo movimenta a roda dentada (coroa) a eles solidária. Esta, por sua vez, aciona a corrente responsável pela transmissão do movimento à outra roda dentada (catraca), acoplada ao eixo traseiro da bicicleta. Considere agora um sistema duplo de tração, com 2 coroas, de raios R_1 e R_2 ($R_1 < R_2$) e 2 catracas R_3 e R_4 ($R_3 < R_4$), respectivamente. Obviamente, a corrente só toca uma coroa e uma catraca de cada vez, conforme o comando da alavanca de câmbio. A combinação que permite máxima velocidade da bicicleta, para uma velocidade angular dos pedais fixa, é:

a) coroa R_1 e catraca R_3.

b) coroa R_1 e catraca R_4.

c) coroa R_2 e catraca R_3.

d) coroa R_2 e catraca R_4.

e) é indeterminada, já que não se conhece o diâmetro da roda traseira da bicicleta.

O enunciado a seguir refere-se aos testes **T. 192** e **T. 193**.

(Enem-MEC) As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura. O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas.



T. 192 Em que opção abaixo a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?

a)



b)



c)



d)



e)



T. 193 Quando se dá uma pedalada na bicicleta ao lado (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$, em que $\pi \simeq 3$?

a) 1,2 m
b) 2,4 m
c) 7,2 m
d) 14,4 m
e) 48,0 m



T. 194 (Enem-MEC) Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, na qual cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas:

I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis, sendo que cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.
II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.
III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, estão corretas:

a) I e III apenas.
b) I, II e III.
c) I e II apenas.
d) II apenas.
e) III apenas.

T. 195 Um ponto na borda de um disco de 0,20 m de raio tem sua velocidade escalar alterada de 6,0 m/s para 8,0 m/s em 2,0 s. A aceleração angular constante (em rad/s^2) é:

a) 3,0
b) 5,0
c) 2,0
d) 1,0
e) 4,0

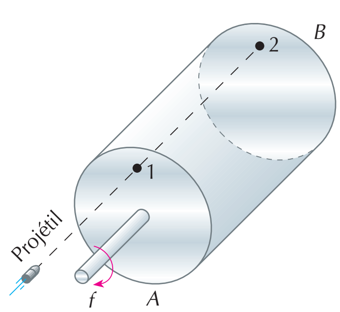
T. 196 (Mackenzie-SP) Um disco inicia um movimento uniformemente acelerado a partir do repouso e, depois de 10 revoluções, a sua velocidade angular é de 20 rad/s. Podemos concluir que a aceleração angular da roda em rad/s^2 é aproximadamente igual a:

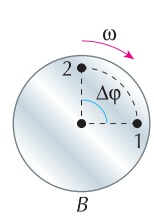
a) 3,5
b) 3,2
c) 3,0
d) 3,8
e) nenhuma das anteriores

EXERCÍCIOS ESPECIAIS *de movimento circular uniforme*

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R. 77 Um cilindro oco, cuja geratriz mede 5 m, tem as bases paralelas e gira em torno de seu eixo disposto horizontalmente, conforme a figura. Seu movimento é uniforme, efetuando 120 rpm. Um projétil lançado através desse cilindro, paralelamente ao seu eixo, perfura as duas bases em dois pontos: a base A no ponto 1 e a base B no ponto 2, antes de o cilindro completar uma volta. O ângulo formado pelos dois raios que passam por esses pontos 1 e 2, desde quando o projétil perfura a base A até emergir em B, é $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad. Supondo que o movimento do projétil no interior do cilindro seja uniforme, calcule a sua velocidade.





Solução:

O movimento do cilindro é um MCU:

$$f = 120 \text{ rpm}$$

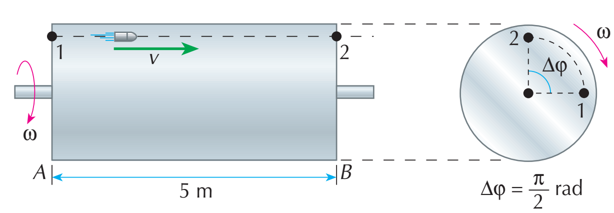
$$f = \frac{120 \text{ rot.}}{60 \text{ s.}}$$

$$f = 2 \text{ Hz}$$

Assim:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = 4\pi \text{ rad/s}}$$



O intervalo de tempo Δt que a bala leva em MRU para percorrer 5 m é o mesmo intervalo de tempo que as bases A e B do cilindro levam para girar $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ rad.

V1_P1_UN_C_CAP_10.indd 188 18.07.09 14:45:09

Utilizando a função horária do MCU para o movimento do cilindro e a do MRU para o movimento do projétil, obtemos:

Movimento do cilindro:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \quad ①$$

Movimento do projétil:

$$\Delta s = \upsilon\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{\upsilon} \quad ②$$

Igualando os segundos membros de ① e ②, vem:

$$\frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{\Delta s}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{\Delta s\omega}{\Delta\varphi} = \frac{5 \cdot 4\pi}{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow \boxed{\upsilon = 40 \text{ m/s}}$$

Resposta: 40 m/s

R. 78 Num brinquedo de corrida de automóveis, dois carros percorrem duas pistas circulares concêntricas em movimento circular uniforme (MCU). Verifica-se que esses carros passam um pelo outro a cada 30 s, quando se movem no mesmo sentido, e a cada 10 s, ao se moverem em sentidos opostos. Para cada um dos carros determine:

a) a velocidade angular;

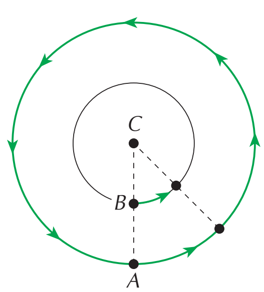
b) o período;

c) a velocidade escalar linear, sabendo que a pista do carro mais rápido tem raio 30 cm e a do mais lento tem raio 15 cm.

Solução:

a) Tomemos como instante inicial ($t = 0$) um dos instantes em que os carros passam um pelo outro e, portanto, estão alinhados com o centro das pistas (pontos *C*, *B* e *A* nas figuras).

No mesmo sentido



No próximo encontro, o carro mais rápido (*A*) estará uma volta à frente do mais lento (*B*). Nessa situação, a diferença entre os espaços angulares será de 2π radianos:

$$\varphi_A - \varphi_B = 2\pi$$

Como $\varphi_A = \omega_A t$ e $\varphi_B = \omega_B t$, vem:

$$\omega_A t - \omega_B t = 2\pi \Rightarrow (\omega_A - \omega_B)t = 2\pi \Rightarrow$$

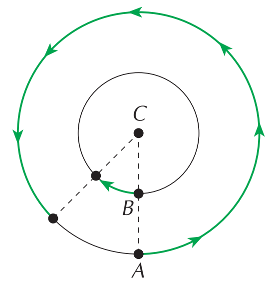
$$\Rightarrow \omega_A - \omega_B = \frac{2\pi}{t}$$

Como $t = 30$ s, então:

$$\omega_A - \omega_B = \frac{2\pi}{30} \Rightarrow \omega_A - \omega_B = \frac{\pi}{15} \quad ①$$

Em sentidos opostos

No próximo encontro, os módulos dos espaços angulares somam 2π radianos (veja a figura):



$$\varphi'_A + \varphi'_B = 2\pi$$

Como $\varphi'_A = \omega_A t'$ e $\varphi'_B = \omega_B t'$, vem:

$$\omega_A t' + \omega_B t' = 2\pi \Rightarrow (\omega_A + \omega_B)t' = 2\pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_A + \omega_B = \frac{2\pi}{t'}$$

Como $t' = 10$ s, então:

$$\omega_A + \omega_B = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow \omega_A + \omega_B = \frac{\pi}{5} \quad ②$$

A diferença e a soma das velocidades angulares dos carros (equações ① e ②) formam um sistema de equações:

$$\left.\begin{array}{l} ① \quad \omega_A - \omega_B = \frac{\pi}{15} \\ ② \quad \omega_A + \omega_B = \frac{\pi}{5} \end{array}\right\} ① + ② : 2\omega_A = \frac{\pi}{15} + \frac{\pi}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_A = \frac{2\pi}{15} \text{ rad/s}}$$

Substituindo esse resultado na equação ①, obtemos:

$$\frac{2\pi}{15} - \omega_B = \frac{\pi}{15} \Rightarrow \omega_B = \frac{2\pi}{15} - \frac{\pi}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_B = \frac{\pi}{15} \text{ rad/s}}$$

b) Para o carro *A*, temos:

$$\omega_A = \frac{2\pi}{T_A} \Rightarrow T_A = \frac{2\pi}{\omega_A} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{15}} \Rightarrow \boxed{T_A = 15 \text{ s}}$$

Para o carro *B*, temos:

$$\omega_B = \frac{2\pi}{T_B} \Rightarrow T_B = \frac{2\pi}{\omega_B} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{15}} \Rightarrow \boxed{T_B = 30 \text{ s}}$$

c) Sendo os raios das pistas $R_A = 30$ cm $= 0{,}3$ m e $R_B = 15$ cm $= 0{,}15$ m, as velocidades escalares lineares serão dadas por:

$$\upsilon_A = \omega_A R_A = \frac{2\pi}{15} \cdot 0{,}3 \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = 0{,}04\pi \text{ m/s}}$$

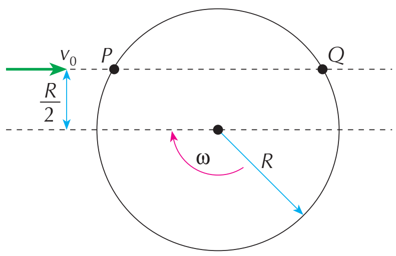
$$\upsilon_B = \omega_B R_B = \frac{\pi}{15} \cdot 0{,}15 \Rightarrow \boxed{\upsilon_A = 0{,}01\pi \text{ m/s}}$$

Respostas: a) $\frac{2\pi}{15}$ rad/s; $\omega_B = \frac{\pi}{15}$ rad/s; b) $T_A = 15$ s; $T_B = 30$ s; c) $\upsilon_A = 0{,}04\pi$ m/s; $\upsilon_B = 0{,}01\pi$ m/s

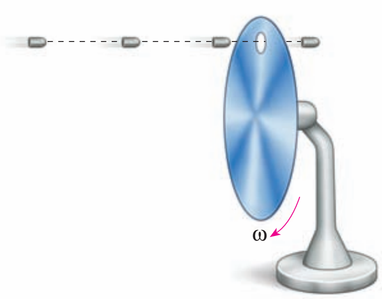
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

P. 221 (UFRGS-RS) Determine a velocidade de um projétil disparado contra um alvo rotativo disposto a 15 m de distância, sabendo-se que o alvo executa 300 revoluções por minuto e que o arco medido entre o ponto visado no momento do disparo e o ponto de impacto do projétil no alvo é de 18°. Lembre-se de que 180° = π radianos.

P. 222 (Vunesp) Um disco horizontal, de raio R = 0,50 m, gira em torno do seu eixo com velocidade angular ω = 2π rad/s. Um projétil é lançado de fora no mesmo plano do disco e rasante a ele, sem tocá-lo, com velocidade v_0 (figura), passando sobre o ponto P. O projétil sai do disco pelo ponto Q, no instante em que o ponto P está passando por aí pela primeira vez. Qual é a velocidade v_0?



P. 223 (UFPE) Uma arma dispara 30 balas por minuto. Essas balas atingem um disco girante sempre no mesmo ponto, atravessando um orifício. Qual é a frequência do disco, em rotações por minuto?



P. 224 (Fuvest-SP) Dois corredores A e B partem do mesmo ponto de uma pista circular de 120 m de comprimento, com velocidades v_A = 8 m/s e v_B = 6 m/s.

a) Se partirem em sentidos opostos, qual será a menor distância entre eles, medida ao longo da pista, após 20 s?

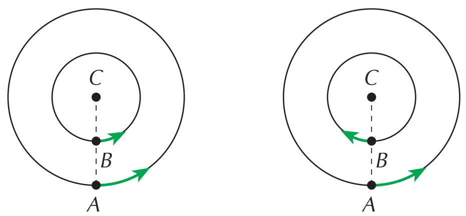
b) Se partirem no mesmo sentido, após quanto tempo o corredor A estará com uma volta de vantagem sobre o B?

P. 225 São feitas duas experiências com dois carrinhos A e B em pistas concêntricas de um autorama, sendo o carrinho A mais rápido que o carrinho B. Na primeira experiência, partindo da situação esquematizada e movendo-se no mesmo sentido, o carrinho A passa novamente por B após 40 s. Na segunda experiência, partindo da situação esquematizada e movendo-se em sentidos opostos, o carrinho A cruza novamente com o B após 8 s. Determine:

a) a velocidade angular dos carrinhos A e B;

b) seus períodos;

c) suas velocidades lineares, sendo 20 cm e 40 cm os raios das pistas.



P. 226 (Fuvest-SP) Um automóvel percorre uma pista circular de 1 km de raio, com velocidade de 36 km/h.

a) Em quanto tempo o automóvel percorre um arco de circunferência de 30°?

b) Qual é a aceleração centrípeta do automóvel?

P. 227 (Unicamp-SP) Um toca-discos está tocando em $33\frac{1}{3}$ rotações por minuto (rpm) um concerto de *rock* gravado numa única faixa de um LP. A largura da faixa ocupa toda a face útil do LP, tendo raio interno igual a 7,0 cm e raio externo igual a 15,0 cm. A faixa é tocada em 24 minutos.

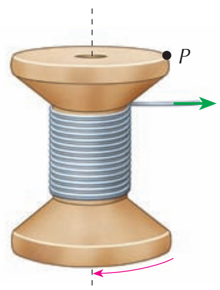
a) Qual é a distância média entre dois sulcos consecutivos do disco?

b) Qual é a velocidade tangencial de um ponto do disco que está embaixo da agulha no final da execução da faixa?

P. 228 (Fuvest-SP) O raio do cilindro de um carretel mede 2 cm. Uma pessoa, em 10 s, desenrola uniformemente 50 cm de linha que está em contato com o cilindro.

a) Qual é o valor da velocidade linear de um ponto na superfície do cilindro?

b) Qual é a velocidade angular de um ponto P distante 4 cm do eixo de rotação?

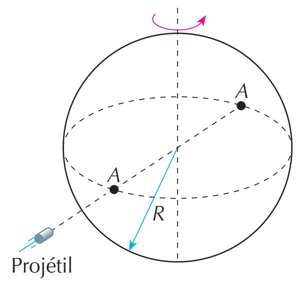


P. 229 Num relógio comum, o ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos se superpõem às 4 horas x minutos e y segundos. Determine os valores de x e y.

V1_P1_UN_C_CAP_10.indd 190 18.07.09 14:45:11

TESTES PROPOSTOS

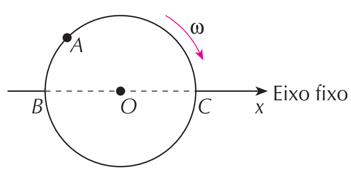
T. 197 (Fesp) Uma esfera oca, de raio $R = 5$ m, gira em torno de seu eixo vertical, conforme a figura. Seu movimento é uniforme, efetuando 120 rpm. Um projétil lançado contra essa esfera a perfura em A, passando, então, pelo seu centro.



Supondo que o movimento do projétil no interior da esfera seja uniforme e retilíneo, calcule sua velocidade máxima para que o projétil saia pelo mesmo ponto A.

a) 10 m/s
b) 20 m/s
c) 30 m/s
d) 40 m/s
e) 80 m/s

T. 198 (Fuvest-SP) Um disco tem seu centro fixo no ponto O do eixo fixo x da figura, e possui uma marca no ponto A de sua periferia. O disco gira com velocidade angular constante ω em relação ao eixo. Uma pequena esfera é lançada do ponto B do eixo em direção ao centro do disco no momento em que o ponto A passa por B. A esfera desloca-se sem atrito, passa pelo centro do disco e, após 6 s, atinge sua periferia exatamente na marca A, no instante em que esta passa pelo ponto C do eixo x.



Se o tempo gasto pela esfera para percorrer o segmento BC é superior ao necessário para que o disco dê uma volta, mas é inferior ao tempo necessário para que o disco dê duas voltas, o período de rotação do disco é de:

a) 2 s
b) 3 s
c) 4 s
d) 5 s
e) 6 s

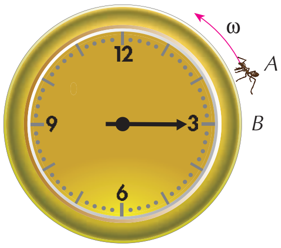
T. 199 (UTFPR) Numa pista de autorama, dois carrinhos, A e B, com velocidades respectivamente iguais a 2π m/s e 3π m/s, percorrem uma pista circular de raio 6 metros. Se eles percorrem a pista no mesmo sentido, assinale a alternativa correta.

a) A velocidade angular do carrinho B é igual a $\frac{\pi}{3}$ rad/s.
b) A frequência do carrinho A é igual a 0,25 Hz.
c) O período do carrinho B é igual a 6 s.
d) O carrinho A é ultrapassado a cada 12 s.
e) A velocidade relativa entre os carrinhos é 5π m/s.

T. 200 Duas partículas partem, no mesmo instante, de um mesmo ponto de uma circunferência, com movimentos uniformes de períodos 3 s e 7 s, respectivamente, no mesmo sentido. As partículas estarão novamente juntas na mesma posição de partida após um intervalo de tempo de:

a) 3 s b) 7 s c) 10 s d) 14 s e) 21 s

T. 201 (UFJF-MG) Na figura abaixo, quando o ponteiro dos segundos do relógio está apontando para B, uma formiga parte do ponto A com velocidade angular constante $\omega = 2\pi$ rad/min, no sentido anti-horário.



Ao completar uma volta, quantas vezes terá cruzado com o ponteiro dos segundos?

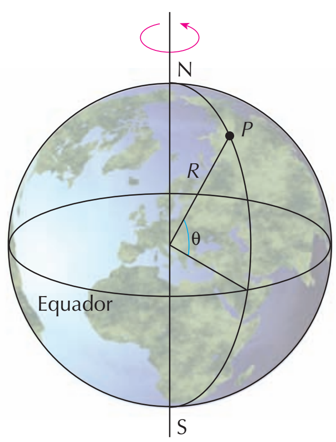
a) zero
b) uma
c) duas
d) três
e) π

T. 202 (UFRN) Duas partículas percorrem uma mesma trajetória em movimentos circulares uniformes, uma em sentido horário e a outra em sentido anti-horário. A primeira efetua $\frac{1}{3}$ rpm e a segunda $\frac{1}{4}$ rpm. Sabendo que partiram do mesmo ponto, em uma hora encontrar-se-ão:

a) 45 vezes
b) 35 vezes
c) 25 vezes
d) 15 vezes
e) 7 vezes

T. 203 (UFPE) A Terra gira uniformemente em torno de seu eixo com velocidade angular ω. Qual o módulo da aceleração de um ponto na superfície da Terra, em função da latitude θ e do raio da Terra R?

a) $a = \omega R \cdot \text{sen}\ \theta$
b) $a = \omega R \cdot \cos \theta$
c) $a = \omega R \cdot \text{sen}^2\ \theta$
d) $a = \omega^2 R \cdot \cos \theta$
e) $a = \omega^2 R \cdot \text{sen}\ \theta$



V1_P1_UN_C_CAP_10.indd 191 20.07.09 11:18:37